BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
33 G
33

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

35.6.12.
55
a
12

358

14-19.C.32.

D. FRANCISCI

MAVROLYCI

ABBATIS MESSANENSIS,

Opuſcula Mathematica;

Nunc primùm in lucem adita, cum rerum omnium notatu dignarum.

INDICE LOCVPLETISSIMO.

PAGELLA HVIC PROXIME CONTIGVA,
eorum Catalogus eſt.

PER ME QVI SI RIPOSA,



E'N CIEL SI GODE.

CVM PRIVILEGIO.

Venetijs, Apud Franciſcum Franciſcium Senenſem.

M D L X X V.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

12.33.G.33

CATALOGVS OPVSCVLORVM
in hoc volumine contentorum.

De Sphæra liber unus. folio 1.
Computus Eccleſiaſticus in ſummam collectus. fol. 16.
Tractatus Inſtrumentorum Aſtronomicorum. fol. 48.
Tractatus de Lineis horarijs. fol. 80.
Euclidis propoſitiones elementorum, libri Tredecimi ſolidorum tertij, regularium corporum primi. fol. 103
Muſicæ traditiones. fol. 145.
De lineis horarijs libri tres. fol. 161.
Quibus omnibus.
Arithmeticorum libri duo demum acceſſerunt.

ILLVSTRISS.
ET EXCELLENTISS.
Metaurienſium, & Vrbinatium

DVCI, PISAVRIENSIVMQVE
Principi inclyto.

FRANCISCO MARIÆ II.
Ruuerio Feltrio.

CVm ſuperioribus menſibus (Illuſtriſſime Princeps) librum hunc Celeberrimi Mathematici Maurolyci excudendum curaſſem, eumq́; iam abſolutum deinde edere ſtatuiſſem, anxius diu perplexusq́; fui, quemnam promulgando nunc primùm libro inter Mathematica volumina quammaximè conſpicuo, nec tenuis operæ pretium lectoribus allaturo patronum adiungerem: cuius auctoritate mea quoque cura ac diligentia, quam eruditiſſimi philoſophi monumentis imprimendis adhibuiſſem, clarior ſplendidiorq́; redderetur. Verùm cùm illuſtres viros complures, eosq́; præſertim, qui auctoritate, nobilitate, & gratia excellunt, mihi propoſuiſſem: te vnum, Dux inclyte ac præſtantiſſime, tandem delegi, tanquam nobilitatis, gratiæ, auctoritatisq́; nomine cæteris præferendum, earumq́; rerum in primis cognitione, quas in Optimo Principe ſapientes deſignarunt: iidemq́; vix in vno ac altero reperire

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

potuerunt. Maiores enim tui mihi animo eos repetenti, cum eas, quæ ad immortalitatem contendunt, artes tam diligenter excoluerint, id potiſſimum attendiſse videntur, vt homines gentem familiamve aliquam, vnde omnium exempla virtutum emanarent, eſſent in poſterũ habituri. Namque Franciſcum Mariam auum tuum ſingularis rei militaris peritia, & ampliſſimi honores habiti, nobiliſſimiq́; ex periculoſiſſimis bellis parti triumphi, tanquam Imperatoriæ dignitatis exemplar, Mauortiæq́; diſciplinæ legem ac regulam haud immeritò conſtituerunt, iucundiſſimamq́; eius memoriam poſteris reliquerunt. Iulium deinde patruum tuum, quis, cum vitam intueatur, mores, inſtituta, ſtudiaq́; contempletur; & nihil humile, nihil obſcurum, nihil vulgare, ampla omnia, præclara, digna genere tanto ab eo quotidie agi conſpiciat; in ſacro Cardinalium cœtu primas obtinere negabit? Parentis tui demum Guidobaldi, meritò ambigere videntur homines, magisne virtus in bello, an in pace ſapientia ac moderatio enituerit. Illud quidem aſſerere audeo, neminem eſſe, qui dubitet eum parentis ſui & natura, & ingenio, & omni denique anteacta vita dignum ſeſe filium præſtitiſſe. Qui cùm à Deo Optimo Maximo ad cœleſtem immortalitem nuper vocatus fuerit, te filium paternæ auitæq́; virtutis imitatorem æmulumq́; reliquit: quem ad omnem laudem natura genuit, ac diſciplina erudiuit, à quo vno ſtudia liberalesq́; artes ſua repetunt ornamenta; quique, cum opibus valeas, acumine mentis excellas, eò omnes curas traducis, ſtudiaq́; dirigis, vt ingenuæ huiuſcemodi artes ab omnibus penè neglectæ Principibus, tua beneficentia ſuffultæ recreentur. Præclarè tu quidem legitimum illarum cultum, qui iam obſoleuerat, & Mathematicarum præſertim, quas à tenera ætate ſtudioſiſſimè didiciſti, in priſtinum decus gloriamq́; reducere conaris; dum antiquorum in hac diſciplina libros, hominum incuria vel improbitate corruptos quàm emendatiſſimos peruulgari curaſti. Quapropter ego quoque, cũ harum artium ſtudia mirificè cum ſtudiis tuis congruere perſpexiſſem, feci non inuitus, vt in eadem diſciplina librum tuo digniſſimum patrocinio, ſub tui præclari nominis, tamquam Principis, & eruditiſſimi ſapientiſſimiq́; Principis, auſpicio imprimendum curarem. Tuæ erit humanitatis, animiq́; altitudinis conſilium noſtrum non improbare, voluntatem fouere, noſq́; in poſterum reddere alacriores ad longè maiora aggredienda, longeq́; illuſtriora noſtri in te animi ſigna oſtendenda. Quod vt eueniat, Deum precamur, vt te, cõmuni omnium cauſa, quam diutiſſimè nobis ſeruet incolumen. Vale. Venetijs VII. Kalendas Auguſti Anno ſalutis M D LXXV.

Franciſcus Franciſcius Senenſis.

INDEX COPIOSISSIMVS IN LIBELLOS,

DE SPHÆRA

COMPVTO ECCLESIASTICO,

INSTRVMENTIS ASTRONOMICIS

LINEIS HORARIIS, PROPOSITIONIBVS elementorum Euclidis, Muſicis traditionibus, ac demum iterum de lineis horarijs.

Alphabetica ſerie digeſtus.

De litera A.

ACVMEN & grauitas, qualitates vocum, & ſonorum, vnde cauſentur. 146
Additio pro aliquot figurarũ lateribus. 114
Item pro ſcientia ordcharum. ibid.
Aequator ſphæræ,qui 9
Aequalitas initium proportionum 150
Aequinoctia, Solſtitia, & quatuor tempora. 30
Aequinoctialem inter & Tropicũ degentium, ſitus. 15
Aequinoctialis altitudo quomodo deprehendenda. 53
Aequinoctialis parallelus qui. 162
Aequinoctiorum retroceſsio 46
Aequinoctiorũ, & Solſtitiorũ pũcta. 10
Aer cur Octahedrica forma prædiens dicatur. 3
Aer repercuſſus ſonum efficit. 146
Alceus, cui inuentionem tibiæ adſcribat. 159
Alexandriæ latitudo quot gradus. 40
Altitudinis cuiuſpiam, vel longitudinis ſpacium, quomodo per quadratum geometricum innoteſcit. 49. 50
Altitudo quæpiam ob aliquid impedimentum inacceſſibilis, quomodo menſuranda. 50
Altitudo Solis, & vmbra per ſingulas horas, quomodo deſcribendæ. 159
Amblygonium triangulum. 4
Amphiſcij qui. 17
Ampullæ arenariæ, qñ inuentæ. 161
Anaximenes Mileſius horologij Sciotericí inuentor. 161
Cuius vſus apud Romanos quanto tempore fuit. ibidem.
Anguli tres coniuncti quid efficiant. 4
Anguli omnes rectilineæ figuræ cuiuſlibet coniuncti, quid conficiant. 4
Angulus quid. 4
Angulorum ſpecies. ibid.

Angulus obtuſus. 4
Angulus acutus. ibidem.
Angulus ſolidus vnde fit. 5
Angulus in quadrato, in hexagono, & in triangulo, qualis, & quantum valeat. 6
Annus duplex. 28
Annus Arabicus, qui. ibid.
Annus Aegyptius. ibidem.
Annus Romanus. ibid.
Antipodes, ſiue Antichthones, qui. 17
Anniſcij, qui. 17
Antæci, hoc eſt, in contrapoſitis & æqualibus parallelis habitantes. 17
Apollonius prior inuentor Araneæ. 161
Apotome quid, 169
Apotome quorum ſit differentia. 147
Apotome quot Commatibus maior, & minor. 148
Apotome quot Commatibus maior, quot vero minor. 153
Aqua cuius figuræ. 8
Aquæ forma cur Icoſahedrica. 143
Aranea ex quibus conſtet. 71
Archades primi in Latium inſtrumenta muſica intulere. 159
Arctico ſub & Antarctico degentium ſitus. 15
Arcticus, & Antarcticus, paralleli. 11
Arcticus, & Antarcticus, qui paralleli ſint. 163
Qui circuli ſint vocati. ibi.
Arcus aſtri diurnus quomodo inueniendus. 236
Arcus coalterni dierum & noctium ſunt inuicem æquales.
Armillaris inſtrumenti uſus. 78
Armillaris inſtrumenti fabrica. 77
Ariſtarcus Samius Scaphæ, ſiue hemiſpherij inuentor, & Diſci in planicie. 161
Ariſtoxeni allucinatio in ſectione toni. 148
Ariſtoxenus vocales differentias ſecundùm graue & acutum in qualitate ponebat. 149
Artis omnis ſubiectum infinitum eſt: ſed opera noſtra efficitur finitũ. 147
Aſcenſio aſtri obliqua, quomodo inuenienda. 236
Aſcenſionalis differentia aſtri, quomodo inueniatur. 236
Aſcenſionalis differẽtia ſtellæ, quæ. 163
Aſcenſionũ, vel deſcenſionũ mora. 16
Aſtri locus, magnitudo, latitudo, aſcenſio, declinatio. 13
Aſtri loci viſus, & aſpectus diuerſitas. 22
Aſtrorum ortus, & occaſus. 18
Aſtronomica præambula quædã. 162
Aſtrolabi Theoria, & fabrica. 61
Aſtrolabi ſcriptores, qui. 61
Aſtrolabi dorſum quid habeat. 71
Aſtrolabi faciei deſcriptionis recollectio. 72
Aſtrolabi vſus. 75
Aſtrolabum imperfectionis, quare argui non poteſt. 74
Aſtrorum corpora ſphærica. 7
Auditus ex quo fiat. 147
Aurei Numeri diſpoſitio. 36
Augis linea quæ. 19
Aux quid. 19
Axes coniugati qui. 264
Axis ſphæræ, qui. 7
Axis mundi. 9
Axis recta, quæ. 263
Azimut Arabicè quid vocetur. 70

De litera B.

B. Litera quid in muſica recipiat, & quando diuerſificet. 153
Baſes, ſi fuerint celſitudinibus reciprocæ, figuras æquales eſſe, neceſſe eſt. 6
Baſis eſt graduum principium. 150
Baſis conica, quæ. 263
Baſis pyramidis ad baſim octahedri, in eadem ſphæra comprehenſi, eſt ſeſquitertia. 264
Beroſus Chaldæus Hemicyclij excauati inuentor. 161
Biſſextus quando ſit. 31
Biſſextus, & eius inuentio. 32. & 33
Biſſexti, Concurrentium, Literæq; dominicalis inuentio. 22
Boetius in determinandis internallorum

rum collationibus vocalium proortionum, ſcopũ veritatis attigit. 160

De litera C.

CAlculus laterum, & perpendicularium figurarum planarum, & ſolidarum. 143
Calculus vocalium proportionũ. 160
Calendæ, Nonæ, & Idus. 29
Campanus ſcripſit de Computo. fol. 1
Campanus errauit in traditione elementorum Euclidis, ſed a Io. Renimontij correctus. 2
Campanus quomodo de ſphæra, & Computo ſcripſerit. ibid.
Canobus ſtella vbi conſpiciatur incipere horizontem radere. 59
Canonicæ Horæ. 47
Cantilenarum genera tria. 149
Et ex quibus procedant. 152
Chorda quinta in muſica a quo adiecta. 147
A quibus cæteræ vſque ad vndecimam. ibidem.
Chorda linea quæ. 164
Chordæ in circulis proportionales diametris, ſimiles abſcindunt portiones. 5
Chordæ duæ ſemicirculum complentes, angulũ continent perfectũ. 114
Chordæ, ac ſinus. 229
Chromaticum cantilenarũ genus. 149
Chromaticũ, ac molle, cur apud b. 152
Rotundi apud f.
Circulus, quid. 4
Circulus polo meridiano propinquior, in maiorem periferiã proijcitur. 62
Circulus altitudinis aſtronomicæ, qui 163
Circuli omnes duo, omnesq́; duæ ſphæræ, ſunt adinuicẽ ſimiles: & quare. 5
Circuli duo ſimiles in quotupla ratione diametrorum. 6
Circuli in ſphæris, quorum diametri ſphæricis diametris proportionales, ſimiles abſcindunt ſphæricas proportiones. 6
Circuli paralleli in ſphæra qui. 7
Circuli maiores, & minores in ſphæra quales. ibid.
Circuli diuiſio. 12
Circuli altitudinum, qui. 13
Circuli per polum radiantem in ſphæra incedentis, qui rectilineam vmbram proijcit, æquales periferiæ per radios, ſub quibus æquales anguli comprehenduntur, in ſpacia æqualia in ſubiectum planum proijciuntur: quorum a contactu remotius, maius eſt. 66
Circulorum obliquorum in ſphæra exiſtentium, vmbræ in planum ſubiectum proiectæ, circulares proijciuntur. 63
Circulorum ſemidiametri circumſcribentium baſes ſingulas quinque corporum regularium, in ſphæra, cuius diameter duodecim pedum, inſcriptorum. 144
Circulorum & linearum poſitio. 163
Circulorum horariorum ſuper æquatore, & parallelis mutua ſectio. 168
Circuli horarij, qui. 163
Circuli horarij, qui & Secantes. 82
Circuli tangentes, qui & quot. ibid.
Circuli à centro ad latus Trianguli æquilateri in circulo deſcripti perpendicularis, dimidium eſt ſemidiametri eiuſdem circuli. 127
Ciuitatis, aut loci cuiuſpiam latitudo 163
Claues Feſtorũ, & earum inuentio. 40
Clauium æquatio. ibid.
Climata, quæ, & quot. 18
Cœlum cuius figuræ, & motus. 7
Cœlo quæ forma congrua. ibid.
Cœlum primum, primũ mobile. 10
Coincidentiæ linearum, quæ. 4
Columna figura. 5
Columna tetragona, ad ſuum ſerratile dupla. 6
Columna ad ſuam pyramidem tripla. ibidem.
Coluri duo. 11. 163
Comma quid ſit. 147
Quæ & ſectio. & 153
Computus Eccleſiaſticus. 26

Computus quid. 1
Computus quid contineat. ibid.
Computi ſcriptores. ibid.
Concurrentes quid, & vnde. 32.33
Eorum inuentio. ibid.
Concurrentium, Biſſexti, Literæq; Dominicalis inuentio per Cyclum ſolarem. 33
Coni ſimiles, qui. 5
Conica ſuperficies, quę ſit. 263
Conica baſis, quę. 263
Conica ſectio, quę. 264
Conus quid. 5
Conus rectus, qui. 263
Conus, eſt ſolidum ſub circulo, & conica ſuperficie contentum. 263
Conſonantia, quarum ſit vocum. 146
Conſonantiæ præcipuæ, vnde proportionem ſuſcipiunt. 146
Conſonantia a percuſſionum commenſurabilitas efficitur. 149
Conſonantiam non recipit incommenſurabilitas. ibid.
Conſonantiæ optimæ, in quibus proportionibus conſiſtunt. ibid. 149
Conſonantiæ vbi conſiſtant. 150
Contrapoſitæ lineę communem diametrum habentes, quę. 264
Corpora maiora, & minora quali motu ciantur. 146
Corporum quinque regularium intra ſphæram inſcriptorum latera, cuius ſcilicet ſphęræ diameter habet partes duodecim. 122
Corpus magis denſum tremit velocius. 150
Corpus minus, velocius tremit. ibid.
Creteuſes in prœlium egreſſi, cithara precinente. 159
Cteſibius Alexandrinus horologij ex aqua, & hydraulicarum machinarum inuentor. 161
Cubi quadratum, & Octahedri triangulum, ab vna ſphęra comprehenſorum, ab eodem circulo circumſcribuntur. fol. 126
Cubi deſignatio in dodecahedro. 142
Cubi fabricatio in Octahedro. 142
Cubi in Icoſahedro conditio. ibid.
Cubi ſuperficies ſicut eſt ad Octahedri ſuperficiē, ſic Cubi ſolidū ad Octahedri ſolidū in eadem ſphæra. 128
Cubica ſuperficies ad Octahedri ſuperficiē, eſt ſicut pyramidis latus ad Octahedri latus in eadē ſphęra. 127
Cubica baſis ad pyramidis baſim, eſt ſicut tota Cubi ſuperficies ad totam Octahedri ſuperficiem: & ſicut ſolidum ad ſolidum, & ſicut pyramidis latus ad Octahedri latus. 129
Cubum conſtruere, & data ſphęra cōprehendere, & oſtendere, quòd ipſius ſphęræ dimetiens potentia, triplus eſt ad latus ipſius Cubi. 116
Cubus ſub quot quadratis ſit. 5
Cubus, ſiue Hexahedrum, quot baſibus quadratis, & angulis ſolidis conſtet. 103
Cubus triplus eſt ad pyramidem in eadem ſphæra deſcriptam. 129
Hoc idem alia ratione oſtenditur. ibid.
Cubos, quot baſes & angulos habet. 155
Cycli quot, & ex quot annis cōſtēt. 31
Cyclus ſolaris. ibid.
Cyclus Lunaris, & quō inueniatur. 35
Cyclus Paſchalis. 43
Cylindrus quid. 5
Cylindri ſimiles, qui. ibid.
Cylindrus ad ſuum Conum triplus. 6

De litera D.

DAuid Rex & Propheta, muſicalium inſtrumentorum auctor multorum. 159
Declinationes, & aſcenſiones cuicunque Zodiaci puncto debitæ, quomodo inueniendæ. 233
Declinationum, & aſcenſionum Solis, q̄ſtiones quædā extraordinarię. 242
Degentium ſub Tropico, ſitus. 15
Degentium inter Tropicum & Arcticum, vel Antarcticum circulum, ſitus ibidem. & eorum, qui ſub arctico, & antarctico. Ibidem. & eorum qui ſub polo mundi. ibidem.
Degentium inter æquinoctialem, & Tropicum,

Tropicum, Scius. ibid.
Deus ſolus infinitus. 147
Diameter per centum ducta, quid effi-ciat. 4
Diameter ſi ducatur in dimidium ambitus, producetur plana ſuperficies maximi circuli terreſtris. 60
Diametri globi terreſtris ſciſcitatio. 60
Diametri coniugatæ in ellipſi, ſeu in contrapoſitis lineis horarijs, quæ ſint. 264
Diametri coniugatæ ſtellarum, quæ. 177
Diapaſon ex dupla proportionem conſtat. 146
Diapaſon cum diapente ex qua conſtet proportione. 14.ibid.
Diapaſon ex quibus conflatur. 151
& vnde compleatur. 147
Diapaſon à diapente, & diateſſaron inuicem continuatis conſtituitur. 151
Diapaſon quãdo generat ſymphonias compoſitas in ſecundo ordine. 152
Item quando eas tertij ordinis. ibid.
Diapentem ex qua proportione conſtare. 146
Diapente completio. 147
Diateſſaron ex qua proportione conſtruatur. 146
Diateſſaron determinatio. 147
Diatonicum cantilenarum genus. 149
Diatonicum naturale ac medium apud literam c. quare initium ſumat. 152
Dies maxima, & nox maxima zenit habentium inter Arcticum circulum, & mundi polum. 16
Dies quid. 27.163
Dies Ægyptij quot, & quando. 30
Dies Reſurrectionis. 46
Dieſeos ab integro tono quæ differentia. 147
Dieſis, & eius proportio. 146.147
Dieſis quid. 148. & 151. 152
& quibus maior. 148
Dieſis quot commata excedat. 153
Diezeugmenæ chordæ. 149
Diphthongum, ſiue ditonus, a diateſſaron ſupatur ſemitonio minori. 146
Diſdiapaſon ex qua proportione ſit 146
Dodecahedrum ſub quot pentagonis, ſit. 5
Dodecahedrum ſub quot pentagonis, baſibus, & angulis ſolidis claudatur. 103
Dodecahedri conſtructio, & datæ ſphæræ comprehenſio: & oſtenſio, quòd dodecahedri latus irrationale eſt, & quomodo vocetur, & quando. 118
Dodecahedri in Icoſahedro coaptatio. 142
Dodecahedrum ſolidum cur cœlo cunctа comprehendenti aſſimilauere. 143
Dodecahedrum quot baſes includat & quot angulos. 155
Dominicalis literæ inuentio per Cyclũ ſolarem. 33
Dupla, decemq; viceſimas ſeptimas ſuperpartiens ratio eſt, ſicut ratio cubicæ baſis ad Octahedricam baſim duplicata, ſolidorum in eadem ſphæra locatorum. 118

De litera E.

Eclipſes Solis & Lunæ. 23
Eclyptica, eſt Solis via. 9
Eclypticæ cuiusvis loco dato, declinatio, & aſcenſio recta quomodo adſeribenda. 5.4
Eclyptica tanquàm horizon obliquus, & eorum paralleli quilibetque alius in ſphæra circulus in planum ſubiectum inclinatus, in vmbram circularem in ipſo plano proijcitur. 64
Elementorum Euclidis Propoſitiones. 107
Ellipſeos diametri, & lineatio. 267
Ellipſis paralleli cuiuſpiam in horizontali, ſeu verticali horologio, quomodo deſcribenda. 248
Ellipſis, quæ. 264
Empedocles cuius iracundiam cantu temperauit. 145
Enarmonicum cantilenarum genus. 149

Epacta,& eius inuentio. 37
Error notandus in numeris Ptolemaicis circa latitudinem Rodi. 60
Euclidis elementorum liber tredecimus. Solidorum tertius, & Regularium corporum primus ex traditione Maurolyci. 103
Euclidis elementorum liber quartusdecimus, Solidorum quartus, Corporũ regularium ſecundus, ex traditione Maurolyci. liber 1. 123
Eudoxus Araneæ inuentor. 161

De litera F.

FEriarum inuentio per annos Chriſti. 34
aliter per Cyclum ſolarem. ibid.
Feſta noui Teſtamenti. 44
Feſta mobilia quomodo inueniantur. 41
Feſtorum Claues, & earum inuentio. 40
Feſtorum conuenientia. 45
Figura,quid. 4
Figura aquæ qualis. 8
Figurarum rectilinearum ſpecies. 4
Figurarum quadrilaterum ſpecies. 4
Figurarum latera æquilaterarum circulo inſcriptarum, cuius diameter ponitur partium duodecim. 121
Figuræ ſimiliter poſitæ, ſimilesq́; planæ. 5
Figuræ planæ ſimiles in quotupla ratione ſint reſpondentium laterũ. 6
Figurarum latera æquilaterarũ circulo inſcriptarum,cuius diameter ſupponitur pedum. 12. ſecundum terminos numerarios. 145
Flexa dati paralleli in plano cuiuſlibet horologij ad quemlibet ſitum quomodo delineanda. 244

De litera G.

GEometrica principia 4.5.6.7
Geometricum quadratum. 48
quomodo fabricandum. ibid.
Gnomonica ſpeculatio,quæ lineas tractat horarias, inter Mathematicas ſpeculationes non infimum locum tenet. 161

De litera H.

HArmoniæ non conuenit proportio ſuperpartiens, & cui hoc videatur. 146
Hebdomada, & Planetarum dominium. 31
Hexachorda ſeptem totum Guidonis Icoſichordum conficiunt. 152
Hexachordum ☐. quadrati ac duri, & ſonori iure incipit apud g ſonoram literam. ibid. 152
Hexachordum quid comprehendat. ibidem.
Hora quid,& quotuplex,& qualis. 27. 163
Hora per altitudinem ſolis, vel vmbrã quomodo captanda. 239
Horarij ſemicirculi. 164
Horarum occaſualiũ in fabrica in horologio meridiano,quomodo procedendum. 197
Horæ Canonicæ. 47
Horæ,in quibus diſtinguitur ſucceſſiuum dominium planetarũ,quæ. 75
Horologia præcipua quæ ſint, & quomodo horarias lineas ſuſcipiant. 170
Horologij Scioterici ſpeculatio vnde pendeat. 82
Horologij æquinoctialis deſcriptio. 179
Horologij horizontalis recti, & horologij meridiani deſcriptio. 182
Horologij Verticalis in ſphæra obliqua cum vtriſq; lineis,deſcriptio. 195
Idem cum vtraq; linearum ſerie ad latitudinem grad. 38. 197
Horologij in quocunque ſitu deſcriptio. 205
Horologij portatilis rectificatio. 206
Horologij horizontalis theoria ad latitudinem minorem, & maiorem grad. 45. 219
Horologij verticalis theoria ad latitudinem

dinem graduum 49. 221
Horologij meridiani theorica. 223
Horologiorum, horizontalis, Meridiani,& verticalis plana, & linea Meridiana. 176
Horologiorum facierum cõuerſio. 200
Eorundem facierum diuerſarum in lineamentis colligantia. 202
Horologium meridianum. 184
Eiuſdem cum horis à meridie ab ortu,& occaſu ad Lat.gr. 38. 186
Horologium ęquinoctiale. 218
Horologium verticale ad latitudinem graduum 38. 191
Horizontale ad Lat. grad. 38. Ibid.
Horologium horizontale cum lineis a meridie,& lineis ab ortu, uel occaſu horas indicantibus, ad latitudinem graduum 38. 194
Horologium verticale, & meridianũ horizontis obliqui, quęque in eis flexę ſecentur, & tangantur à lineis horarijs. 220
Horologium verticale ad latitudinem grad. 45. maiorem, deque contrapoſitis perſetijs, quas in eo lineę horarię ſecant,& tangunt. 224
Horizon, qui circulus ſit. 12
Horizontis recti, ſitus. 14
Horizontis obliqui, ſitus. ibid.
Horizon ęquinoctialis pro vertice polum habens, Duo tropici, circulus arcticus, & antarcticus,& omnes eorum parallelis a quocunque in ſphæræ ſuperficie deſcripti, quando faciant vmbras circulares. 63
Horizon habens pro vertice polum mũdi, qui & unũ & idem eſt cum Æquatore, diuiditur per circulos magnos per vtrumque polũ ductos,: qui per quas lineas,& quò preijciantur, & quid ſint partientes. 67
Horizon rectus, qui in aſtrolabo repręſentatur per colurum ęquinoctiorũ (quę in plano ipſo inſtrumenti linea recta eſt) diuiditur p circulos ductos per utrunque ipſius polum in æquatore diametraliter conſtitutos.& quid de horum numero ſit. 68
Horizon qui circulis ſit appellatus. 162
& qñ rectus,& obliquis ſit. 162
Horizon habens pro Zenit ipſum mũdi polum, ſortitur centrum & polum in centro inſtrumenti.
Hypate, chorda quę & cui planęctatũ detur. 155
Hyperbole chorde, quę. 149
Hyperbole quę. 264
Hyperboles diametri,& lineatio & eius regulæ. 271

De litera. I.

Icoſahedri ĩ dodecahedro effictio. 142
Icoſahedrum ſub quot triãgulis ſit. 5
Icoſahedrum cõſtruere, & data ſphera comprehendere,& oſtẽdere, ꝙ ipſius Icoſahedri latus irrationale eſt, appelaturque minor. 116
Icoſahedrum, ex quot triangulis baſibus ſolidis, atque angulis cõſtet. 103
Icoſahedrum ex quibus conſtet. 155
Icoſahedrum quot angulos, & baſes habet. 155
Icoſicordi Guidonis expoſitio. 154
Icoſichordum totum ex quibus conſtet. 155
Idus unde nuncupentur. 29
Ignis forma, pyramidalis, 143
Inſtrumentum omne geometricum ex qua materia fabricandum. 48
Inſtrumentum omne circulare, quid repræſentet in concaua primi mobilis ſuperficie.
Iouannes Sacroboſcus ſcripſit de Computo. fol. 1
Iordanus ſolus videtur Aſtrolabi atrigiſſe theoriam, & vnde deſumpta illa ſit. 61
Iſoſceles qualia latera habeat. 4
Iubal, filius Lamechis, primus cithara canentium,& Organi inuentor. 159

De litera. k.

KAlendę, Nonę,& Idus. 29

De li-

De litera. L.

Lacedęmones primi tibijs in prœlio vſi ſunt. 159
Latera quinque corporum regularium intra ſpheram inſcriptorum, cuius diameter habet duodecĩ partes. 122
Latera quinque corporum regularium ſphęrę inſcriptorum, cuius diameter ſupponitur pedum 12. ſecundùm terminos numeratios. 144
Latitudo aſtri ortiua quomodo inuenienda. 136
Latus maior cui lateri opponatur. 4
Lichanos, quę chorda ſit. 155
cui planetarum aſſimiletur. Ibid.
Limites linearum, qui. 4
Linea, quid. 4
Linearum, alia recta, alia flexa. Ibid.
Lineares limites. Ibid.
Linearę coincidentię, ſiue limites. Ibid.
Linea quando ſecat lineam, duo anguli collaterales quomodo reſultent. 6
Linea meridiana quõ inueniatur. 52
Linea recta a polo radiante deducta, orthogonaliter ſecans diametrum circuli maioris obliqui in ſphęra deſcripti, quò cadit &, cui ęqualis ſit. 64
Linearum horariarum tractatus. 81
Linearum horariarum theoria unde pendeat. 81
Lineę non tangentes, ſiue non incidentes, quę. 82
Lineę horarię a Meridie incipiẽtes. 86
Lineę occaſuales. 95
Linea recta ſi extrema, & media ratione ſecetur, maius ſegmentũ admittẽs totius dimidium, quintuplum poteſt eius, quod ex totius dimidia. 107
Linea recta ſi ſui ipſius ſegmento quintuplum potuerit, dupla prædicti ſegmenti extrema & media rõne diſſecta; maius ſegmentũ reliqua eſt pars eius, quæ in principio, rectæ lineę. ib.
Linea recta, ſi media & extrema ratione ſecetur, maius ſegmentum admittẽs dimidiam maioris ſegmenti; quintuplum poteſt eius, quod à dimidio maioris ſegmenti, quadrati. ibid.
Linea recta ſi extrema & media ratione ſecetur; quòd ex tota & minori ſegmento, vtraque quadrata triplum ſunt eius, quod à minori ſegmento fit, quadrati. 108
Huius conuerſa eodem concludetur diſcurſu. Ibid.
Linea recta ſi extrema, & media ratione ſecetur, apponaturque ei linea ęqualis maiori ſegmento; tũc & tota recta linea extrema & media ratione ſecabitur, & maius ſegmentũ erit ea, quæ in principio, recta linea. Ibid.
Linea recta ſi extrema & media ratione ſecetur, apponaturque ei ęqualis minori ſegmento; tota quintuplum poterit eius, quod a maiori ſegmento, quadrati. 108
Lineæ duæ rectæ ſi extrema ſingulæ, & media ratione ſecentur, totæ ad maiora ſegmenta eandem habebunt rationem Item totæ ad minora eandẽ. Item ſegmenta ſegmentis proportionalia erunt. 109
Linea recta rationalis, ſi extrema, & media ratione ſecetur, ſegmentorum irrationale eſt, appellaturque Apotome. Ibidem.
Linearum & Circulorum poſitio. 163
Linearum protectio, & ſitus, 166
Lineæ horariæ quæ ſuper vno ſe puncto ſecent, quæue æquidiſtent, & in quibus planis. 171
Linearum horariarum à meridie deſcriptio in horizõte obliquo, ſuoque verticali. 187
Linearum vtriuſque ordinis in horizõte obliquo deſcriptio. 193
Lineas circa horarias, & flexas, & horologiorum facies, notanda quædam. 199
Linearum tam rectarum, quàm flexarũ horariarum in recto & obliquo horizõte, ſitus formatio, proiectio. 212
Lineæ flexæ, quæ. 211
Lineæ flexæ, horariæ, quas ſecant, & tãgunt horariæ lineæ in obliquis horizontibus, & ſingulos ſitus, & horologia ſingula. 217

Lineę flexæ horariæ in ſingulis horologijs per ſingulos locorum,ſoliſque ſitus, vmbrarum deſinentias ſuſcipientes. 227
Lineæ horariæ vtcumq; ſen ad datam ſtationem ſecandæ, aut inueniendæ. 229
Lineæ horariæ quomodo aliter dſcribātur,& eiuſdem regulæ. 239.& ſeq
Linearum horariarum contrapoſitarū flexarum in horizontali, aut verticali horologio,deſcriptio. 254
Lineæ horariæ,flexæ ad parallelos, per initia ſignorum Zodiaci incedentes, pertinentes in horizontali,ſeu verticali horologio, quomodo delineandę. 259
Linea omnis ordinata in ſectione conica,eſt vel circuli,vel ellipſis cuiuſpiā diameter. 274
Lineæ tangentes flexas ducendæ, quæ. 277
Lineæ Nontangentes contrapoſitarum. 280
Lineæ tangentes, ſeu ſecantes conicas ſectiones. 275
Lineis duabus propoſitis, ex quibus vna ſit diuiſa,reliqua quomodo diuidenda. 54
Lineis in horarijs deſcribendis, omnibus numeris confectis inſtrumentis, & plano, & amplo ſpacio opus eſt. 100
Literæ Dominicales 32.&33
Literæ Dominicalis, Biſſexti,concurrentiumque inuentio per Cyclum ſolarem. 33
Literis ſeptem conſummantur oīs varietas in recipiendis modorum qualitatibus. 156.157
Loci altitudinis ſiue poli eleuationis indagatio. 53
Loci tertij a ſingulis cognitis duorum locorum longitudinibus diſtantiæ, & eius longitudinis, & altitudinis, perpenſio. 61
Locorum longitudines, & latitudines. 17
Locorum longitudines, quæ ab aliquo Occidentis termino, quem Ptolęmeus Meridianū inſularum fortunatarum poſuit,ſint,quomodo inueſtigari poſſint. 58
Lumen, ſi a meridionali polo radiare intelligatur, tunc vmbræ circulorū per dictum polum iu ſphęrica ſuperficie deſcriptorum, quò proijciantur. 62
Lunæ motus. 19
Luna defertur ab epicyclo,& quà. ibi.
Lunæ epicyclus à quo vectetur. ibid.
Lunæ Theorica. 21
Lunæ & Planetarum latitudines, quæ. 21
Lunæ eclipſis. 23
Lunæ,& Solis coniunctiones. 35
Lunæ ætas. 38
& Regulares. ibi.
Lunę locus in Zodiaco. 39
Luna quamdiu luceat. ibid.
Lunaris Cyclus, & quomodo inueniatur. 35
Lunationum diſtributio. 36

De litera M.

Magnes vnde dictus. 201
cur ferrum attrahitur. ibid
num vicissim à ferro trahatur. ibid.
cur per contractum virtutem ferro impertiatur. ibid.
Magnes in vaſe ligneo innatante poſitus,cur determinatam ſui partē ſemper ad ſeptentrionem,quamuis alioſum detortus conuertitur. 101
Cur ipſius fragmētū idipſum faciat. ibidem.
Cur ferrum poſt ipſius contactū,idē faciat. ibid.
Magnes, vel acus ad eius contactum attemperata,cur nō reſpexit potius Ortum, vel Occaſum. 101
Cur Nautæ iſto artificio, & obelo tali vtantur. 102
obelus idem,cur a vero ſeptentrione quandoque ad dextram, quandoque ad ſiniſtram declinet. ibid.
Item cur idē obelus pixidis, ſeu magnes

gnes poculo innatanti impoſitus, detortus à ſitu ſuo, non ſtatim ad eũ redit. ibid.
M. Val. Meſſala Conſ. horologium ſolarium in columna ſecũdùm roſtra primus poſuit. ibid.
Marſias ſucceſſor tibię Palladis. 159
ab Apolline ſuperatus, & excoriatus. ibid.
Menſis quotuplex. 29
Menſium ingreſſus. 34
Meridiana linea quomodo inueniatur. 52
Meridianus, Coluri, & omnes declinationum circuli, & omnis Horizon rectus, quando ſe inuicem interſecantes. 63
Mercurij theorica. 21
& eius centrum ęquantis. ibid.
Mercurius tetrachordi inuentor. 147
Mercurius quomodo inſtrumentum muſicum excogitauit fabricandum. 159 ibid.
Orphea docuit muſicam. ibid.
Meridianus circulus qui. 13
Meſe quæ chorda ſit. 155
cui aſſimiletur. ibid.
Meſſeala fabricæ Aſtrolabi vſum ſatis tradidit, parcius autem eius ſpeculationem. 61
Metalla cætera præter ferrum, cur lapidem non habeant. 101
Modi canendi, quarum Gentium moribus accommodati, & nomen ſumpſere. 145
Modi quatuor canendi, qui dicuntur aſtentici, duces, & præcipui, vbi in tetrachordo locentur, & qui illi ſint. 155
Item qui ſint qui iſtis ſubiaceãt. ibi.
Modi in Icoſichordo, qui autentici, qui ſubiugales. 156
Modi in Icoſichordo, planetis ſeptem, & octauo Orbi conſignantur: & qui illi ſint. 156
& quid efficiant. 157.158
Modi autentici vnde formentur. 157
Vnde Placales. ibid.
Moſes primus inuentor tubæ ęneę. 195
Motus cœleſtis in duplici differentia reperiri. 8
Motus primus. 12
Motus corporibus quæ mouentur, proportionales. 146
Multiplicitas perfectiorem facit conſonantiam. 151
Mundus totus rotundus. 8
& quid. 9
Mundus, quæ ſphera ſit. 162
Muſica triplex. 145
Muſica vetuſta ex quot neruis conſtitiſſe penes Nichomachum. 147
Muſica ſpeculationi, & moralitati conducit. 145
Muſicam ad docendos pueros, qui magno pretio conducti. 145
Muſicæ traditiones. ibi.
Muſicas voces ſemper eſſe in numerorum rõne, & commenſurabiles. 149

De litera N.

Neate, vel Nete, q̃ ſit chorda. 155
Neruus in cithara, qualiter ſonat. 146
Neruus citharę ĩtactus, ad alterius nerui vniſoni aerem tremefactũ mouetur. ibid. 149. & 150
Nete, vel Neate quæ chorda vocetur, & cui aſſimiletur planetarum. 155
Nicephorus, & Proclus apud Græcos in explicanda Aſtrolabi ſpeculationes, obſcuri, & mutili videntur. 61
Nonæ vnde dicantur. 29
Numeri Aurei diſpoſitio. 36
Numeri pręcipui, concinniores ſymphonias generant. 151

De litera O.

Octahedrum ſub quot triangulis continetur. 54
Octahedrum, quę figura & ex quot baſibus & angulis ſolis conſtet. 103
Octahedrum conſtruere, & data ſphera cõprehẽdere, & oſtẽdere, quòd ipſius ſpherę dimetiens potentia, lateris ipſius octahedri duplus eſt. 115

Octahedri

Octahedri in pyramide cōſtructio. 142
Item eiuſdem in Cubo incluſio. ibi.
Octahedri ī dodcahedro cōpoſitio. 142
Octahedrum, quot angulos poſſideat & quot baſes. 155
Octochordum,& eius expoſitio. 148
Octochordi grauiſſima chorda ſtellato cœlo reſpondet:& reliquę quibus cęlis conſonent. 148
Sed collatio hęc ſimplex numeri,& ordinis eſt. Ibid.
Octogonium triangulum. 4
Octogoni latus vnde innoteſcat. 114
Orbis totius figura. 8
Orbis terreſtris ambitus dimenſio. 59
Orpheus Thamyrim, & linum docuit muſicam. 159
Oxigonium triangulum. 4

De litera. P.

PAllas tibię inuentrix dicitur. 159
Pan fiſtulæ inuentor. 159
Parabola,quæ. 264. & 265.
Paraboles diametri,& lineatio & eiuſdem Regulę. 265
Parabola quo pacta per paralleli ſui radios in horizontali, ſeu verticali horologio ſit delineanda. 231
Paralleli,quæ figurę. 4
Parallelogrammum figura, Ibid.
Parallelo grammum ad ſuum triangulum duplum eſt. 6
Parallelogramma inter Nontāgentes, &periferiam locata,ſunt inuicē ęqualia:Quòd tàm non tangentis ſectionem à tactu, quàm ſecantis eandem à periferia ad non tangentes recepta ſegmenta ſunt ęqualia. 283
Parallela plana,quę 5
Parallelepipeda ſolida. Ibid.
Paralleli qui Almucantarat Arabice nūciarentur,& qua ducantur. 70.71
Parallelorum tam Zodiaci, quàm Horizontis deſcriptio. 74
Parallelorum per initia ſignorum deſcriptio. 91
Paralleli. 82
Paramete,quę ſit corda & cuius planetarum aſſimiletur. 156
Parenete,quę chorda ſie vocetur, & cui planetarum aſſimiletur. 155
Parhypate quæ chorda, & cui planetarum accomodetur. 155
Parthi tīpanis ī pręlio primi vſi ſūt. 159
Paſcha,& eius inſtitutio. 41. 42
Paſchalis cyclus. 43
Pentagoni ęquilateris ſi tres anguli continui, aut non continui æquales fuerīt,ęquiāgulū erit Pētagonū. 110
Pentagoni æquilateri & ęquianguli ſi binos continuos angulos binę rectę ſubtendant,extrema & media ratione ſe inuicem ſecabunt, & maiora ſegmenta ſingula erunt Pentagoni lateribus æqualia. Ibid.
Pentagoni latus pothexagoni, & decagoni latus in eo circulo, in quo pētagonū clauditur,deſcriptorum. 112
Percuſſionum commenſurabilitas conſonantiam efficit. 149
Periferiæ diuiſio. 229
Periferia inſtrumenti circularis reddit circuli ſibi ſimilem arcum.
Periaci,hoc eſt,ſub eodem parallelo circumhabitantes. 17
Periſcij,qui. 17
Perpendicularis Recta,quæ. 5
Perpendiculares à centro circuli, cuius diameter eſt partiū duodecim ad latera figurarum æquilaterarum,intra ipſum deſcriptarum. 122
Perpendiculares a centro ſphęrę, cuius diameter eſt partiū duodecim ad baſes quinque corporum regulariū, ab ipſa ſphęra circūſcriptorum. 122
Perpendicularis à centro ſphæræ ad baſim Octahedri,potētialiter tripla eſt ad perpendicularem ab eodem cētro ad baſim pyramidis in eadem ſphęra locatæ. 124
Perpendicularis à centro ſphæræ ad baſim cubi,ab ipſa ſphæra cōprehenſi, eſt dimidium lateris cubi. 125
Perpēdiculares duę, vna à cētro ſphęre ad baſim Octahedri, altera ab eodē cētro ad baſim Cubi,in eadē ſphæra comprehenſorum,ſunt æquales. 125

Per-

Perpendiculares à centro ſphęrę ad baſes octahedri, atque Cubi circumſcriptorum, arguuntur ęquales. 126
Perpendiculares a centro circuli, cuius diameter pedum duodecim ad latera figurarum ęquilaterarum in ipſo circulo inſcriptarum. 144
Perpendiculares à centro sphęrę, cuius diameter pedum 12 ad baſes ſingulorum corporum regularium in ipſa ſphęra inſcriptorum. Ibid.
Philolai error in Toni ſectione. 148
Philoſophia tripliciter diſtinguitur. 2
Philoſophię pars ſpeculatiua, in quas alias diuidatur. fol. 3. & 4
Philoſophiæ practica pars, ſicut corpus animo parit, theoricam ſequitur magiſtram. 211
Phyſica ſigna, quę. 12
Piſeus Tyrrenus ęneæ tubæ inuentor, ſed ante hunc Moſes. 159
Planæ ſimiles, ſimiliterque poſitę figuræ, quę. 5
Plana duo ſi ſe inuicem ſecantia, tertio quodam plano ſecentur, factę à tertio plano ſectiones, que rectæ lineæ ſunt, ſe inuicem ſecant. 166
Plana tria, vel plura ſi ſe inuicem ſuper eadem recta ſecent, quorum vni planum quartum æquidiſtet, reliquam ſecet; factæ a quarto plano ſectiones, erunt æquidiſtantes. 167
Planetarum directiones, regreſſiones, & ſtationes. 21
Planum ſi ſecet ſpheram per centrum, ſectio erit circulus maior habens commune centrum cum ſphera, eamque ſecans in duo hemiſphęria. 6
Planum ſi ſecet ſpheram pręter centrũ, quæ ſectio, quod centrum. 7
Poli ſpheræ, qui. 7
Poli mundi. 9. 162
Poli eleuationis indagatio. 53
Polus ſphæræ ſeptentrionalis ſi tangat planum, tunc locus omnis ſtellę, vel puncti in ſphærica ſuperficie conſtituti, quò proijciatur. 62
Polus ſeptentrionalis in plano, quando eſt ipſum punctum contactus. 62
Polyedræ figurę. 5
Polyedris ex figuris ſolidis, quot quæ Regularia tantùm dicantur. 5
Præcepta ſymphonias contexendi. 158
Priſmata figura. 5
Problemata circa magnetem. 200
Proclus in aſſignāda ſpeculatione aſtrolabi, obſcurus & mutilus videtur. 61
Profunditas putei alicuius metiendi, quomodo conſideranda. 50
Proportio, ſeu ratio, quid. 5
Proportio ſeſquialtera facit diapente non abſolute perfectionis. 151
Proportio ſeſquitertia facit diateſſaron non vndiquaque ſuauem. ibid.
Propoſitiones elementorũ Euclidis. 107
Proportionum vocalium calculus. 160
Proslambanomenos, chorda quæ. 155
Ptolemæus explicans Aſtrolabi fabricã, lectorem fatigoſo calculo potius fatigat, quàm docet. 61
Ptolemæus in quo vocales differentias figebat. 149
Punctum quid. 4
Puncta æquinoctiorum, & ſolſtitiorum. 10
Puncto intra lineas coincidentes ſignato, poſſibile eſt per punctum ipſum ita lineam deducere in occurſum cõincidentium, vt in puncto tali per æqualia ſecetur. 274
Pyramis ſub quot triangulis contineatur. 5
Pyramides figuræ. 5
Pyramis quot triangulas baſes, & ſolidos ſortitur. 103
Pyramidis cõſtitutio in ſphæra, & quòd ipſius ſphęræ dimetiens potentia ſeſqui alter eſt ad latus ipſius pyramidis. 115
Pyramidis tota ſuperficies, vel octahedri, intra ſpheram, cuius diameter rationalis eſt, dẽſcripti, medialis eſt. 124
Pyramidis latus ad perpendicularem, quę à vertice ad baſim delabitur, potentia ſexquialterum eſt. 124
Pyramidis tota ſuperficies ad totã octahedri ſuperficiem eſt ſubſeſ quialtera, ficus. 56. ad. 24. fol. 125.

10

Pyramidis I Octahedro collocatio. 142
Pyramidis deſcriptio in dato Cubo. 182
Pyramidis in dodecahedro accõmodatio. 142
Pyramidis in Icoſahedro figuratio. 143
Pyramis quot angulos, & baſes hēt. 155
Pythagoras quomodo conſonantiarũ proportiones explorallet. 147
Pythagoras in quo vocales differentias conſtituebat. 149
Pythagoras lirę heptachordon Orphei, addidit octauam chordam. 159

De litera Q.

Qvadrans. 51
Quadrans inſtrumentũ ſimplex, facile, neceſſarium & cõe. 51
Vnde nomen ſortitur. ibi.
Quomodo fabricandum. ibi.
Quadrantis fabrica, & vſus. 177
Quadratum quæ figura. 4
Quadratum Geometricum. 48
quomodo fabricandum. ibi.
Quadranti planicies, ad captandas meridianas Solis & eius declinationem, aſtrorũ altitudines, poliq; eleuationem, quomodo ſiſtenda. 52
Quadrata laterũ pyramidis, & Cubi pariter ſumpta, ſunt æqualia quadrato diametri ſphæræ, in qua deſcribuntur. 116
Quadrilaterum figurarum ſpecies. 4
Quinquangulum æquilaterũ ſi in circulo rõnalē habēte diametrũ, inſcribatur, quinquanguli latus irrationale eſt, appellaturq; Minor. 113

De litera R.

Ratio vnde nuncupatur. 5
Ratio, ſeu proportio, quid. ibid.
Rationes ſimiles, vel æquales, quę. ibi.
Rationi magis q̃ ſenſui credendũ. 147
Recta præter circuli centrum ducta, q̃ũo diuidat ipſum circulum. 4
Recta in Rectam perpendicularis q̃n ſit. 4
Recta perpendicularis, quæ. 5
Recta, quando ſecat duos parallelos, anguli contrapoſiti, coalterni, extrinſecus, & intrinſecus oppoſiti; ſunt inuicem æquales. 6
Rectangulum figura quæ. 4
Rectãgulũ eſt totius cubicæ ſuperficiei pars duodecima, q̃d ſub perpendiculari a cẽtro baſis cubi ad latus, & ſub ipſo latere comprehenditur. 116
Rectangulũ eſt totius ſolidę areę pars duodecima, quod ſub perpēdiculari a centro baſis Octahedri ad latus, & ſub ipſo latere comprehenditur. ibi.
Rectilinearum figurarum ſpecies. 4
Regulares Solis. 55
Regulares Lunæ. 38
Regula volubilis quæ Arabicē uocatur Allida la, quæ. 75
Regulæ aliq. altitudinis mēſurãdę. 50
Regulę ſuper linearũ ſectione, & æquidiſtantia. 85
Regulæ generales in oĩ horologio. 98
Regulæ cũ receptionibus ſuis linearũ horariarũ, q̃ ſuper vno ſe puncto ſecent, quæue ęquidiſtent, & in quibus planis. 171. & 175
Repetitio rõnis pro calculo diametrorũ, laterũ, & perpendicularium. 130
Reſurrectionis dies. 46
Rhombus figura quæ. 4
Rhomboides figura, quæ. ibid.
Robertus Epiſcopus Lingonienſis ſcripſit de Computo. fol. 1
Rodus & Alexandria ſub eodem ſunt fermè meridiano. & diſtantia rahũ vrbium quot gradus habeat. 59
Rodi latitudinē quot gradus eſſe. 60

De litera S.

Sappho, plectri inuentrix. 159
Scalenum qualia latera habeat. 4
Scalenus conus qui. 264
Scholium ſuper calculo laterum figurarum ęquilaterarum. 121
Scientiarum diuiſio. 3. & 4
Scientia pręcedit ſcientiam quinque modis. ibi.
Scipio Naſica primus Romæ Clepſydræ

drę inuentor. 161
Scopas Syracuſanus Plinthi, ſiue lacunaris inuentor. 161
Scriptores de compnto. 1
Sectio conica quæ dicatur. 164
Semicirculi horarij. 164
Semidiametri circulorũ circumſcribẽtium baſes quinq; corporũ regulariũ à ſphæra, cuius diameter eſt partium duodecim circũſcriptarũ. 122
Semitonium maius quod. 147
Semitoniũ minus, hoc eſt Dieſis, quibus maius, & minus. 148
Semitonium maius quid. 152
Senſus quãq; in iudicando fallitur. 147
Seſquitertia ratio dupla eſt eius, quã habet tota Cubi ſuperficies ad totam octahedri ſuperficiem. 127
Seſquiterria ratio dupla eſt eius, quam habet Cubica baſis ad pyramidis baſim in eadem ſphęra. 129
Sexanguli & Decagoni, in eodem circulo deſcriptorũ ſi latera componantur, cõpoſita tota extrema & media ratione ſecantur & maius ſegmentũ eſt ipſius ſexanguli latus. 111
Quid, ſi lineę extrema, & media ratione diuiſæ, maius ſegmentum ſit latus hexagoni in aliquo circulo deſcripti? ibid.
Sexanguli latus ſi extrema & media ratione ſecetur, maius ſegmentũ erit decagoni latus circumſcripti in circulo, ſexangulum circumſcribente ſol. 111. & 112
Sexcupla ratio ſuperpartiens tres quartas, dupla eſt ad rationẽ, quã habet Octahedri ſolidum ad pyramidis ſolidum in eadẽ ſphera exiſtentiũ. 125
Siculum fretum iu numeris Ptolemæi quot gradus habere videtur. 60
Signa duo oppoſita in quolibet horizõte, quas aſcentiones habeant. 16
Signa a Solſtitio æqualiter remota, pijciũt, areuales vmbras æquales. 64
Signifer, ſiue Zodiacus, qui. 9
Signorum aſcenſiones in Horizonte recto. 15
Item ſignorũ in horizõte obliquo. ibi
Sinuum regularum expoſitio. 15
Sinuum regulæ, quæ. ibid.
Solida ſimilia, & ſimiliter collocata 5
Solida regularia Geometrarũ, quot & quæ. 103
Solidum quid. 5
Solidorum ſpecies. 5
Solida duo ſimilia in tripla ſunt ratione correlatiuorum laterum. 6
Soni motibus proportionales, ſecundũ ictuum numeroſitatem. 146
Soni vniſoci quando generentur. 150
Sonorum proportio ex numerorũ proportione ſumitur. 146
Sonus quid. 146
Sonus vnde efficiatur. 150
Sonus grauis, & acutus, ex quibus redduntur, 146
Sonus a chorda in cithara qũo fiat. ib.
Sol quando peragat ſemicirculũ æſtiuũ Zodiaci, & iu quot diebus. 72
Solarij theoria. 81
Solariũ recti horizõtis, & meridiani. 91
Solarij locatio. 100
Solis ſemita quæ, & qũo vocatur. 9
Solis declinatio ab Æquatore quot graduum. 10
Vnde proueniat. ibi.
Solis motus. 19
a quo deferatur, & quà. ibid.
Solis æquatio quæ. 19
Solis Theorica. 21
Solis eclipſis. 25
Solis ingreſſus iu ſigna. 30
Solis Regulares. 35
Solis, & Lunæ coniunctiones. ibid.
Solis, vel aſtri declinatio, quomodo inuenienda. 53
Solis, ſiue cuiusuis eclypticæ loco dato declinatio, & aſceuſio recta quomodo adſcribatur. 54
Solis, vel cuiuſpiã ſtellæ ortus, latitudo ac differentia aſcenſionalis quomodo ſciſcitanda. 55
Solis, vel ſtellæ diurnus, aut nocturnus arcus, quomodo addiſcendus. 56
Solis vel ſtellæ per datam in quouis loco altitudinẽ, a meridiano diſtantiæ determinatio. ibid.

Solis

Solis declinationes maximæ, quæ. 163

Solis in meridiano cõſtituti altitudo, & eius diei altitudinum maxima. 178

Solſtitia quot, & quando. 30

Spacia duo æque a contactu remota, ſunt æqualia. 66

Spartiatæ cur ſucceñ contra Timotheũ Mileſium. 145

Sphęrę tractatus quid contineat. 1

Sphęra quid. 1. & 5

eius diameter vel axis per centrum incedit. ibid.

Sphęrę principia ſecundũ Ptolomeũ. 7

Sphęrę octauę motus. 23

Spęrarum numerus, & ordo. 24

Sphęrę diametro propoſita quinque corporum regularium, ab ipſa ſphæra comprehenſorum, latera exponere & inuicem conferre. 120

Sphæra ſolida, & quõ cõſtruatur. 79

Sphæræ à centro ad baſim circũſcriptę pyramidis recta ppẽdicularis, eſt ſexta pars ſphęricæ diametri. 124

Sphæræ ſemidiameter ad perpẽdicularẽ a centro ad baſim octahedri circun ſcriptę, potentia triplum eſt. 124

Sphęrę à centro ad baſim Icoſahedri, recta perpendicularis maior eſt quàm perpendicularis ab eodem centro ad baſi cubi ĩ eadẽ ſphęrę cõſtituti. 133

Sphæræ in quolibet ſolidorum. ſ. pyramide, Cubo, Icoſahedro, & Octahedro, inſcriptio. 143

Stellarũ apparitiões, & occultatiões. 18

Stellæ cuius longitudo & latitudo notæ proponuntur, declinatio, & recta aſcẽſio quõ determinandæ. 55

Stellarum duarũ habentiũ cognitos in longitudine locos, dimenſio. 57

Stellæ locis p Quadrãtẽ iueſtigatio. 58

Stellarum duarum, duarũque Ciuitatũ longitudines & latitudines quomodo perpendendę. 61

Stellæ declinatio, latitudo, aſcẽſio recta, declinatio. 162

Stoflerinus fabricam, & vſum Aſtrolabi luculenter tradidit. 62

Stylus in parietalibus horologijs vbi figendus. 99

Superficies, quæ.

Superficiei ſpecies.

Superficies conica, quæ. 163

Superparticularitas conſonantiam non reddit perfectam. 151

Symphonia ſuauior ibi conſurgit, vbi iſtuum eſt correſpondentiæ. 151

Syuemmenę chordæ quæ. 148

De litera T.

TAbella Arcuũ diurnorũ, differentiarum aſcenſionũ, latitudinũ ortus, declinationumq; ad latitudinẽ grad. 38 $\frac{1}{6}$ 108

Eiuſdem reſiduum. 109

Taurominiranus adoleſcens contra quem ira percitus, & quomodo à Pytagora mitigatus. 145

quos ẽt à morbis idem eripuit. ibid.

Tangentes, ſeu ſecantes lineę conicas ſectiones, quę. 272

Temporis diuiſio. 20

Tempora quatuor. 30

Temporũ diſpoſitio, & obſeruatio. 43

Temporum diſtinctio. 44

Terminus quid. 4

Terpander liram Orphei, quæ aurea in mare proiecta fertur, in Ægyptũ tulit, & cur eius inuentor eſſe dicatur. 159

Terra in medio mundi ſita. 8

reſpectu Firmamenti quaſi punctum. ibid.

Quòd motu locali careat. ibid.

Terræ figura rotunda. 8

Terræ ſemidiameter ad cycli ſolaris & Firmamenti diſtantiam collata, eſt inſenſibilis. 52

Terræ forma cubicalis, & quare. 143

Terreſtris orbis ambitus dimenſio. 59

Terreſtris globi diametri ſciſcitatio. 60

Terreſtris circuli maximi quomodo plana ſuperficies producenda. 60

Terreſtris molis magnitudinis coniectio. 61

Teſtamenti noui Feſta. 44

Tonis ſingulis ſua ineſt ꝓprietas. 145

Tonus, quot commantibus maior, & minor.

minor. 153
Tonus quid. 146. & 153
Tonus, ſeu Phehongũ quid. 146
Tonus non diuiditur per ęqualia. 148
Tonus quot commatibus maior, & minor. 148
Tonus quarum proportionum ſit differentia. 151
Tonus bis ablatus a diateſſaron, quid reddat. 151
Tonus ter ablatus a diapente, quid efficiat. 151
Toni triplicati admiſſio dura fuit canentibus. 152
Trapezium figura quæ. 4
Tremor velocior, ſonum facit acutiorem. 150
Troglodytæ Sambucę inuentores. 159
Tropi, ſeu modi octo, interuallorum diapaſon ſpecies. 149
Tropici qui circuli ſint. 10
Tropicũ inter & Arcticũ, vel Antarcticũ circulũ degentium, ſitus. 15
Tropici Cancri, & Capricorni, qui. 163
Triangulorum ſpecies. 4
Triangulum amblygonium. 4
Triangulum oxigonium. 4
Triangulum orthogonium quod. 4
Triangula duo, duo Parallelogramma, duæ Columnæ, duæ pyramides, ſiue Coni ſup ęquas baſes cõſtituti, ſunt faſtigijs proportionales. 6
quid ſi ſint eiuſdẽ altitudinis? ibid.
Triãgulũ æquilaterũ ſi ĩ circulo deſcriptũ fuerit, ipſius triãguli latus, potẽtia triplum eſt ad circuli ſemidiametrum. 113
Triãguli ęquilateri latus ad ppẽdicularẽque ab angulo ad baſim, potentia ſexquitertium eſt. 123
Triãguli æquilateri ſi latus fuerit rõnale, ſuperficies eius eſt medialis. 123
Tripla ratio, dupla eſt eius, quam habet cubica ſupficies ad pyramidis ſuperficiem in eadem ſphęra. 129
Tritonius a diapente vincitur ſemitonio minori. 146
Tritoni duricies vnde temperetur. 147
Tubarũ clãgore, & pulſu tympanorũ, pugnatium animi accenduntur. 14

De litera V.

VEneris, Martis, Iouis, atq; Saturni, motus. 20
Veneris, Martis, Iouis & Saturni theorica. 21
Vertex flexæ lineę, qui. 264
Vmbræ a quibus efficiantur. 13
Vmbræ rectæ, ſiue verſę, ſiue altitudinis cuiuſpiã, vel lõgitudinis ſpaciũ quomodo per Quadratum geometricum innoteſcit. 48. 49
Vmbrę circulorum in eadẽ ſphęrica ſupficie deſcriptorũ, & plano tangenti ęquidiſtantium, quò proijciuntur, & vbi centrum habent 62
Vmbræ circulorũ in ſphęræ plano ſubiecto ęquidiſtãtiũ, in plano ipſo circulares, tã centrũ quàm polũ ſortiũtur in ipſo contactus puncto, & qui ipſe ſit. 64
Vmbrę circumferiales nõ ſunt arcubus ſuis ſimiles. ibid.
Vmbra longiùs proiecta, in maiorem circumferentiam proijcitur. ibid.
Vmbra proiecta ĩ omni circulo obliquo ad planũ ſubiectũ, polũ habet a centro diuerſum. 65
Vmbra recta, quæ. 163
Verſa quæ. ibid.
Vnis, onus conſonantiarum exordium. 149. & ſeq.
Vnitas principium numerorum. 150
Vocalium proportionũ calculus. 160
Vocum muſicarum proportio rationalis eſſe debet. 146

De litera. Z.

ZOdiacus, ſiue ſignifer, qui. 9
Zodiacus in quot arcus æquales diuiditur. 10
Et quomodo vocentur. ibid.
Zodiaci maxima ab Æquatore declinatio quomodo inuenienda. 53
Zonę quinque. 11

Errata ſic corrigito.

Folio 33. *verſu* 20. *Cyclus Cyclum*. 36. 38. *auri aurei*. 42. 24. *igitut igitur*.

BIBLIOTECA NAZ. ROMANA VITTORIO EMANUELE

REVERENDI DO. FRANCISCI MAVROLYCI, ABBATIS MESSANENSIS, ATQVE MATHEMATICI CELEBERRIMI.

De Sphæra Liber vnus.

AD LECTOREM: PROLOGVS.

DE Sphęra, & de computo temporum multos olim ſcripſiſſe conſtat: inter quos Jo. Sacroboſcus, Robertus Epiſcopus Lingonienſis, & Campanus prę cipui ſunt. Lubet tamen hîc paucis perſtringere quidquid pertinet ad huiuſmodi negocium. Sphęræ quidem tractatus continet aſtronomica rudimenta: Computus autem kalendarij, Feſtorum menſium: & anni rationem, quaſi quædam ad calculum introductio. Quare, ſicut Sphæra videtur eſſe theorica quędam motuum, ita Computus praxis eorundem & ſupputatio. Et vtrunq; vſu venit publicæ commoditati. vtrinq; enim deriuatur, faſtorum, temporum, lunationum, ac ſolemnitatum diſtinctio, & annorum ordo, ſecundum Conſules, Cęſares, Pontifices, Reges, & hiſtorias ſuccedentium;

atque quotidianus rationum & negociorum vſus. Tentabimus igitur & nos horum principia & præcepta ſubtexere. fortaſſe aliquid ab alijs omiſſum, ſupplebimus: aut, ſi opus fuerit ſuperflua reſecabimus. vtroque enim modo hallucinantur authores. Et breuior traditio facilius percipitur. Quis neſcit Campanum, tam in Sphæra, quàm in Computo tam diffuſe locutum non ad negocij neceſſitatem, ſed ad oſtentationem: vtq; Sacroboſcum inſcitiæ pariter argueret? Sed vtinam ipſe in traditione elementorum Euclidis, ſuo nimium confiſus acumini non erraſſet, & Io. Regimontij limam non ſenſiſſet. Sed hæc alibi diſcutientur.

De ſcientiarum diuiſione.

QVONIAM omnis ſcientia verſatur circa ſubiectum, de quo tractat: eſt in ſubiecto, hoc eſt in anima: dicitur de ſubiecto, vt generalis de particulari. propterea philoſophia diſtingui poteſt per tres modos. Primò, ſecundum diuiſionem ſubiecti, vt in Organicam & realem, ſicut ſubiectum in ſignum & rem ſignificatam. Secundò, ſecundum obiecta potentiarum animæ: vt in conſyderationem veri, quod eſt obiectum intellectus; & boni, quod eſt obiectum voluntatis. Tertiò, ſecundum diuiſionem generis in ſpecies: vt in Theoricam & Practicam, quæ ſunt duæ præcipuæ ſpecies Philoſophiæ.

Præterea Scientia præcedit Scientiam quinque modis. Primò, vt generalis particularem. Exempli gratia, Philoſophia vniuerſas, Mathematica Geometriam, Logica Grammaticam. Secundò, propter ordinem inuentionis, ſicut cognitio particularium præcedit cognitionem vniuerſalium: vbi à ſenſu procedimus ad intellectum. Tertiò, in proceſſu diſcendi, ſeu docendi: ſicut Grammatica præcedit Rhetoricam, & Dialectica cæteras. Quartò, nobilitate ſubiecti: ſicut Theologia præcedit Aſtronomiam, & Aſtronomia Geographiam. Quintò, certitudine demonſtrationis, vt Geometria præcedit Aſtronomiam, & Aſtronomia Phyſicam.

Secundum

Secũdũ diuiſionẽ ſubiecti.

- Philoſophia
  - Organica vel Logica
    - Grãmatica
      - Poetica
      - Hiſtorica
    - Rhetorica
    - Dialectica
  - Realis
    - Speculatiua
      - Metaphyſica
      - Mathematica
        - Arithmetica
        - Geometria
        - Muſica.
        - Aſtronomia
      - Phyſica
    - Practica
      - Actiua.
      - Factiua.

Secũdũ obiecta potentiarum.

- Philoſophia circa obiectum ĩtelIs vel volũtatis.
  - Verũ circa ſpeculationẽ.
    - In j. cã
      - Metaphyſica
      - Theologia
    - In ij. cã
      - Naturę
        - Mathematica
        - Phyſica
      - Artis
        - Logica
          - Grammatica
          - Rhetorica
          - Dialectica
        - Arithmetica
        - Geometria
          - Muſica
          - Metrica
          - Aſtronomia
          - Geographia.
  - Bonum circa praxim.
    - Aĩæ circa mores co lendos.
    - Corporis circa exercitia mechanica.

Secundũ diuiſionẽ generis in ſpecies.

- Philoſophia.
  - Theorica
    - Realis
      - Metaphyſica
      - Mathematica
        - Arithmetica
        - Geometria
      - Phyſica
        - Muſica
        - Aſtronomia
    - Rõnalis
      - Grammatica
      - Rhetorica
      - Dialectica
  - Practica
    - Actiua
      - Ethica
        - Politica
        - Oeconomica
      - Monaſtica
    - Factiua, ſub qua cõtinentˊartes mechanicę.

Sic per triplicem reſpectum, Philoſophia tribus modis diſtingui poteſt. Nec te lector ingenioſè moueat diuerſitas poſitionum: quandoquidem in vnaquaque trium diuiſionum Scientiæ, & artes (vtcunque diſponantur) ſemper inuicem cognatæ, & ab eadem radice propagatæ conſiſtunt.

Quoniam itaque Speculatiua pars Philoſophiæ diuiditur in natu-

ralem, Mathematicam, ac Theologiam. Atque Theologia excedit facultatem humanam. Phyſica verò, propter materiæ fluxum, incerta. idcirco commendatur Mathematica, & præcipuè Aſtronomia, propter certitudinem demonſtrationis, & ſubiecti nobilitatem, vt ait Ptolemæus. Igitur Aſtronomiæ principia traditur, præmittemus quædam geometrica, & neceſſaria præambula.

Geometrica principia.

PVNCTVM eſt ſignum quantitatis expers. Linea eſt longitudo latitudine carens. Linearum quoq; alia recta, alia flexa. Superficies eſt, quæ longitudinem & latitudinem habet. Superficierum alia plana, alia curua. Angulus eſt linearum concurſus indirectus. Angulorum alius rectilineus, alius alterius modi. Recta in rectam perpendicularis eſt, cum vtrinq; angulos facit æquales, qui recti dicuntur. Angulus recto maior, obtuſus: minor autem acutus dicitur. Terminus eſt limes, ſeu finis. Figura eſt, quæ termino, vel terminis clauditur. Circulus eſt figura, cuius centrum à periferia æqualiter diſtat: hunc diameter per centrum ducta in ſemicirculos diuidit: recta verò præter centrum in portiones inæquales. Rectilinearum figurarum quædam ſunt trilateræ, quædam quadrilateræ, quædam multilateræ. Triangulorum autem quoddam æquilaterum: quoddam Iſoſceles, quod duo tantùm latera æqualia habet: quoddam Scalenum, quod tria inæqualia. Item aliud orthogonium, quod vnum ex angulis rectum: aliud amblygonium, quod vnum obtuſum: aliud oxygonium, quod omnes acutos habet. Semper autem maius latus opponitur angulo maiori. Et anguli tres coniuncti conficiunt duos rectos. Quadrilaterarum figurarum quinque ſunt ſpecies, Quadratum, Rhombus, Rectangulum, Rhomboides, & Trapezium. Ex quibus prima & ſecunda ſunt æquilateræ ſolum Prima & tertia rectos habent angulos. Secunda & quarta oppoſitos angulos habent æquales. Tertia & quarta latera etiam oppoſita æqualia. Poſtrema verò neque æquilatera, neque æquiangula eſt. Rectæ autem paralleli, ſiue æquidiſtantes ſunt, quæ in eodem plano deſcriptæ quorſumcunq; & quantumcunque protractæ contactum non admittunt. Parallelogrammum eſt, cuius oppoſita latera æquidiſtant. quales ſunt æquilaterarum primæ quatuor ſpecies. Limites & coincidentiæ linearum ſunt puncta. Cuiuslibet figuræ rectilineæ anguli omnes coniuncti conficiunt tot paria rectorum, in quot triangula diuiduntur. Vnde quatuor anguli figuræ quadrilateræ conflant quatuor rectos, quia reſoluitur in duo triangula. Anguli figuræ pentagonæ conflant ſex rectos, quoniam ſecatur in tria triangula, & ſic deinceps.

Solidum

Solidvm eſt corpus ſub triplici dimenſione contentum hoc eſt, quod longum, latum & profundum eſt. Perpendicularis recta in planum eſt, quæ rectos facit angulos cum rectis in plano ductis. Parallela plana ſunt, quæ quoquo verſum & quantumcunq; producta nuſquam coincidunt. Parallelepipeda ſolida ſunt, quorum oppoſitæ baſes ſunt parallelæ. Solidorum ſpecies ſunt Pyramides, Columnæ, Priſmata, atque polyedræ figuræ. Angulus ſolidus fit ex concurſu trium, vel plurium angulorum planorum, quos neceſſe eſt quatuor rectis angulis eſſe minores. Ex polyedris figuris ſolidis quinque tantum ſunt, quæ regularia dicuntur, quoniam ſub æquilateris, & æquiangulis & æqualibus inter ſe baſibus ſingula continentur. Pyramis, ſcilicet quatuor triangulis. Octaedrum octo. Cubus ſex quadratis. Icoſaedrum triangulis viginti. Dodecaedrum duodecim pentagonis. Conus eſt Pyramis rotunda ſuper baſim circularem. Cylindrus columna rotunda, pro baſibus habens circulos æquos & parallelos. In his axis per verticē & centra baſium ducitur. Qui cum perpendicularis eſt, eſt ad baſim, Conus & Cylindrus dicetur rectus. Secus autem Scatenus. Tam duæ rectæ ſe inuicem ſecantes, quàm omne triangulum rectilineum in vno iacent plano. Sphæra eſt ſolidum ſub vna ſuperficie concluſum, à qua centrum medium æqualiter diſtat. Eius diameter vel axis per centrum incedit, vt Theodoſius. Vel ſolidum, quod à ſemicirculo ſuper fixam diametrum circunducto deſcribitur, vt ait Euclides. Ratio ſeu proportio eſt quantitatum eiuſdem generis collatio. Similes, eædem, vel æquales rationes ſunt, quæ vel eiuſdem ſunt nominis, vel qualibet nominata ratione ſimul ſunt maiores, vel ſimul minores. Nominatur autem ratio à numeris. Eiuſdem rationis quantitates proportionales dicuntur.

Similes planæ, ſimiliterq; poſitæ figuræ ſunt, quarum anguli ſinguli ſingulis æquales & totidem. Et latera ſingula ſingulis proportionalia, & æquidiſtantia. Similia & ſimiliter collocata ſolida ſunt, quæ ſub ſimilibus & eiuſdem numeri baſibus, & parallelis continētur. Et fieri poteſt interdum, vt in poſitione ſimili planarum duo latera figurarum, vel bina congruant ſimul. Et in locatione ſimili ſolidarum, duæ baſes, vel binæ, vel ternæ communicent vni plano, reliquis æquidiſtantibus. Correlatiua latera, vel correlatiuas baſes, correlatiuis ſingulas ſingulis conferendo. Item ſimiles Coni, aut ſimiles Cylindri ſunt quorum axes ſunt baſium diametris proportionales, & recti vel æqualiter inclinati. Omnes autem duo circuli, & omnes duæ Sphæræ ſunt ad inuicem ſimiles, quoniā ſemper habent diametros perimetris proportionales. Item in circulis chordæ proportionales diametris abſcindunt ſimiles portiones, quæ ſuſcipiunt æquos angulos, ſiue ad cen-

trum, ſiue ad periferiam poſitos. In Sphęris quoq; circuli (quorũ diametri ſphęricis diametris proportionales) ſimiles abſcindunt ſphæricas portiones. Tam autem parallelogrammum ad ſuum triangulũ, quàm columna tetragona ad ſuum Serratile, dupla eſt. Item tam columna ad ſuam pyramidem, quàm Cylindrus ad ſuum Conum triplus eſt. Item duo triangula, duo parallelogramma, duæ columnæ, duæ pyramides, ſiue Coni ſuper æquas baſes conſtituti ſunt faſtigijs proportionales: ſi autem ſunt eiuſdem altitudinis, ſunt baſibus proportionales. Item anguli in circulis, ſiue ad centrum, ſiue ad periferiam terminat, ſunt aſſumptis periferijs proportionales.

SIMILES autem planæ figuræ ſunt in dupla ratione reſponden tium laterum Sic & duo circuli in dupla ratione diametrorum. Similia verò ſolida ſunt in tripla ratione correlatiuorum laterum. Sic & duæ ſphæræ, in ratione diametrorum triplicata. In cæteris autem figuris, ſiue in planis triangula, ſiue parallelogramma conferas, ſiue in ſolidis pyramides, aut parallelepipeda, vel columnas conferas. Semper collatarum figurarum ratio, ex rationibus baſium & celſitudinũ componetur. Vnde, ſi baſes fuerint celſitudinibus reciprocæ, figuras æquales eſſe neceſſe eſt. Et è contrario.

QVANDO autem recta ſecat duas parallelos, tunc tam anguli contrapoſiti, quàm coalterni, quàm extrinſecus & intrinſecus oppoſiti ſunt inuicem æquales. Et duo intrinſeci ſimul duobus rectis angulis æquales. Et vna ex his conditio facit æquidiſtantiam. Quando linea ſecat lineam, duo anguli collaterales aut ſunt recti, aut duobus rectis æquales. Et omnes quatuor anguli, aut recti, aut quatuor rectis ſimul æquales. Vnde quatuor quadrata ſimul, vel tria hexagona æquiangula, vel ſex triangula æquilatera implere poſſunt totum ſpacium, concurrentibus angulis. Quoniam ſcilicet angulo in □° rectus eſt. In hexagono valet vnum rectum & tertiam partem. In triangulo valet duas tertias vnius recti. Et idcirco tam quatuor angulos quadrati, quàm tres angulos hexagoni, & quàm tres angulos trianguli, quatuor rectis angulis æquiualere neceſſe eſt. Item, ſi quantitatem angulorum penſitas, ſicut Hexagonos cum intermiſtis triangulis, ita Octogonos cum intermiſtis quadratis compaginatos totum locum implere tam ratione, quàm experientia concludes. Hæc autem ex Euclidis elemẽtis prælibanda ſunt & prædiſcenda his, qui aſtronomica principia capeſſere volunt. Sed & ſphæricas Theodoſij elementa minimè omittenda ſunt, vt Sphæræ mundanæ forma, circulorum magnitudo, ſitus, inclinationes, axes, & poli, & diuiſio intelligantur.

SI planum ſecet Sphæram per centrum, ſectio erit circulus maior habens commune centrum cum Sphæra, eamq; ſecans in duo hemiſphæria.

ſphæria. Si autem planum ſecet Sphæram præter centrum, ſectio erit circulus minor, centrum habens extra Sphæræ centrum, & Sphæram ſecans in duas inæquales portiones. Vnde circuli maiores omnes in Sphæra ſunt inuicem æquales, & ſe inuicem in ſemicirculos diuidũt: quoniam commune centrum habent. Circuli autem minores æqualiter remoti à centro Sphæræ ſunt æquales. Remotior autem minor. Axis Sphæræ eſt eius diameter ſuper quo mouetur. Et eſt eius circuii, per cuius centrum perpendiculariter tranſit. Poli ſunt axis extrema, quæ ſingula æqualiter remouentur a ſui circuli periferia. Circuli paralleli in Sphæra habent eundem axem, & eoſdem polos, & è contrario. Circulus maior in ſphæra incedens per polos circulorum æquidiſtantur: diuidit eos ſingulos per æqualia. Si autem præter polos, per inæqualia (excepto maiori æquidiſtantur) arcus autem coalterni duorum circulorũ vtrinque æqualiter à medio remotorũ, ſunt æquales. Et remotior, maiorem patitur inæqualitatem. idemq; facit maior obliquitas ſecantes. Circulus maior ductus per polos circulorum in ſphæra ſe inuicem ſecantium, diuidit vtraſque portiones eorum per æqualia, ſe vero contingentium, tranſit per punctum contactus. Si duo circuli maiores eant per polos circulorum æquidiſtantium, vel tangant eorum minimum. Tũc horum arcus inter ſemicirculos maiorum recepti ſunt ſimiles: Et maiorum arcus æquidiſtantibus duobus incluſi ſunt æquales.

His præmiſſis, veniemus ad Sphæræ mundanæ introductionem. Quidquid autem ſuper iſto negocio tradendum eſt, aut pertinet ad principia, aut ad circulos, aut ad motum primum, aut ad motus ſecundarios. Hæc ſingula ſummatim ac paucis explicabimus.

Sphæræ principia, quæ ſunt ſex Ptolemæi concluſiones.

Cœli figuram eſſe ſphæricam, & motum eius circularẽ. Nam cœlo vniuerſa comprehenſuro congrua fuit forma capaciſſima ad motum circularem facilis, & quæ ſemper intra eoſdem ſe limites contineret: & talis eſt ſphærica. Item ſi ſecus eſſet, cœli propter plures motus circulares frangerentur, aut vacuum in eis reperiretur. Id idem ſenſibili comprobatur experimento. Quòd autem aſtrorum corpora ſunt ſphærica, conſtat: quoniam quaqua verſum ſpectata rotunda videtur. Item à neceſſitate motus ab exemplo cœleſtis & elementarijs formæ. A cremento & decremento Lunæ.

Terram eſſe rotundam. Nam rotunditatem ab ortu ad occaſum arguit anticipatio ortuum & occaſuum ſtellarum per indicium

lunaris eclipſis. Rotunditatem ab auſtro ad boream indicant crementa meridianarum altitudinum & polorum mundi. Quod autem talis rotunditas ſit circularis, patet, quoniam anticipationes dictæ, atque crementa ſunt ſpacijs locorum proportionalia. Quod aqua ſit rotunda, oſtenditur à dictis argumentis. item ab apparitione ſucceſſiua ſcopulorum, arcium, inſularum. Quod globus totus ſit rotundus ſimiliter oſtenditur. item ab vmbra terræ in deliquio Lunæ. Ab æquali niſu in centrum, & ab æquali diſtantia à centro. Quod totus mundus ſit rotundus, comprobatur à ſimilitudine mundi archetypi. Terra tamen ob duritiem non potuit perfectam rotunditatem adipiſci: ſed môtium eminentiæ, aut valles ad tantam molem collatæ non ſentiuntur.

TERRAM in medio mundi ſitam eſſe. Id enim ſequitur, cum de toto cœlo hemiſphærium, de circulis magnis ſemicirculos videamus, neque aliter conſtarent crementa dierum, ac noctium, neq; lunares eclipſes, neque vmbrarum æquinoctialium termini in rectam lineam deſinerent. Item cum demonſtratum ſit eam in duabus mundi diametris eſſe, ſequitur vt ſit in centro. Idem poſcit lex naturæ grauia in medium compellentis.

TERRAM reſpectu firmamenti quaſi punctum eſſe oſtenditur hæc ſimiliter. Secus enim non videremus dimidium cœli, & dimidia magnorum circulorum. Et diſtantia centrorum inſtrumenti & terræ inferret ſenſibilem in obſeruationibus diuerſitatem. Item ſtella in motu primo non appareret eiuſdem ſemper magnitudinis. Adhuc cum minima ſtellarum (quæ maior eſt, quàm terra) ſit reſpectu firmamenti quaſi punctum, argumentum ſumetur à fortiori.

QVOD terra localem motum non habet, oſtendere. Nam per motum rectum relinqueret centrum, & minus grauia reſtarent in medio. Per motum verò circularem ſuper alium axem ab axe mundi, variaretur altitudo poli. Super axem verò mundi, relinqueret, quæcunque ſunt in aere verſus Occidentem ædificia corruerent. Et lapis ſurſum iactus non eodem recideret. Eſſetq; contra naturam ſtabilitatis terræ.

MOTVS cœleſtes in duplici differentia reperiri Nam motus primus, per quem Sol & aſtra omnia oriuntur & occidunt, & reuolutionem in ſpacio diei naturalis perficiunt, ſuper axe poliſq; Mundi, omnibus eſt cognitus. Secundarius verò huic contrarius ab occaſu ad ortum Solis, Lunæ ac planetarum ſuper axe Zodiaci, patet ex quotidiana obſeruatione, & ex varia ipſorum velocitate. Vnde noteſcit ex numero motuum & velocitate numerus, & ordo Sphærarum cœleſtium, ſcilicet primi mobilis, Cœli ſtellati Saturni, Iouis, Martis, Solis, Veneris, Mercurij, atque Lunæ: ſicut poſtea diſtinctius explicabimus. Hæc ſunt principia Aſtronomiæ, quæ prædictis & alijs argumentis demonſtrantur.

ſtrantur. Non enim ſunt per ſe nota, ſicut arithmetica & geometrica, & purè mathematica fundamenta.

De Mundo.

MVNDVS eſt Sphæra, cuius centrum eſt ipſum vniuerſi, terræq; centrum: ſuperficies verò ipſa primi mobilis, ſiue cœli vltimi conuexa. Cum autem Sphæra ſit ſolidum, ſolidum autem ſuperficie; vel ſuperficiebus claudatur, ſuperficies verò linea vel lineis terminetur, linea denique punctis interiaceat; idcirco Aſtronomiam capeſſentibus iſtæc fundamina ſunt præiacienda, imò non ſolum Geometria, ſed Arithmetica etiam præcepta prælibanda.

De Axe, poliſq;.

AXIS autem mundi diameter eſt huius ſphæricæ machinæ, ſuper quem ſphæra ipſa vel Mundus vertitur ab ortu ad occaſum Poli verò ſunt axis puncta extrema. Vnde omnia aſtra, omnes ſtellæ, imò omnia, quæcunque in mundo ſunt, puncta motu circulari feruntur, & circulos deſcribunt eo maiores, quo ab axe, poliſq; remotiores Poli autē, & quæcunque in axe ſunt puncta ſtabilia manent, & axis totus fixus, & perpetuò ſemper motui ſufficiens.

De Æquatore.

NVNC autem de Sphæræ circulis, & eorum officijs dicendum. Vt autem in diffinitionibus præambulis dictū eſt, circulus in Sphæra maior eſt, qui commune cum Sphæra centrum habens ipſam per æqualia partitur. Minor vero, qui extra centrum Sphæræ ſortitur centrum, & Sphæram diuidit in portiones inæquales.

AEQVATOR igitur eſt circulus maior in ſphæra communes cū mundo polos, & communem axem habens: nunquam ſitum mutans ſecundum planam ſuperficiem. Dicitur & æquinoctialis, quoniam diei noctem adæquat: & cingulum primi mobilis, quoniam medius inter polos cœlum cingit.

De Zodiaco.

ZODIACVS ſiue ſignifer eſt circulus maior in ſphæra obliquè ſecans æquinoctialem, ad angulum, qui quartam partem habet recti & quaſi nonageſimam. Et ideo dicitur circulus obliquus. in cuius ſuperficie Sol contra motum primum ab occaſu ad ortum defertur. Item & Luna & cæteri planetæ: quanquam vtrinque aliquātum exorbitantes: mediam enim ſemitam tenet Sol, quæ Ecliptica dicitur. Huius

autem

autem declinatio ab æquatore, ſecundum diuerſas obſeruationes, varia inuenta eſt. Ptolemæus hanc fecit graduum 23.minu.51.$\frac{1}{3}$. Albategnius autem graduum 23.minu.35. Alcmæon grad.23. minu.33.$\frac{1}{2}$ Georgius Peurbachius grad.23.minu.28. Et Ioannes eius diſcipulus eã poſuit grad.23.& dimidij. Quæ varietas ex motu octauæ Sphæræ, quẽ Trepidationis vocant, prouenire putatur. Porrò longitudines & latitudines planetarum & aſtrorum in hoc circulo computantur. Sicut & eorum motus cum ſolari motu colligantiam quandam & regulã (de qua poſtea dicendum eſt) ſeruant. Sicut autem æquator ad primum motum, ita Zodiacus ad ſecundarios pertinet.

Scholium. Diuiditur autem Zodiacus, in 12.arcus æquales, quæ ſigna dicuntur, ſex quidem ab æquatore borealia, & totidem auſtralia, quorum nomina ſunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius, Piſces: ſub quibus computatur motus Luminariũ, & planetarum. Quorum nomina ſumuntur à conſtellationibus octauæ: quæ à priſcis aſtronomis putabatur primum mobile. Poſtea verò quàm à Ptolemæo deprehenſus eſt motus eius tardus ab occaſu in ortum contrarius primo motui, opus fuit computare hunc motum tardum in ſuperiori Cœlo, & in eo intelligi Zodiacum, ſitq; tale cœlum, Primum mobile. Idem ſequitur propter motum trepidationis, quem commentus eſt Tebitius. Quoniam verò Alphonſus ipſi octauo cœlo adſcripſit vtrunque motum, ſcilicet longitudinis, ac trepidationis; oportuit adiungere ſphæram decimam cum tertio Zodiaco, in quo computarentur omnes motus ſecundarij, hoc eſt, nonæ in longitudine, octauæ ſecundum trepidationem, & ſeptem ſucceſſiuè planetarum, vt ipſum decimum ſit. Primum mobile, quod oportet vnico motu ferri, contranitentibus inferioribus.

De duobus tropicis.

Tropici ſunt duo circuli in Sphæra æquatoris paralleli, & Zodiacum in duobus punctis tangentes: & perinde inter ſe æquales: determinantes maximum Solis ab æquatore receſſum, in dictis punctis, à quibus Sol conuertitur ad Aequatorem. Et ideo Tropici dicuntur. Hic per Cancri, ille per Capricorni principium. Hic nobis hyematis, ille æſtiuus.

De punctis æquinoctiorum, & ſolſtitiorum.

Aequinoctialis autem & Zodiacus ſe viciſſim per æqualia, hoc eſt in ſemicirculos diſpeſcunt. Et puncta ſectionum dicuntur Aequinoctia, eo quòd in illis Sol Aequinoctium. Semicirculi

verò

verò Zodiaci vtrinq; in punctis tropicorum tactuum in quadrantes diſtinguuntur, quæ puncta Solſtitia dicuntur: quoniam (vt dictum eſt) maximum ab æquatore receſſum determinant. Quatuor verò quadrantes ſinguli continent tria ſigna, quæ Sol perambulat per ſingulos menſes, faciens quatuor anni tempora, ſcilicet Ver, Aeſtatem, Autumnum, & Hyemem.

De arctico, & antarctico parallelis.

VTQVE ratio poſtulat, quantum Zodiacus declinat ab Aequinoctiali; tantum & illius poli ab huius polis ſecedunt. Itaque duo circuli minores per Zodiaci polos deſcripti, & æquatori æquidiſtantes, iamq; inter ſe æquales, dicuntur Arcticus & Antarcticus. Ille quidem ab vrſa ſeptentrionali, hic à contraria poſitione denominatus.

De quinque Zonis.

PER dictos quinque parallelos, tam in cœlo, quàm in terra diſtinguuntur zonæ totidem, vt ſcilicet illa, quæ tropicis interiacet, dicatur torrida, propter Solis continuè præſentis æſtum. Duæ autem extremæ ab arctico & antarctico circulis, circũ polos incluſæ, quæ potius ſphæricæ portiones dicendæ ſunt, quàm zonæ, dicantur frigidæ, propter Solis maximam diſtantiam, glacie perpetua horreſcentes. Duæ demum inter has & torridam relictæ, quoniam hinc algorem, illinc calorem participant, temperatæ vocitentur. Sed nonnulli, ſicut Polybio placuit, torridam in duas per æquatorem partiuntur: vt ſic fiat ſenarius zonarum numerus, vt ſicut binæ ſunt frigidæ, binæ temperatæ, ita & totidem ponantur torridæ.

De coluris duobus.

DVOS quoque circulos maiores in ſuperficie Sphæræ intelligimus, per vtrunque mundi polum ductos. Quorum alter per puncta Solſtitiorum, reliquus per puncta æquinoctiorum incedit. inde nomina ſortitos, vt ille Solſtitialis, hic æquinoctialis Colurus dicatur. Ille ẽt per zodiaci polos tranſit: quandoquidem & per puncta contactuum Tropicorum. vnde tam æquatoris, quàm zodiaci ſemicirculos ſingulos per æqualia diſpeſcit, vt in præambulis patuit. Qui, quoniam ſunt circuli declinationum, idcirco non ſolum prædicta quatuor cardinalia puncta indicant, ſed maximas etiam Solis declinationes, polorum diſtantias, ac zonarum latitudines metiuntur. Videntur autem hi duo circuli totam Sphæræ machinam, ac circulorum contextum ſuſtinere. Cumq; incedant per polos æquinoctialis, & ille viciſſim per horum polos deducitur. à quibus tota Sphærica ſuperficies in octona ſphæ-

ralia.

talia triangula, ex tribus ſingula quadrantibus conſtituta diſtinguitur. Dicuntur verò Coluri: quoniam nobis imperfecti & mutili apparent. Sunt enim ex eis portiones quædam circa polum occultum, quæ nunquam exoriuntur, tanto quidem maiores, quãto eſt obliquior horizon.

De Motu primo.

CVM autem tota cœli machina virtute primi motus, continuè voluatur ab ortu in occaſum, regulariter: ſequitur vt ex tali motu aſtra omnia, & ſingula cæli puncta deſcribant in vno ambitu, ſingulos parallelos circulos. Quorum ille ſit maior, qui à polo remotior. Vnde & inter eos æquinoctialis erit maximus: horum periferiæ in eodem tempore, ſiue per æqua temporum interualla deſcriptæ ſunt ſimiles, in circulis autem æquis æquales. Si autem per inæqualia temporum interualla deſcribantur, erunt temporibus proportionales.

De diuiſione circuli.

OMNIS autem in Sphæra circulus tam maior, quàm minor ſecatur primùm in ſex portiones, quoniam ſemidiameter ſexies repetitus chordas facit talium portionum, hoc eſt, ſena hexagoni latera. Quæ portiones appellantur phyſica ſigna. Et rurſus hæc ſingula ſecantur in ſexagenos gradus. Gradus autem ſinguli in totidem minutias. Et minutiæ deinceps in eiuſdem numeri partes. Signum autem commune eſt dimidium ſigni phyſici. Vnde cum circulus contineat ſigna communia duodecim, congruè annus in totidem menſes diuiditur. Vt ſicut de motu Solis circulus integer debetur anno; ita ſignum reſpõdeat mẽſi, & gradus diei. Quamuis non ad amuſſim motum tempori (vt verba noſtra ſonant) ille mundi opifex accommodauerit, neque lunatio præciſe menſem metiatur Commendatur hic Alphonſus qui diem, aut colligendo multiplicãs, aut diminuendo diuidens proceſſit, ſicut in diuiſione circuli per ſexagenarium numerum, ſcilicet vt tempus motui in proportione reſpondens faciliorem redderet calculum. Sed de motu diurno, ſicut integer circulus perficitur in die, ita quindeni gradus in horis ſingulis. Et arcus reliqui proportionaliter. Horæ autem datum eſt ſigni dimidium, vt tam diei, quàm nocti duodenarius horarum numerus adſcriberetur: quot videlicet ſunt zodiaci ſigna, vel anni mẽſes. Hora autem temporalis eſt duodecima pars diei, vel noctis.

De Horizonte.

HORIZON eſt circulus maior, qui manifeſtum hemiſphærium ab occulta diſterminat. cuius polus eſt vertex loci, vel zenit oculi inſpectoris. Vnde Antipodes habent eundem horizontem: ſed ſub oppoſitis

poſitis verticibus diuerſa ſpectant hemiſphæria. Rectus horizon eſt, qui per Mundi polos tranſit, & ideo orthogonaliter ſecat æquinoctialem. Obliquus autem horizon eſt, qui obliquè ſecat eundem, & cui polorum vnus eleuatur, ac reliquus tantundem deprimitur.

De Meridiano.

MERIDIANVS eſt circulus maior, per loci verticē & per mundi polos incedens. Qui quoniam ſingulos parallelorum arcus, tam ſuper horizontem, quàm ſub eo receptos per æqualia diuidit, ideo tam inſtans meridiei, quàm mediæ noctis ſemper determinat. In hoc altitudines meridianæ, & per eas altitudo æquinoctialis, declinatio aſtri, & latitudo regionis per Quadrantem captatur. Si quidem circulus hic eſt & altitudinis, & declinationis circulus, cum per horizōtis & per Æquatoris polos incedat.

De circulis altitudinum.

CIRCVLVS altitudinis eſt circulus maior ductus per horizontis polos & locum aſtri. Altitudo aſtri eſt arcus circuli altitudinis inter locum ſtellæ & horizontem.

De Vmbris.

VMBRA recta eſt, quam ſtylus ad horizontem perpendicularis proiicit in ipſum horizontis planum. Quæ nulla eſt, dum Sol verticem loci poſſidet: infinita verò, dum horizontem. Vmbra verſa eſt, quam ſtylus ad planum circuli verticalis perpendicularis in ipſum planum, Sole meridianum poſſidente, proiicit. Quæ nulla eſt, dum Sol infimus: infinita, dum altiſſimus. Vnde, cum Solis altitudo habet dimidiam recti anguli; vtraque vmbrarum æquiperat ſtylum ſuum. Item notandū, quòd circulus verticalis eſt, qui per zenit regionis, perq; ſectiones horizontis & æquatoris ducitur. Et vmbra verſa eſt, quam ſtylus cylindri pendentis ad Solem vergens in ipſa cylindrica ſuperficie deorſum proiicit. Sol igitur eleuatior vmbram rectam minorem, verſam verò longiorem facit.

De loco Aſtri, longitudine, latitudine, aſcenſione, ac declinatione.

LINEA veri loci ſtellæ vel aſtri eſt, quæ à centro terræ per cētrum aſtri vſq; ad concauam primi mobilis ſuperficiem producitur. Locus aſtri eſt punctum, quod dicta linea in dicta ſuperficie indicat. Circulus latitudinis aſtri eſt, qui per zodiaci polos & aſtri locum incedit. Longitudo aſtri, ſeu verus motus eſt arcus zodiaci à ſectione verna, hoc eſt ab Arietis initio, ſecundum ſignorum ſucceſſionem, vſque ad circulum

lati-

latitudinis receptus. Latitudo aſtri eſt arcus circuli latitudinis inter aſtri locum & zodiacum ſumptus, ſeptentrionalis vel meridionalis à polo denominatus, ad quem vergit. Hæc enim pertinent ad zodiacũ, in quo & cuius reſpectu longitudines & latitudines ſecundum motus ſecundarios computantur. Circulus autem declinationis eſt, qui per mundi polos & aſtri locum deſcribitur. Recta ſtellæ vel aſtri aſcenſio eſt arcus æquinoctialis à ſectione verna, ſecundum ſucceſſionem vſque ad circulum declinationis receptus. Declinatio ſtellæ eſt arcus circuli declinationis inter locum ſtellæ & æquinoctialem clauſus ſeptentrionem vel auſtrum verſus menſuratus. Vnde patet quòd colurus ſolſtitialis (quoniam per polos mundi & zodiaci tranſit) eſt tam latitudinis, quàm declinationis circulus. Et quoniam omnis declinationis circulus eſt horizon rectus, idcirco talis circulus determinat rectam ſtellæ aſcenſionem, quæ & ipſa recta deſcenſio eſt. Similiter & obliquus horizon determinabit in ſtella obliquam aſcenſionem, ac deſcenſionẽ. Differentia verò, ſiue exceſſus rectæ & obliquæ aſcenſionum, dicitur differentia aſcenſionalis: & eſt arcus, ſiue periferia, in qua ſemidiurnus arcus ſtellæ excedit quadrantem, vel exceditur à quadrante circuli. Qui arcus computatur in æquatore, vel in parallelo ſtellæ. Quare, ſi ſtella exiſtat in æquatore, nulla eſt prædicta aſcenſionum differentia. Et tũc ſemidiurnus arcus ſtellæ Quadrans eſt præcisè: quoniam æquator æquat arcum nocturnum diurno. Et hæc pertinẽt ad æquatorem: cuius reſpectu & in quo menſurãtur aſcenſiones & deſcenſiones, atque declinationes ſecundum motum primi mobilis. Aſcenſio autem vel deſcenſio arcus zodiaci, vel ſigni, eſt arcus æquatoris ei cooriens, vel coocci-dens, ſiue coaſcendens, vel condeſcendens.

De ſitu horizontis recti.

SVB æquatore degentibus omnes arcus, diurni ſunt nocturnis æquales. Omnes ſtellæ oriuntur & occidunt. Et vmbra recta verſus quatuor mundi plagas proijcitur, & bis in anno nulla eſt, dum ſcilicet Sol in æquatore conſtitutus per eorum verticem fertur.

De ſitu obliqui horizontis.

SVB omni parallelo verſus polum manifeſtum bis tantum in anno dies æquatur nocti. Et dies æſtiui ſunt hybernis longiores: noctes autem breuiores, quanto ſcilicet ab æquinoctio Sol remotior. Et quædam ſtellæ ſemper apparentes, quædam ſemper occultæ. Et latitudo loci æqualis altitudini poli. Item ſub remotiori parallelo ab æquatore fit maior dierum ac noctium inæqualitas; maiorq; numerus ſtellarum ſemper apparentium, maior etiam ſemper deliteſcentium.

De

De ſitu degentium inter Æquinoctialem & Tropicum.

INTER æquinoctialem, & tropicum degentibus vmbra recta quadrifariam porrigitur, & bis in anno nulla eſt: bis enim in anno Sol per eorum verticem tranſit.

De ſitu degentium ſub Tropico.

SVB tropico degentibus ſemel in anno nulla fit vmbra meridiana. Semel enim in anno, ſcilicet in tropico poſitus per eorum zenit incedit, aliàs ſemper ad partes poli extantis vmbra flectitur.

De ſitu degentium inter tropicum & Arcticum, vel Antarcticum circulum.

INTER tropicum & arcticum, vel antarcticũ viciniorem, ſcilicet habitantibus, vmbra meridiana ſemper ad partes poli manifeſti extenditur: nunquam enim Sol per eorum zenit defertur.

De ſitu degentium ſub Arctico & Antarctico.

SVB arctico, vel contrapoſito habitantibus ſemel in anno dies viginti quatuor horarum eſt, & nox vnius inſtantis. Semel etiam nox viginti quatuor horarum, & dies vnius inſtantis. Et vmbra recta ſuper horizontem circumquaque flectitur. Et quoniam tropici tangunt talẽ horizontem, ideo in tropico extante includitur quidquid non occidit, in reliquo quidquid ſtellarum non exoritur.

De ſitu ſub polo mundi degentium.

MVNDI polum pro vertice habentibus, dimidium Sphæræ ſemper apparet. Et dimidium reliquum ſemper delitеſcit Anniq; dimidiũ dies continua; & reliquum dimidium nox eſt continua. Horizon enim illorum eſt æquinoctialis. Et vmbra circumfertur in circularẽ ambitũ.

De aſcenſionibus ſignorum in horizonte recto.

IN horizonte recto, quatuor ſigna punctis æquinoctialibus contigua ſortiuntur æquas inter ſe, & minimas aſcenſiones. Quatuor autẽ ſequentia æquales & mediocres. Quatuor reliqua vtrinq; ad ſolſtitialẽ punctum deſinentia æquales, & maximas. Ita enim poſcit ratio triangulorum Sphæralium.

De aſcenſionibus ſignorum in horizonte obliquo.

AT in horizonte obliquo, duo ſigna vni puncto æquinoctij contigua

gua habent inuicem æquales & minimas aſcenſiones. Duo autem ſequentia inuicem æquales & mediocres. Duo demum ad terminos ſolſtitiorum deſinentia inuicem æquas & maximas. Verùm, ſi conferãtur ſigna oppoſita, illud quod in ſemicirculo zodiaci aſcendente, maiorem habet aſcenſionem. Intellige autem ſemicirculum aſcendentem eum qui rectius aſcendit.

Corollaria.

Dvo ſigna oppoſita in quolibet horizonte, habent aſcenſiones ſimul iunctas æquales aggregato aſcenſionum rectarum ſuarum. Nam exceſſus vnius ſupplet defectum alterius.

Arcvs coalterni dierum, ac noctium in quolibet horizõte ſunt inuicem æquales. Vnde aggregatum omnium arcuum diurnorum in quouis horizonte, æquatur fermè aggregato omnium arcuum nocturnorum vnius anni.

De die ac nocte maxima zenit habentium inter Arcticum circulum, mundiq́; polum.

Zenit habentibus inter arcticum circulum mundiq; polum, dies maximus continuatur per totum illud tempus, in quo Sol moratur in illo arcũ zodiaci, qui nunquam occidit. Contrà, nox maxima continuabitur per tantum tempus, quantum Sol morani trahet in oppoſito & æquali arcu zodiaci, qui ſemper deliteſcit. Punctum autem ſolſtitij mediat talem arcum. Vnde dies illis vel nox maxima continebit tot dies, quot gradus habebit talis arcus.

De Aſcenſionum, vel Deſcenſionum mora.

Signa igitur, ſeu arcus zodiaci æquas inuicem aſcenſiones ſortiti, peroriuntur in temporibus æquis. Arcus verò maiorem ſortitus aſcenſionem, in maiori tempore oritur. Idemq; de deſcenſionibus dicẽdum. Vnde, quoniam in qualibet die vel nocte (quantumcunque ſit) oriuntur ſex ſigna, & totidem occidunt: idcirco in longiſſima die vel nocte oriuntur ſex ſigna tardiſſimæ aſcenſionis, & occidunt ſex ſigna reliqua tardiſſimæ deſcenſiones. Contrarium verò fit in die, vel nocte breuiſſima. Vnde ſequitur, vt habentibus zenit ſub arctico vel antarctico circulo, ſub ipſum ſolſtitium, in die longiſſima (quæ viginti quatuor horarum eſt) ſiue in nocte alterius ſolſtitij totidem horas habente, oriantur ſex ſigna & totidem occidant. In nocte autem illius ſolſtitij, aut in die huius (quæ inſtans temporis eſt) in inſtanti oriantur ſex ſigna, & totidem occidant. Et id, quoniam quotidie zodiacus counitur horizonti, & in inſtanti ſecatur ab eo.

De

De Periœcis.

Periœci, hoc eſt, ſub eodem parallelo circumhabitantes habent eandem & eiuſdem poli altitudinem, æquales & eorũdem ſignorum aſcenſiones, ſiue deſcenſiones, æquos arcus eiuſdem loci diurnos, ſiue nocturnos, æquales ſimul vmbras: eandem ſimul aeris temperiem, item ortuum & occaſuum anticipationem, ſecundum interuallum longitudinum. Nam in cæteris, ſicut in his fit anticipatio meridiei, ſecundùm idem interuallum.

De Antœcis.

Antœci autẽ, hoc eſt, in contrapoſitis & æqualibus parallelis habitantes, habent æquales, ſed diuerſorum polorum altitudines: æquales in oppoſitis ſignis aſcẽſiones & deſcẽſiones: æquales arcus, ſiue diurnos, ſiue nocturnos, ſed in oppoſitis locis: æquales temporum diſpoſitiones, ſed in oppoſitis ſignis. Vnde quando hi Vernum, illi Autunnale tempus: quando æſtiuum hi, brumale tempus illi ſortiuntur.

De Antipodibus.

Antipodes, ſiue Antichthones, ſunt nõ ſolùm Antœci, ſed etiam per diametrum oppoſiti. Quare conferuntur in omnibus, ſicut Antœci. Verùm habent etiam eundem horizontem, ſed diuerſa hemiſphæria, & contra poſitos in axe horizontis vertices. Vnde quidquid oritur his, occidit illis: et econtrario. Item quidquid ſtellarum ſemper apparet nobis; apud noſtros Antœcos, & Antipodes ſemper deliteſcit, & econtrario.

De Amphiſciis, Periſciis & Antiſciis.

Amphiscii ſunt, quibus Meridianæ vmbræ vtroq; proijciuntur, vt intra Tropicos poſitis. Periſcij autem, quibus vmbræ in circulum flectuntur: velut intra circulum Articum, vel ſub polo conſtituti. Antiſcii verò, quibus vmbræ Meridianæ in contrarias partes diſtenduntur, ſicut Antœcis contingit. Et notandum, quòd ſitus prædicti cõprehenduntur per longitudines & latitudines locorum: de quibus dicendum.

De longitudinibus, & latitudinibus locorum:

Exordium longitudinum in ſua Geographia ſumpſit Ptolemæus à Meridiano inſularum fortunatarum, vtpote Occidentis habitati extremo termino. Itaque longitudo loci, eſt arcus Aequatoris, aut eius paralleli à prædicto Meridiano verſus ortum, vſq; ad talis loci Meridianum computatus. Nam mundũ deſcribentes Septentrionalia ſupernè locamus; & à ſiniſtris dextrorſum, hoc eſt, ab Occidente in Orien

tem procedimus. Latitudo autem loci eſt arcus Meridiani inter æquatorem,& locum ipſum comprehenſus,habens nomen à Septentrione, vel ab Auſtro,quorſum ſcilicet locus ab æquatore ſecedit. Vnde loci æqualium & eiuſdem nominis latitudinum ſunt Periæcorum. Loci autem æqualium & diuerſi nominis latitudinum ſunt Antœcorum.: & tunc ſi eorum longitudines differant per ſemicirculum, ſunt Antipodum. Latitudo autem ſemper poli celſitudinem æquiperat.

De Ortu & Occaſu Aſtrorum.

STELLAE ortus matutinus eſt,qui fit oriente Sole. ueſpertinus verò, fit dum Sol occidit. Item occaſus ſtellæ matutinus ad ortū Solis: veſpertinus ad occaſum fit. Similiter Coeli mediatio per eundem reſpectum ad Solem nomina ſortietur. Hos ortus, aut occaſus quidā Coſmicū,& Chronicū vocant.Sed diffinitio rē indicat, non vocabulū.

De Climatibus.

CLIMATA ſunt paralleli præcipui habitationum,qui diſtinguūtur à Ptolemæo ſecundum crementa diei maximi. Ponitur autem medium primi Climatis in parallelo: vbi maximus dies habet horas 13. qui per Meroen inſulam tranſit. Secundi Climatis medium in parallelo habente maximum diem horarum 13 ½ qui per Syenē vrbem trāſit. Tertij Climatis medium in parallelo diei maximi horarum 14. qui per Alexandriam. Quarti Climatis medium in parallelo horarū 14 ½ qui per Rodum. Quinti Climatis mediū in parallelo diei maximi horarum 15. qui per Romam. Sexti Climatis medium in parallelo diei maximi horarum 15 ½ qui per Boryſthonem. Septimi Climatis medium in parallelo diei maximi horarum 16. qui tranſit per Rhipheos montes. Horum principia & fines diſtinguuntur per crementa quadrantum horæ in maximis diebus. Vide Geographiam Ptolemæi, & Pappi mundum.Nunc de apparitionibus & occultationibus aſtrorum paucis dicendum eſt.

De apparitionibus, & occultationibus Stellarum.

APPARENT primùm Stellæ propter receſſionem earum à Sole. Occultantur autem propter acceſſum. Apparitio dici poteſt ortus heliacus, vel prima fulſio. Sed occultatio, dicetur occaſus heliacus, vel poſtrema fulſio. Stellæ quidem fixæ ac tardiores Planetæ, propter Solis,qui velocior eſt,ad eas acceſſum, occultantur occaſu heliaco veſpertino,quæ poſtrema fulſio veſpertina dicitur. Deinde propter Solis ab eis receſſu» apparent ortu heliaco matutino: quæ prima fulſio matutina dicetur. Luna verò ad Solem,qui tardior eſt,accedens

dens,occultatur occaſu heliaco matutino: quæ poſtrema fulſio matutina vocatur. Deinde,propter eius à Sole receſſum,apparet ortu heliaco veſpertino: quæ prima fulſio veſpertina vocabitur. At Venus, & Mercurius, quando ſunt directi (quoniam velociores Sole) occidunt, & occultantur occaſu heliaco matutino, propter eorum acceſſum ad Solem, facientes poſtremam fulſionem matutinam. Et deinde recedentes à Sole,apparent ortu heliaco veſpertino,facientes primam fulſionẽ veſpertinam: ſicut Luna faciebat,quæ Sole velocior. Quando autem Venus,& Mercurius ſunt tardiores Sole, & retrogradi: tunc, propter Solis ad eos,& eorum ad Solem acceſſum,occultantur occaſu heliaco veſpertino,facientes poſtremam fulſionem veſpertinam. Deinde, propter Solis ab eis,& eorum à Sole diſceſſum,apparent ortu heliaco matutino,facientes primam fulſionem matutinam: ſicut ſtellæ fixæ & planetæ ſuperiores,Sole tardiores faciebant. Et eſt notandum,quòd aſtrũ minoris luminis poſtulat maius à Sole interuallum, vt appareat. Et Luna poteſt occultari mane vetus,& deinde apparere veſperi noua eodem die (quod innuit author Theoricarum) ac ratione & experimento comprobatum eſt. Fallitur ergo Plinius & quicunque aliter ſentiunt.

De motu Solis.

HACTENVS de his, quæ pertinent ad motum primùm. Nunc de ſecundariis motibus principia quædam libanda ſunt. Et primum de Sole. Sol defertur ab Eccẽtrico deferente, ſuper centro proprio regulariter: & ideo ſuper quocunq; alio puncto, & ſuper centro Mundi inæqualiter. Linea recta per hæc duo centra incedens,dicetur Augis linea: it enim per punctum deferentis à cẽntro Mundi remotiſſimum,quod dicitur Aux: & per viciniſſimum, quod dicitur oppoſitũ augis. Linea medii motus Solis,eſt,quæ à centro mundi ad zodiacum ducta æquidiſtat lineæ à centro deferentis ad centrum Solis ductæ. Aequatio Solis, eſt arcus zodiaci inter lineas veri & medii motuum: quæ nulla eſt,dum Sol in auge,vel in eius oppoſito ſiſtitur: maxima verò in longitudinibus medijs. Aux Solis, ſicut & reliquorum planetarum mouetur ad motum octauæ ſphæræ.

De motu Lunæ.

LVNA defertur ab epicyclo, ſupernè contra ſucceſſionem ſignorum. Epicyclus vectatur à deferente eccentrico ſuper centro mundi regulariter. In coniunctionibus luminarium, ſecundum medios motus, centrum epicycli ſiſtitur in auge deferentis. Inde centrum epicycli verſus ortum,& aux eccentrici verſus occaſum ſic mouentur, vt linea medii motus Solis ſemper media ſit. Vnde in quadraturis, centrum

epicycli ſiſtetur in oppoſito augis eccentrici: & in oppoſitione rurſus inauge. Propter talem augis motum, centrũ deferentis deſcribit periferiam circuli parui circa centrum Mundi. Illud autem punctum, in quo talis periferia ſecat lineam augis, eſt centrum æquantis motum Lunæ in epicyclo. Nam linea, quæ ab iſtoc puncto per centrum epicycli ducitur, indicat augem mediam epicycli, à qua Luna in epicyclo ſemper regulariter elongatur. Aux autem vera epicycli per lineam à centro Mundi per centrum epicycli ductam terminatur. Et arcus epicycli inter duas auges dicitur æquatio centri: quæ nulla eſt, dum centrũ epicycli, in auge deferentis, aut in eius oppoſito fuerit: maxima verò in longitudinibus medijs. Centrũ Lunæ eſt elongatio centri epicycli ab auge eccentrici. Argumentum medium, elongatio Lunæ ab auge epicycli media. Verum autem à vera. Aequatio argumenti eſt arcus zodiaci inter lineas medij & veri motuum. Linea medij motus à centro mundi per centrum epicycli ducitur. Et æquationes argumenti ſcriptæ in tabulis ſupponunt epicyclum in auge deferentis. Quas pro aliis ſitibus opus eſt adaugere ſecundum proportionem minutorum proportionalium ad 60. parte ſumpta de diuerſitate diametri, quæ maximus exceſſus eſt.

De motu trium Superiorum & Veneris.

QVILIBET trium ſuperiorum & Venus defertur in epicyclo ſupernè ſecundùm ſucceſſionem ſignorum. Epicyclus autem defertur à deferente eccentrico. Centrum deferentis, eſt in loco medio inter centrum mundi & centrum æquantis. Linea à centro æquantis per centrum epicycli, determinat augem mediam epicycli. Quæ autem à centro mundi per centrum epicycli, monſtrat locum epicycli verũ. Quæ autem à centro mundi educta æquidiſtat ductæ à centro æquantis per centrum epicycli, eſt linea medii motus planetæ, vel epicycli. Arcus zodiaci inter lineas medii & veri motus epicycli, dicitur æquatio centri in zodiaco: cui ſemper ſimilis eſt arcus epicycli inter duas auges: qui dicitur æquatio centri in epicyclo. Per has æquationes ex centro & argumento mediis eliciuntur vera. Deinde per æquationem argumenti, quæ eſt arcus zodiaci inter verum locum epicycli & verum locũ planetæ adæquatur verus locus planetæ. Et in trium Superiorũ quolibet tantum elongatur planeta ab auge epicycli media, quantum Sol à loco planetæ medio. Aequationes autem argumentorum ſcriptæ in tabulis ſupponunt epicyclum in media longitudine eccentrici. Pro cæteris autem ſitibus verſus augem oportet ſubtrahi, & verſus oppoſitum ſuperaddi portiones quaſdã de diuerſitatibus diametri, ſecundùm proportionem minutorum proportionalium ad 60. ſumptas. Venus

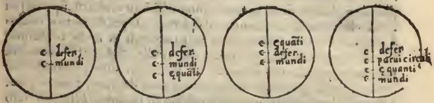
autem

autem & Mercurius ſic colligantur cum Sole, vt ipſorum trium idem ſemper ſit medius motus. Et eorum media coniunctio perpetua. Auges autem feruntur ſecundum motum Stellarum fixarum.

De Mercurio.

NOTANDVM, quòd in Mercurio Centrum Aequantis eſt medium inter Centrum mundi, centrumque parui circuli. In cuius periferia defertur centrum deferentis contra ſucceſſionem ſignorum cum tenore motus planetæ medij. Et quoniam dicta periferia it per centrum æquantis, idcirco centrum deferentis ſemel in anno counitur centro æquantis. Cætera pro Mercurio definiuntur & ſupputantur, ſicut in aliis planetis

Theorica Solis   Theorica Lunæ   Theorica ♄.♃.♂.♀   Theorica ☿



De directionibus regreſsionibus & ſtationibus.

QVILIBET autem quinque errantium in ſuperiori parte epicycli fertur ſecundum ſucceſſionem ſignorum. In interiore contrà. In luna fit contrarium. Duæ autem lineæ à centro mundi eductæ ſecantes epicyclum utrinque à linea per centrum, in duobus inferiorum ſectionum punctis determinant ſtationes. In puncto orientali planeta de directo fit retrogradus. In occidentali de retrogrado fit directus. Illud punctũ ſtatio prima: hoc aũt ſtatio ſecunda nũcupatur. In illo motus planetæ in epicyclo incipit vincere motum deferentis epicyclum. In hoc autũ vinci ab eo vnde in toto arcu epicycli ſuperiore planeta eſt directus In interiore autem retrogradus eſt. Luna verò non patitur regreſſionem, ſed motus tantum intẽſionem, aũt remiſſionem. Quia motus deferentis non vincitur à motu Lunæ in epicyclo, ſed tantum intenditur, aut retardatur.



De latitudine Lunæ & Planetarum.

NOTANDVM quod deferens Lunæ ſecat viã Solis, hoc eſt Ecly-

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

pticam. Et puncta ſectionum dicuntur caput & cauda Draconis, ſiue Anabibazon & Catabibazon, hoc eſt, Aſcenſus & Deſcenſus. Quæ puncta mouentur contra ſucceſſionem ſignorum quotidie per tres minutias gradus ferè. Epicyclus autem Lunæ iacet in plano deferentis. Et maxima latitudo deferentis, eſt graduum quinq; inuariabilis ſemper. Deferentes quoque ſinguli trium ſuperiorum planetarum declinant ab eclyptica. Et punctum maximæ declinationis in Marte eſt in auge deferentis. In Saturno ante augem per gradus 50. In Ioue poſt augem per gradus. 20. Et epicyclus inclinatur magis & minus ad deferentem. Sed dum centrum epicycli eſt in nodis; epicyclus iacet in plano eclipticæ. Alibi diameter, ſuper quã fit inclinatio epicycli, æquidiſtat vt eclipticæ. Et maxima inclinatio fit in punctis maximarũ declinationum. Aux autem epicycli ſemper interiacet ſuperficiebus eclypticæ ac deferentis. At deferentes duorum inferiorum deuiant mobiliter ab eclyptica, hinc & inde ſuper diametro longitudinum mediarũ. Epicycli autem inclinantur & reflectuntur ad deferentes, ſuper diametros erectas & tranſuerſas, cum hac regula. Centro epicycli in nodis conſtituto, Eccentricus vnitus iacet eclypticæ, qui à nulla eſt deuiatio deferentis. Et tunc in epicyclo reflexio nulla eſt: inclinatio autem maxima. Sed centro epicycli punctum deferentis maxime deuians, tenente, tam deferentis deuiatio, quàm epicycli reflexio eſt maxima: inclinatio vero nulla. In locis autem mediis creſcunt & decreſcunt pro cremento latitudinum. Motus autem in Venere ſeptentrionem & ortum: in Mercurio auſtrum & occaſum poſcit in primis ſemicirculis: in ſecundis cõtrarium. Sicut Georgius in Theoricis latius explicat. Ex his colligitur, latitudo ſingulorum planetarum ab eclyptica ſecundum ſitum epicycli in deferente, & planetæ in epicyclo. In Luna vero latitudo ſupputatur per ſolam deferentis declinationem, quãdoquidem epicyclus nihil ab eius planitie flectitur.

De loco viſo aſtri, & diuerſitate aſpectus.

MOTVS viſus aſtri conſideratur ſecundum viſum noſtrum in terræ ſuperficie poſitum. Linea loci viſi eſt, quæ ab oculo noſtro per centrum aſtri vſque ad concauam primi mobilis ſuperficiem extenditur. Viſus aſtri locus eſt punctum, quod indicat dicta Linea in dicta ſuperficie. Diuerſitas aſpectus aſtris eſt arcus Circuli altitudinis inter verum & viſum locum. Vnde ſi aſtrum ſit in vertice horizontis; talis diuerſitas nulla eſt. Ibi enim eadem eſt linea veri & viſi loci. In horizonte autem ſi ponatur aſtrum, diuerſitas eſt maxima: quæ conſideratur inde ſecundum longitudinem & latitudinem zodiaci. Viſibilis coniunctio aſtrorum dicitur, ſecundum locos viſos.

De

De Eclipſibus.

ECLIPSIS Solis nihil aliud eſt, quàm viſibilis eius cum Luna coniunctio. Hoc eſt lunæ inter viſum noſtrum & ſolem interpoſitio. Sicut cum luna videtur obiectu ſuo aliquem nobis ex planetis, vel aliquam ex ſtellis intecipere, quod ſæpe contingit. Vnde, propter diuerſitatem aſpectus, in diuerſis terræ locis diuerſam, accidit, vt ſi Luna totum nobis Solem obtegat, tunc in locis magis ſeptentrionalibus, aut auſtralibus, partem illius cælet, aut ex eo nihil abſcodat. Atque ita ſolis eclipſis nobis fiat vniuerſalis; alicubi partialis, & alibi nulla, non ſecus ac ſi nubes Solem velaret. Sed Lunæ Eclipſis eſt verus luminis defectus. fit enim, cum Luna in plenilunio ingreditur aut tota, aut partim in vmbram terræ. Et ſic tota vel partim priuatur lumine Solis & tantundem deficit vere, ac deficere videtur omnibus in locis, in quibus apparet. Eclypſis igitur Solis fit in coniunctione, Eclypſis Lunæ, & in oppoſitione luminariũ, tunc ſcilicet, cũ coniunctio, vel oppoſirio cõtingit iuxta eclypticam, hoc eſt iuxta nodos ſeu puncta ſectionum: in quibus lunaris deferens ſecat eclypticam, ſicut theoricarum authores & tabularum canones docent. Vbi termini eclypſiũ diffiniuntur vt puta digiti, minuta caſus, minuta moræ, & tempora durationum. Aſſignãtur autem limites, hoc eſt diſtantiæ à nodis, intra quos poſſibile eſt eclypſim fieri aut Solis, aut Lunæ. Et arctiores adhuc termini, qui neceſſitatem induceret, quamuis neglecti ab authoribus. Et notandum, quòd Sol aut Luna in ſex menſibus: item Luna in quinque menſibus. Et tũc Sol in diuerſi locis. Item ſol in ſeptem menſibus. Et in vno menſe in contrapoſitis locis, poteſt bis eclypſim pati. Poteſt & intra quindecim dies vtrunque luminarium deficere. Sol, ſcilicet in coniunctione, & Luna in oppoſitione.

De motu octauæ Sphæræ.

EX numero autem motuum arguitur numerus cælorum, ſiue orbium Cæleſtium. Vnde certum eſt, luminaria & erraticos quinque ſingulis motibus delatos ſortiri cælos ſingulos. Vt ſic octauum cælum (ſi motum ſecundarium non habeat, vt vetuſtiſſimi aſtronomorum putabant) ponatur primum mobile. Sed, qui à Ptolemæo ſuas cum anteriorum obſeruationibus conſerente, deprehenſum eſt ſtellas fixas moueri verſus Orientem ſingulis gradibus per annos centenos; Et indè à Tebitio, ferri per motum trepidationis: idcirco neceſſarium fuit primum motum adſcribi nono cælo. Deinde quoniam Alfonſus motui trepidationis addidit motum longitudinis, oportuit unum ex his, ſcilicet trepidationem proprium eſſe octauæ: motum autem longitudinis attribui nono cælo, atque ita motum primum relinqui decimo. Quando

quidem neceſſe eſt ſupremum cœlum ſimplici motu ferri. Quod, ſi Alfonſi poſitio uera eſt, poſſent nonus & decimus orbis uocari, quaſi deferẽtes & membra octaui: vt trium orbium aggregatũ contineatur ſub uno firmamenti uocabulo. Itaq; cũ uetuſtiſſimi nõdum deprehendiſſent motũ octauæ: ac Ptolemæus animaduertiſſet tardiſſimum unius gradus in annis centenis motum: Deinde Albategnius in annis 66. per vnum gradum ferri; Tebitius, ut ſaluaret hanc varietatem & maximarum Solis declinationum, primus cõmetus eſt trepidationis motum. Alfonſus vero, ſine obſeruatione, ſiue calculi coniectura inductus adierit trepidationi longitudinem. Tebitius dixit capita Arietis & Libræ octaui cæli circũferri in periferiis paruorum circulorum: quorum poli ſint principia Arietis & Libræ noni cæli. Quo motu fit, ut eclyptica mobilis octaui cæli ſuper aliis atque aliis punctis ſecans æquinoctialem, ob reſpectum talis ſectionis (quæ periodus eſt motuum) & ob ipſum circularem ambitum, fecerit apparere motus diuerſitatem in ſtellis fixis. Aequatio octauæ Sphæræ ſecũdum Tebitium, eſt arcus Zodiaci mobilis inter principium Arietis, & punctum ſectionis Zodiaci cum æquatore. Argumẽtum autem motus trepidationis eſt, arcus parui circuli inter æquatorem & principium arietis mobilis. Ponit autem Tebit. Capita Cancri & Capricorni octauæ inſeparabilia ab eclyptica nonæ. Alfonſus autem dixit capita Arietis & Libræ octaui cœli ferri in periferiis paruorum Circulorum, quorum poli ſunt Capita Arietis & libræ noni cœli, in ſpatio. 7. millium annorum per integrum ambitum. Dictos autem polos cum Circulis, hoc eſt, totum nonum moueri per totum ambitum Zodiaci primi mobilis in ſpatio. 49. millium annorum: Ita vt arcus Zodiaci primi mobilis à principio Arietis primi mobilis ſecundum ſucceſſionem computatus vſque ad Caput Arietis nonæ, ſiue polum parui Circuli, dicatur motus longitudinis nonæ. Arcus autem parui Circuli à ſupremo puncto verſus Septentrionem vſq; ad caput arietis octauæ, dicatur argumentum motus acceſſus, & receſſus, ſiue trepidationis octauæ. Arcus demum eclypticæ noni inter polum parui Circuli & Circulũ per polos eclypticæ nonæ & Caput arieti octauæ interceptus, dicatur æquatio octauæ Spheræ. De quo latius in Theoricis. Vide Peurbaſtrium quoad ſpeculationem: quo verò ad Calculum conſule Alfonſum & Blanſtrinum.

De numero, & ordine Spherarum.

Necesse eſt igitur cœlos non pauciores eſſe, quàm nouem, vt ſcilicet ſupremus ſortiatur motum primum, ab oriente in occidentẽ. Octo autem reliqui totidem ſinguli motus ſecũdarios. primum ſtellarum fixarum, quæ vnico motu ad orientẽ feruntur. Et ſeptem reliquos planetarum.

planetarum : quorum ordinem uetuſtiſſimi philoſophi ita poſuerunt, vt nunc tenemus: vt ſcilicet Sphæra fixarum ſuprema ſit: proxima Saturni : quem ſequitur Iuppiter, Ioue Mars, hunc ſequitur Sol ſuperior Venere, & poſt Mercuriũ Luna infima. Poſteri uero, ſicut Plato, quia nec Veneris, nec Mercurij interiectu Solis eclypſim fieri uidebant; eos ſupra Solem locandos eſſe cenſuerunt. Alpetragnius autem, qui motuum diuerſitates per incurtationem quandam primi motus fieri putabat, ſub Marte Venerem, ſub qua Solem & inde Mercurium ſtatuebat. Minus enim incurtat Venus à motu primo, quàm Sol ex parte quidem epicycli. Mercurius autem pluſquàm Sol. Harum opinionum antiquiſſimam recentiores, vt veriſſimam ſuſceperunt : quandoquidem nec Venus (cuius ſuperficies ſubcentupla Soli ponitur ab Albategnio) Solem, & minus Mercurius obtenebrare ſenſibiliter poteſt. Amplius maxima lunæ à centro mundi diſtantia ſemidiametrum terræ. 64. vicibus: Minima vero Solis indidem remotio eandem diametrum. 1070. vicibus continet. Vnde ſequitur, vt interſtitium orbium luminarium ſemidiametrum terræ. 1006. vicibus contineat. Quod cum natura non ſinat vacuum, iure Veneris ac Mercurii orbibus adſcribetur: ne tã ta moles vacua ſinatur. Venerem autem Mercurio ſuperiorem eſſe, nos in Coſmographiæ noſtræ dialogis pulcherrimis coniecturis, & argumẽtis demonſtrauimus.

Ad

Ad Lectorem.

NON tamen hæc ſcripſimus, candide Lector, ut, contemptis cæteris, noſtra tantùm legeres: ſed quo per noſtram traditionem melius cætera intelligeres, & ab alijs omiſſa perdiſceres. Nec dubito, quin ex noſtris elementis, cautius ſis lecturus, & acutius iudicaturus quidquid apud Sacroboſcum, Robertum, aut Campanum uideris. Sed nec Robertus, Sacroboſci, nec Campanus Roberti lectionem excluſit, uti fortaſſe credidit. Sicut nec Theoricæ Peurbachij, quamuis exactiſſimæ, & ſecundum Ptolemaicam doctrinam traditæ efficere potuerunt, ut Alpetragrij dogmata, & Cremonenſia delyramenta penitus excluderentur. Satisq; fuit Geōrgio & Regimundo admonuiſſe lectores, ut quid cauendum, quidue approbandum eſſet, optimè cognoſcerent. Sed omnia perperam tradita emendare omnium animos ad rectitudinem conuertere nequidem Atlas, qui Cælum ſuſtinet, totis uiribus ualeret. Toleratur & Nicolaus Copernicus, qui Solem fixum ac terram in girum circunuerti poſuit: & ſcutica potiùs, aut flagello, quàm reprehenſione dignus eſt. Tranſeamus igitur ad reliqua, ne tempus fruſtra teramus.

COMPVTVS ECCLESIASTICVS IN SVMMAM COLLECTVS.

Et primùm de temporis diuiſione.

TEMPORA menſurantur ſecundum ſpacia motuũ. Motus autem precipui duo ſunt. Conuerſio, ſcilicet cæli ab Oriente in Occidētem ſuper axe polisq; mundi, cuius cingulum eſt æquinoctionalis. Quo quidem motu Sol, Luna, & aſtra cætera oriuntur, occidunt, & reuolutiones perficiunt quotidiè. Alter verò motus fit ab Occaſu in Ortũ ſup axe, polisq; obliqui circuli, qui zodiacus dicitur: per cuius ſemitam Sol, & aſtra cætera non iiſdem temporum ſpaciis deferuntur. Dies igitur eſt integra reuolutio Solis per motum primum, horas 24. continens. Annus autem eſt ſpacium, quo Sol percurrit zodiacum, dies 365. & quadrantē complectens. Menſis verò tempus, quo Luna, Sole relicto, ad eum reuertitur: quæ reuerſio poſcit dies 29. & dimidium. & horæ fermè dodrantem. Quoniam itaque annus comprehendit menſes quaſi 12. menſis verò dies fermè 30. propterea zodiacus ſecatur in ſigna 12. Signum autem in gradus 30. Vt ſcilicet, ſicut circulus totus annum, ſic

ſic ſigna ſingula menſem : diesq; ſinguli gradū de motu Solis poſtularent. Hinc & numerus horarum duodenarius pro die artificiali, vel pro nocte. Et horæ vigintiquatuor pro toto die naturali. Licèt verò diuiſio temporum ad amuſſim non reſpondeat dictæ circuli diuiſioni : tamen id ipſum docet nos natura in ipſa circini deſcriptione : quodq; ibi per temporum interualla propè verum inducat, hic iam præcisè determinat. Nam bina ſigna prædicta ſuſcipiunt circuli ſextantem, cuius chorda eſt ipſa ſemidiameter : quæ periferiam totam circinabat. Vnde circulus in huiuſmodi ſex arcus (quæ ſigna Phyſica dicuntur) commodè ac quàm facillimè, per circinū ſexies repetitū, diſtinctus habebit in ſingulis his arcubus 60. gradus, & in toto ambitu gradus 360. ſicut prius. Et idcirco poſcit ratio, vt & gradus in 60. minutias: & minutiæ ſingulæ in totidem ſecundas, & ita deinceps diſtinguantur. Vnde Alfonſus Rex, perſpicaciſſimus tabularum author, tam diuidendo, quàm colligendo dies ſexagenario numero vſus eſt. Vt videlicet temporis diuiſio circuli diuiſioni proportionaliter reſpondens, faciliorem cōputum redderet.

De Die.

DIES eſt reditio Solis ad Meridianum. Quod & ſpacium integræ reuolutionis motus primi cum tanto arcu æquinoctialis, quantus reſpōdeat motui Solis proprio in zodiaco interim peracto. Qui arcus, ꝓpter inæqualitatem motus Solis, & propter obliquitatem zodiaci variatur. Quare dies tales, qui vulgares & apparentes dicuntur, ſunt inter ſe aliquantum inæquales. Aſtronomi verò vtuntur additamento mediocri, & dies ad æqualitatem redigunt. Sic fiunt dies æquales & aſtronomici. Aequatio dierum dicitur horum ab illis differentia. Dies artificialis eſt arcus Solis diurnus, qui cum arcu nocturno naturalem diem conſummat. Qui quidem arcus in Sphæra recta ſemper, in aliis verò locis tantum, Sole exiſtente in æquinoctiali, ſunt æquales.

De Hora.

HORARVM aliæ ſunt æquales, aliæ temporales. Hora æquinoctialis, ſiue æqualis eſt viceſima quarta pars diei naturalis : quæ poſtulat ſibi quindenos æquinoctialis gradus. Hæ ſunt horæ, quæ in horologiis per lapſus rotarum indicantur, & in Sciotericis per lineas horarias diſtinguuntur. Hora verò temporalis, ſiue inæqualis eſt duodecima pars, diurna quidem arcus diurni, nocturna verò nocturni. Vnde creſcit & decreſcit cum ipſo arcu : & proinde inæqualis eſt, & pro tempore variatur. Per has horas planetæ per ordinem ſuſcipiunt dominium, ita vt ſingulæ feriæ in hebdomada, nomen ſortiantur à planetā, cuius dominium in primam diei horam cadit. Quanquam poſtula

ret ratio, vt huiuſmodi horarum diuiſio fieret per diuiſionem zodiaci: ſicut horæ æquales diſtinguuntur per diuiſionem æquinoctialis. Bene igitur dixit Ioannes Sacroboſcus, cum diffiniuit horam naturalem, hoc eſt inæqualem, ſiue temporalem, eſſe ſpacium tẽporis, quo peroritur dimidium ſigni in zodiaco. Quandoquidem in ſingulis arcubus tam diurnis, quam nocturnis ſex ſigna (quæ faciunt 12. horas) vbiq; peroriantur.

De Anno.

ANNVS eſt duplex, ſcilicet ſolaris dierum 365. & quadrantis ſpacium ſtilum, quo Sol percurrit zodiacum. Et lunaris complectens dies 354. & horas 9. quod eſt ſpacium 12. lunationum, ſiue 12. menſium lunarium. Vnde aliqui, ſicut Aegyptij & Romani, vtuntur anno ſolari. Aliqui autem, ſicut Arabes, vtuntur anno lunari tantum. Nonnulli verò, vt Hebræi, dum vtriuſq; luminaris rationem amplecti conantur, annos lunares, intercalatis quibuſdam meſibus, ad menſuram ſolarium reuolutionum redigunt. De quibus nunc ſingilatim aliquid dicemus, ſcientiæ quidem, non vſus cauſa.

De anno Arabico.

ARABES vtuntur anno lunationum 12. hoc eſt dierum 354. & $\frac{11}{30}$ quæ fractio per annos 30. repetita fiunt dies 11. quos tãquam intercalares, ſeu biſſextiles interponunt ſingulos tunc, hoc eſt in eo anno: quando collectum ex fractionibus præteritis excedit dimidium diei; hoc eſt $\frac{15}{30}$, vt docet Alfraganus, & Alfonſus in tabulis. Sic.n. anni tales 30. cõprehẽdũt 360. lunationes, q̃uis 12 lunationes requirãt dies 354. horas 8. m̃. 48. 2̃. 36. $\frac{1}{2}$ At $\frac{11}{30}$ diei ſint horæ 8. m̃. 48. præcisè. Quo fit, vt cẽtum quibuſq; talibus annis Luna tardior fiat per horam: cum lunatio poſcat dies 29. hõ. 12. m̃. 44. 2. 3. $\frac{1}{20}$.

De anno Aegyptio.

ÆGYPTII vtuntur anno ſolari dierum 365. abſque intercalatione diei biſſextilis: ob id ſcilicet, ꝙ 25. anni tales comprehẽdũt dies 9125. in quibus complentur lunationes 309. Quamuis tot lunationes ad amuſſim calculatæ poſcãt ſibi dies 9124. hõ. 22. m̃. 51. 2. 48. Atq; ita lunatio retrocedat per horam 1. m̃. 8. 2̃. 12. in ſpacio annorum 25. vt ex calculo colligitur. Et tempora ſolaria varientur antrorſum in tali ſpacio per dies 5. fermè. Seruatur tamen in eo ſpacio vtriuſq; luminaris ratio prope verum. Quãdoquidem ſeruari præcisè nullo modo poteſt, vt ſcribit Ptolemæus in ſexto magnæ conſtructionis.

De anno Romano.

ROMANI verò, & nunc Chriſtiani per totum orbẽ vtimur anno ſolari

ſolari 365.dierum & quadrantis: pro tali quadrante diem quarto quoque anno intercalantes. Huiuſmodi annis conuenit fermè cyclus lunaris 19 annorum, qui cum ſuis quadrantibus faciunt dies 6939.& horas 18. Sed lunationes 235.perficiũtur in ſpacio dierum 6939. hõ.16. m̃.31. 2̃. 56. 3̃. 45. ſic Luna in tot annorum interuallo anticipat horá 1.m̃.28.2̃. 3.$\frac{1}{4}$ Et in annis 76.anticipat hõ.5.m̃.52. 2̃.13. Item in annis 311.per diem fermè. Hunc annum primus inſtituit Caius Cæſar dictator, conſilio M. Flauij ſcribæ, & Soſigenis Philoſophi vſus, vt ſcribunt Plinius, & Plutarchus. Quamuis annus ſolaris præciſè contineat dies 365.hõ.5.m̃ 49. 2̃.16. iuxta calculum Alfonſi. Atq; ita æquinoctia, & Solſtitia retrocedant quolibet anno per minutias horarum 10. 2̃.44.

De Menſe.

MENSIVM alius ſolaris, alius lunaris. Menſis lunaris duplex: vel ſcilicet ſpacium, quo Luna motu proprio peragrat zodiacum: & habet dies 27.hõ.7.m̃.43.2̃.7. Vel ſpacium, quo à Sole digreſſa eundem repetit. quod poſtulat dies 29.hõ.12.m̃.44. 2̃. 3.$\frac{1}{20}$, vt ſupra dictum eſt, quod ſpacium lunatio dicitur. Solaris item menſis duplex: vel ſpacium ſcilicet, quo Sol pertranſit ſignum: & habet dies 30. hõ. 10. m̃.54. 2̃. 6.$\frac{1}{3}$ quæ eſt $\frac{1}{12}$ pars anni totius. Vel ſpacium menſis vſualis. Sunt autem tales menſes duodecim ſecundùm vſum noſtrum, propter duodenarium tam ſignorum, quàm fortè lunationum numerũ. Scilicet Ianuarius habẽs dies 31. Februarius dies 28. cui in anno biſſextili ſuperadditur dies ipſe intercalaris in feſto S. Matthiæ. Martius habens dies 31. Aprilis dies 30. Maius dies 31. Iunius dies 30. Iulius dies 31. Auguſtus dies 31. September dies 30. October dies 31. Nouember dies 30. December dies 31. Qui dies collecti conficiunt in anno communi dies 365. in biſſextili dies 366.

De Kalendis, Nonis, & Idibus.

MARTIVS, Maius, Iulius, & October, ſinguli habent ſex Nonas. cæteri menſes quatuor nonas ſinguli. Quilibet ex omnibus Idus octo. Quidquid autem reſtat de menſe, Kalendarum ſortitur nomen, cum die primo ac nomine ſequentis. Diei primo ſuccedunt Nonæ: Nonis autem Idus. Kalendæ dictæ, quòd in initio menſis calatæ, hoc eſt, vocatæ in Capitolium plebi indicabatur, quot ad Nonas vſq; ſupereſſent dies. Nonæ dicuntur, quaſi nouæ obſeruationis initium, vel à nouem diebus vſque ad exordium Kalendarum interiectis. Idus demum à diuidendo menſe: vel à ſpecie plenæ Lunæ. Kalendis immolabatur Iunoni: Idibus ſacrum fiebat Ioui: Nonæ carebant tutela Dei.

De

De ingreſſu Solis in ſigna.

Sol ingreditur Arietem Martii decimo. In Taurum Aprilis 10. In Geminos Maii 11. In Cacrum Iunii 11. In Leonem Iulii 13. In Virginem Auguſti 13. In Libram Septembris 13. In Scorpium Octobris 13. In Sagittarium Nouembris 12. In Capricornum Decembris 11. In Aquarium Ianuarii 10. In Piſces Februatii 8. Verùm hæ ſedes in Kalendario retrocedunt, vt dictum eſt, quotannis per minutias horæ 10. A 44. Et in annis 400. per dies fermè tres. Ita vt in ſpacio 49. millium annorum redeant ad ſedẽ priſtinam. Quod tempus nona Sphæra poſtulat, vt Alſonſo placuit, ad reuolutionem complendam.

De Aequinoctiis, Solſtitiis, & quatuor Temporibus.

Aequinoctia duo ſunt. Vernum, quod facit Sol in principio Arietis, ſcilicet 10. Martii. Autunnale, quod fit in principio Libræ 13. Septembris, quando ſcilicet æquatur nox diei. Solſtitia totidem. Aeſtiuum in principio Cancri 11. Iunii. Brumale in principio Capricorni 11. Decembris. In illo maximus dies, nox minima: in hoc autem nox maxima, dies minimus. Sed Veris exordium communiter in Cathedra Petri 22. Februarii. Aeſtatis in feſto S. Vrbani 23. Maii. Autũni in feſto S. Symphoriani 22. Auguſti. Brumæ tandem in feſto S. Clementis 23. Nouembris, ſtatuitur ab authoribus Computi. Quæ tamen exordia cum ſedibus Aequinoctiorum, Solſtitiorum, & ingreſſuum Solis in ſigna, prædicto modo, retrocedunt.

De diebus Ægyptijs.

Ad ſciendum dies Aegyptios, ediſcenda ſunt iſtec carmina:

Augurior, decies, audito, lumine, clanguor.
Liquit, olens, abies, coluit, colus, excute, gallum.

In quibus verſibus ſunt duodecima dictiones ſingulis menſibus anni per ordinem ſeruientes, vtpote, augurior, Ianuario. In qua prima litera a. in alphabeto prima: ergo primus dies Ianuarij eſt ægyptius. Item g. litera ſequentis ſyllabę, eſt ſeptima in alphabeto: ergo ſeptima dies Ianuarij à fine, eſt ægyptia, hoc eſt 25. Et ſimiliter in cæteris dictionibus pro cæteris menſibus. Namque in his diebus perhibent Pharaonem & Aegyptios plagis diuinitus afflictos, tandemque ſubmerſos. Quæ obſeruatio ſuperſtitioſa eſt. Et licèt tradatur à Sacroboſco, tamen deridetur à Campano. Romani etiam poſtridianos dies Kalẽdarum, Nonarum & Iduum atros & infauſtos rebus gerẽdis habebãt, eo quòd in illis infeliciter dimicatum fuiſſe notaſſent, vt ait Gellius, & Caſſius Hemiria. Vel quia ſicut Kalendæ, Nonæ & Idus Diis ſuperis: ita poſtidriani

poſtidriani Diis inferis dicabantur, vt ait Plutarchus, propter numerum parem, & perinde non fœlices.

De hebdomada, & Planetarum dominio.

HEBDOMADA, ſiue ſeptimana habet dies ſeptem, propter numerum Planetarum, qui cum dominium habeant per ſingulas horas inæquales, ſiue temporales, ſiue naturales tam diurnas, quàm nocturnas (de quibus ſuperius diximus,) ſecundum ordinem ſuorum orbium ♄ ♃ ♂ ☉ ♀ ☿ ☽, ſemper repetitum; ſingulę feriæ, ſeu dies Septimanæ nomen ſortiuntur à planeta in prima hora diei dominium habente. Quæ obſeruatio à Babyloniis inuenta, ut ait Hermes, ad Ægyptios, vt ſcribit Dion. inde ad Hebræos propagata eſt: poſtremo à Latinis ſuſcepta. Nam Romani priſci non diſtinguebant ea ratione ſeptimanam. Qui numerus fortaſſe mouit Alfonſum, vt Trepidationem Stellatæ ad motum nonæ ſpheræ ſeptuplam in uelocitate faceret. Eccleſiaſtici vtũtur numero feriarũ pro vocabulis planetarum. Et feriam ſeptimam ſabbatum (quod Chaldaicè ſeptem ſignificat) appellarunt, diẽ ſcilicet quieti attributum: Primam vero dominicam à Domino planetarum.

De Cyclis.

CYCLVS eſt certus annorum numerus in ſeipſum, completa varietate, numeroque reuolutionum rediens. In his primo loco conſideratur Cyclus ſolaris annorum 28. in quo redeunt biſſextorum & literarum dominicalium diuerſitates. Cyclus dein lunaris habet annos. 19. in quo redeunt lunationes ad priſtinãm in Kalendario ſedem. Cyclus verò paſchalis ex horum ductu procreatus conficitur in annis 532. reportans omnes diuerſitate paſchales. Item Cyclus Indictionalis 15. annorum, per quem indicabatur redditio cenſuum quinquennalium. Et qui adhuc notari ſolet in actis Scribarum & publicis decretis.

De Cyclo Solari.

CYCLVS ſolaris fit ex ductu Cycli ferialis in Cyclum biſſextilem, hoc eſt, ex ſeptenario in quaternarium ducto. Namque. 7. literæ alphabeti, a b c d e f g. ſingulæ indicant in Kalendario ſingulas hebdomadæ ferias. Et index diei dominici, litera dominicalis dicitur. Et quoniã annus communis habet hebdomadas 52. & inſuper vnum diem: Biſſextilis verò annus addit & alium diem, ad feſtum S. Matthiæ 25. Februarij: Idcirco propter excreſcẽtiam talis diei, fit, ut in anno communi litera dominicalis ſemel, in principio ſcilicet Ianuarij; in anno autẽ biſſextili bis, nõ ſolum in dicto principio, ſed etiam ruſus ad 25. diem Februarii mutetur. Quoniam igitur quartus quiſque annus eſt biſſextilis: & literæ dominicales in ſeptenario numero verſantur: & mini-

mus

mus numerus ab his duobus inter ſe primis numeratus eſt. 28.(eorum ſcilicet productum)ideo in tali annorũ numero neceſſe eſt reuerti omnem biſſextorum & literarum dominicalium diuerſitatem. Quem numerum appellant Calculatores, ſolarem cyclum, eo quòd ad biſſextum anni ſolaris, annuoſq; recurſus dominicalium literarum pertinet. Illi autem dies, qui ſuper vltimam anni hebdomadam, hoc eſt, poſt vltimã anni ſabbatum ſuperſunt, efficiunt Concurrentes ſequentis anni. Vnde cùm poſtrema dies anni ſabbatum eſt; ſequens annus nihil habet de Concurrentibus. Renouãtur tamen Cõcurrentes ad Martium, poſt locum biſſexti, vt patebit. Poſtulat aũt ratio, ut Cyclus ſolaris exordiũ capiat à primo die anni, primoq; die hebdomadæ, prima litera alphabeti, primoque anno poſt biſſextum. Ita, vt 4.8.12.16.20.24.28. anni in cyclo ſemper appareant biſſextiles. Quibus ſuppoſitis (vt ratio expoſcit) neceſſe eſt, vt annus præcedens initium Cycli, hoc eſt 28. Cycli præcedentis, deſinat cum hebdomada in ſabbatum. Vtque Concurrentes in primo anno ſint zifra: quoniam nihil ſuperfuerit integræ hebdomadæ. Quare ordo literarũ dominicaliũ talis erit. A,g,f,e,d,c,b, hoc eſt 1.7.6.5.4.3.2. Ordo autem Concurrentium talis. 0.1.2.3.4.5.6. Vnde fit, vt numerus literarum coniunctus numero Cõcurrentium, cõficiat octonarium(in Concurentibus ſcilicet pro.0.ſumpto.7.) Verum in annis biſſextilibus ſingulis binæ literæ percurantur. & duo numeri Cõcurrentum. Et tunc ex literis vna à principio Ianuarij vſque ad 24. diẽ Februarii reliqua ad reſiduum anni accommodanda. Bis enim mutatur, ut dictum eſt. Ex binis vero numeris Concurrentium tenendus eſt poſterior. Namq; is cũ Regularibus menſis(vt patebit) coniunctus oſtendet feriam, à qua incipit menſis. Itaque cum ad annos Chriſti propoſitos quæris Cyclum ſolarem; appone annis datis 16. & ſummam partire per 28. Quod enim ſupereſt, indicat inſtantem Cyclum. Si nil ſuperſit, Cyclus eſt 28. Exempli gratia, inſtat nunc annus ſalutis 1567. quæro Cyclum Solis. Annis propoſitis. 1567. appono. 16. & habeo. 1583. hunc partio in 28. & ſuperſunt 15. igitur inſtat annus Cycli quindecimus.

De inuentione Biſſexti, Concurrentium, & literæ.

SI ad annos ſalutis propoſitos vis biſſextum, Concurrentes, & literam dominicalem reperirere; partire annos Chriſti propoſitos in 4. Si nihil ſupereſt, annus propoſitus eſt biſſextilis: ſi aliquid, communis. Quod autem ex diuiſione proſilit, indicat annos biſſextiles elapſos. Illud itaque coniungito annis ipſis, quinario etiam ſuperadiecto: ſummam diuidito per 7. quod enim ſuperfuerit, erunt Concurrentes inſtantis

ſtantis anni. Hoc itaque quod ſupererit, vel 7. ſi nil ſuperfuit, ſubtrahito ab octonario. & reſiduum computa in ordine literarum ab A. Nam deſines in literam dominicalem anni propoſiti; quæ litera in anno communi renouatur à Kalendis Ianuarij: in anno autem biſſextili, renouatur à 25. die Februarii: ſequens autem in ordine literarum renouatur ab ipſo anni exordio. Exempli gratia, hoc anno 1567. volo prædicta comperire. Partior hunc numerum 1567. in 4. & proueniunt 391. ſuperſunt autem 3. igitur tertius annus eſt à biſſexto. Suntque anni 391. biſſextiles elapſi. Quem numerũ iungo cum annis Chriſti propoſitis 1567. & conflatur 1958. quibus adiungo 5. & fiunt 1963. Quã ſummam diuido per 7. & proueniunt 280. atque ſuperſunt 3. Concurrentes ſcilicet anni propoſiti. Subtraho hoc reſiduum 3. ab octonario. & relinquuntur mihi 5. Igitur quinta litera, hoc eſt, e. eſt litera dominicalis huius anni. Eodem proceſſu vteris in reliquis caſibus. non enim negotium eſt multi momenti. Illud autem notandum, quòd Dionyſius Abbas Romanus cognoměto Exiguus, anno ſalutis. 500. inſtituit primus computare annos à Chriſti natali. Cum antea ab imperio Diocletiani computarẽtur. Hic etiam & Computi paſchalis, & cyclorum, quibus Eccleſia vtitur, author fuiſſe perhibetur.

De inuentione eorundem per Cyclum Solarem.

EADEM & eodem modo per Cyclum Solarem inuenies. Sed pro quinario, ſenarium adiicies. Exempli gratia: in anno inſtãti Cyclus ſolaris eſt 15. Hunc diuido in 4. & proueniunt 3. quod iungo cum 15. & fiunt 18. cui addo 6. & habeo 24. quem numerũ diuido, per 7. & ſuperſunt 3, Concurrentes ſcilicet huius anni. Subtraho 3. ab octo, & relinquuntur 5. igitur quinta litera, hoc eſt e. litera eſt dominicalis huius anni. Et quoniam in prima diuiſione ſupererant tria, idcirco annus eſt communis, & poſt biſſextum tertius. Vnde conſtat, quòd prima litera ſcilicet a. nihil habet pro Concurrente. Deinde quotannis additur vnitas, & in biſſexto binarius: ſeptenario ſemper abiecto. In ſequẽtibus autem 4. verſibus ponũtur 28. dictiones, quarum primæ literæ ſunt literæ dominicales annorum, totidem cycli Solaris, quæ ad anni principium renouantur, & iuxta exordium cyclo Dionyſiaci, quo vtitur etiam Sacroboſcus in ſuo computo.

Fallitur, Eua, Dolo, Cibus, Adæ, Gaudia, Finit,
Et, Cum, Botrus, Adhuc, Germinet, Eua, Dolet,
Chriſtus, Bella, Gerit, Finitur, Eo, Duce, Bellum,
Ad, Grauidam, Fit, Dux, Cuncta, Beauit, Aue.

De regularibus Solis.

Martivs habet 4.pro regulari, quia d.litera ferialis in principio Martii,eſt 4.in alphabeto. Hoc idem fit in ſequentibus menſibus. Vel iunge 4.cum 31.numero dierum Martii,& fiunt 35.quod diuidatur in 7.& ſupereſt o.Igitur regularis ſequentis menſis erit 7.Cũ relinquitur minus,quàm 7.illud capiatur:ſimiliter facies per ſingulos menſes ſuccedentes,vſque ad Februarium; quem pones vltimum.

De ingreſſu Menſium.

Concvrrentes iuncti cũ regularibus ſingulorum mẽſium indicant ferias, in qua menſes ſinguli ingrediũtur(abi[illegible] tamen ſeptenario,ſi ſumma ſeptenariũ excedat) Exẽpli gratia, huius anni 1567. Concurrentes,vt conſtitit,ſunt.3.Regulares Martii ſunt 4.qui coniuncti cõficiunt 7.ergo ſeptima feria,hoc eſt ſabbato ingreſſus eſt Martius. Item regulares huius menſis Decembris ſunt 6.qui coniuncti cum 3. qui ſunt concurentes anni, conficiunt 9.vnde abiectis 7.ſuperſunt 2. Ergo December intrauit in feria 2.:hoc eſt die Lunæ. Et ita in cæteris procedes.

De inuentione feriæ per annos Chriſti.

Instat hodie dies 18. Decembris huius anni 1567. Volo ſcire feriam huiuſce diei. hic erit calculus. Partior annos completos ſcilicet.1566.per 4.& perueniunt 391.qui ſunt anni biſſextiles elapſi,& vlterius anni duo, qui ſuperſunt. Multiplico dictos annos per 375.& produco 571590.quibus addo 391.& conficio 571981.Hinc ſubtraho vnitatem, & ſuperſunt 571980. quibus addo dies à principio Ianuarij vſque ad hunc diem elapſos, diem ſcilicet 18. Decembris, qui ſunt dies 352.Et ſic aggrego dies 572332.à principio Ianuarii immediatè Chriſti Natalem ſequentis ad hunc vſque diem incliſiuè elapſos. Quos partior per 7.& perueniunt 81761 hebdomadæ integræ: & ſuperſunt dies 5. Et ideo feria quinta hodie inſtat. Similiter in quolibet anno propoſito,& in quouis inſtanti die calculum tuum diriges.

Aliter per Cyclum Solarem.

Qvod ſi velim per cyclum ſolarem id ipſum inquirere, cum huius anni cyclus ſit 15.capio 14. annos perfectos, quos diuido per 4.& exeunt 3.inde multiplico eoſdem per 365. & produco 5110. quibus addo 3.& fiunt 5113.his addo 352.dies ſcilicet elapſos à principio iani vſque ad diem 18.Decembris inſtantẽ, & aggrego 5465. quos partior per 7. & prodeunt 780. ſuperſunt autem 5.Igitur hodie eſt feria quinta,ſicut antea. Memento tamen in anno biſſextili tribuere Februario 29.dies. Hæc ſatis, quæ ad Solis cyclum ſpectant.

Nunc

Nunc exponetur tabella ipſius Cycli cum literis, biſſextis & concurrentibus dictas Regulas compacta.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	Cyclus ſolaris.
A	g	f	ed	c	b	a	gf	e	d	c	ba	g	f	Litera dominicalis.
0	1	2	4	5	6	0	2	3	4	5	0	1	2	Concurrentes.

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	Cyclus ſolaris.
e	dc	b	a	g	fe	d	c	b	ag	f	e	d	cb	Litera dominicalis.
3	5	6	0	1	3	4	5	6	1	2	3	4	6	Concurrentes.

REGVLARES SOLIS.

Martius 4. Aprilis 7. Maius 2. Iunius 5. Iulius 7. Augu. 3.
Septemb. 6. Octob. 1. Nouēb. 4. Decēb. 6. Ian. 2. Febr. 5.

De Cyclo Lunari, & quomodo inueniatur.

CYCLVS Lunaris, ſiue aureus numerus, continet ſpatium 19 annorum ſolarium (vt dictum eſt) in quo complentur lunationes fermè 235. Vt igitur habeas hunc cyclum, ad annum ſalutis propoſitum; adde numero annorum currentium vnitatem. & totum diuide per 19. Nam, quod ſupereſt, indicat numerum cycli inſtantis. Exempli gratia: quoniam nunc inſtat annus 1567. hic numerum cum vnitate conficit 1568. qui diuiſus per 19. exhibet in quotiente 82. ac reſiduat 10. Igitur cyclus lunaris huius annis eſt 10. & litera Martirologii, per quam profertur ætas Lunę, eſt 10. in alphabeto, hoc eſt K. Hic cyclus in kalendario indicat diem coniunctionis luminarium: quamuis ſedes coniūctionum, propter prædictā retroceſſionē annuā, ſcilicet horę. 1. m̄. 28. 2̄. 3 ½ hac tēpeſtate retroceſſerunt per 4. dies. De hoc numero meminit Aratus in Phęnomenis. Et Ruffus Feſtus eius interpres dicit hunc à Metone adinuentum, ſumptumq́ue ab antiquiſſimo Harpalo.

De coniunctionibus Solis, & Lunæ.

AVREVS numerus in Kalendario indicat, vt dixi, diem coniunctionis luminarium. Sed hac tempeſtate à loco aurei numeri retrocedendum eſt per 4. dies, ſiue 5. incluſiuè. Hic numerus primùm à Iulio Cæſare in Faſtis locatus eſt, poſita vnitate ad Kalendas Iani. Deinde ab Hebræis, ac priſcis Latinis, poſito ibi 19. numero. Demum ab Euſebio Cæſarienſi Epiſcopo, ab Alexandrinis, & à Dionyſio inſtauratus habens ibidem ternarium, quo nos in noſtris Kalendarijs vtimur. Vn-

de, ſi à noſtris numeris ſingulis ſubtrahatur binarius, ſupererũt numeri Iuliani. Si minuatur ternarius, relinquẽtur numeri Hebraici, aſſumptis 19. vbi ſubtractio fieri nequit. Et 19. ſubſtitutis pro zifra.

De diſtributione Lunationum.

CVM cyclus Lunaris comprehendat 19. annos ſolares, vt dictũ eſt, in quo ſpacio peraguntur 235. fermè lunationes; iam tales anni ſolares rediguntur ad totidem annos lunares hac ratione. Duodecim anni lunares continent ſinguli 12. lunationes. ſic faciunt lunationes 144. Item 7. reliqui ſinguli habent lunationes 13. & ideo in totum lunationes 91. Atq; ita omnes anni lunares 19. comprehendunt lunationes 235. Et illi 7. anni dicuntur Emboliſmi: Et ponuntur in ordine cycli 3. 6. 8. 11. 14. 17. 19. Vnde verſus, *Chriſtus, factus, homo, leuat, omnia, reddita, trono.* Totidẽ ſcilicet dictionũ, quot ſunt emboliſmi. Nã quota eſt prima litera huius dictionis, *Chriſtus*, in alphabeto, ſcilicet c. tertia: totus in ordine annorum cycli, hoc eſt tertius annus eſt Emboliſmus. Et ſic in cæteris dictionibus. Item verſus, *Mobilis, ibo, cofis, ace, liber, habeto, coxum.* totide dictionum Emboliſmorum locos indicantium. Cum primæ dictionis prima litera M. ſit 12. in alfabeto; iam lunatio primi emboliſmi, in 3. ſcilicet anno tribuitur duodecimo menſi, ſcilicet, Decembri. Cumq; b. prima litera ſecundæ ſyllabæ dictionis eiuſdem ſit 2. in alphabeto; iam lunatio præfata incipit in 2. die dicti menſis. Idemq; faciendum in cæteris ſingulis dictionibus. Sed nota, quod annus in hoc caſu, incipiendus eſt à Septembri. vnde incipit Epacta, & regulares lunares, vt dicam. Item impari menſi datur lunatio 30. Pari autem lunatio 29. dierum. vt maiori numero detur maius ſpacium: & vt crementum vnius, ſuppleat defectum alterius. Cũ lunatio poſcat ſibi 29. dies ac dimidium.

De diſpoſitione Aurinumeri.

POST hæc tradẽdus eſt modus locandi, aut reſtituendi aurinumeri in Kalendario. Quæ regula continetur in ſequentibus metris. quos Io. Sacroboſcus fecit. Robertus Lingonienſis tranſtulit aliquãtum mutatos in ſuum Computum. Et Campanus, vt erant in ſuum.

Sequuntur verſus:

Aureus hac arte numerus formatur à parte.
Prima dies Iani: quæ Ianua dicitur anni,
Ternarium retinet: ne poſterus ordo uacillet.
Per præcedentem numerum dant octo ſequentem.
Si decimum nonum ſuperabis ſic numerando;
Tolle decem, pariterq; nouem, reliquum retinendo.
Maiori numero debetur tertius ordo:
Siq; minor ſequitur, maiori continuatur.

Per

Per loca biſſena non eſt hæc regula uera.
Tres ſebrui quarto nonarum continuato.
Quattuor apponas ſub Aprilis pridie nonas.
Tot Iunius laterat, ubi nonas quattuor aptat.
Augusti capite tres debes continuare.
Quattuor Octobris lateratim pone Kalendis.
At quarto nonas duodeni deniq; menſis.
Linea tredecimum tenet una, ſimulq; ſecundum.
Excipe ſex menſes, Iulium prius atq; ſequentes,
His, quamuis creſcat, undenis ſumma propinquat.
Octo minor ſequitur numerus, nec continuatur.
Tali quippe modo deſcribitur aureus ordo.

Qui verſus non indigent expoſitione. Sed poſſumus id idem efficere, ſi ſubtrahamus vndecim, aſſumptis 19. vbi ſubtractio fieri non poteſt. Et ſi nihil ſuperſit, ſubſtituitis 19. Robertus autem miſcuit iſtã regulam cum regula Io. Sacroboſchi. Præcepit enim, ſi numerus non ſit maior, quàm 11. vt addantur octo. quando autem maior, vt ſubtrahantur vndecim. Atq; hoc modo, illic vitat laborem abiiciendi, hic aſſumendi 19. Laudandus quidem tali artificio. Sed in diſcuſſione iunctionum & emboliſmorum, tam ipſe, quàm Campanus, & Ioãnes ſunt nimium curioſi: præſertim cùm Eccleſia procedat per integros dies. Mihi verò ſatis eſt oſtendiſſe conuenientiam 19. annorum ſolarium cum totidem lunaribus; permiſſo interim ſitu aurei numeri, ſicut diſponitur per dictos verſus in Kalendario. Item retroceſſionem ſedium æquinoctiorum, & lunationum, ſecundum calculum Alfonſi: quem omnes Aſtronomi ſequuntur. Nam diſſerere de ſuppoſitione, Albategni, vel Tebitii, ſuperuacuum eſſe duxi.

De Epacta, & eius inuentione.

EPACTA nihil aliud eſt, quàm excreſcentia ſolaris anni ſuper lunarem, hoc eſt, dierum 365. ſupra dies 354. Et ideo primus cycli lunaris annus nullam habet Epactam, cum excreſcentia nondum præceſſerit. Sicut primus cycli ſolaris annus nihil habet concurrentium, cùm dies poſt integram hebdomadam abundans nondum præceſſerit. Vnde errãt, qui primo cycli lunaris anno vndecim dant pro Epacta, quæ danda eſt ſecundo. Vt igitur Epactam anni propoſiti inuenias, quære cyclum lunarem talis anni: & eius numerũ multiplica per 11. (prius vnitate ſubtracta) & productum partire per 30. nam reſiduum indicat Epactam anni propoſiti. Exempli gratia, nunc in anno ſalutis inſtanti, cyclus lunaris eſt 10. hinc minuo vnitatem, & ſuperſunt. 9. quod multiplico per 11. & proueniunt 99. quem numerum partior in 30. &

ſuperſunt 9. Epacta ſcilicet anni inſtantis. Vel, ſi vis per Epactam alicuius anni comperire Epactam anni ſequentis; minue ab ea 19.aſſum ptis 30. ſi ſubtractio fieri nequit: ſic enim ſupereſt Epacta ſequentis anni. Vel adde propoſiti anni epactæ 11. abiectis 30. ſi aggregatum exceſſerit 30.& conflabis Epactam ſequentis anni. Vel ſic partire cyclum lunarem anni propoſiti per 3. & ſi ſupereſt vnum, minue à numero ipſius cycli vnitatem: Si duo, adde eidem numero 9. Si ſupereſt nihil; adde ipſi numero 19. abiectis tamen 30. cum ſumma tricenarium excedit. Sic enim ſupererit; vel conflabitur numerus Epactæ anni propoſiti. Vel ſic: Vide quota ſit Luna ad 22. diem Martii, ſecundum ſitum aurei numeri. talis enim erit numerus Epactæ inſtantis anni. Mutatur autem Epacta ad initium Septembris, quamuis aureus numerus mutetur ad Ianuarii principium. Namq; Epacta eſt inuentio Græcorum, qui annum indidem exordiuntur.

De regularibus Lunæ.

INITIVM regularium Lunæ ſumitur à Septembri: quia ibi innouatur Epacta. September habet 5. pro regulari: quoniã ſcilicet Luna quinta eſt in initio Septembris in anno primo cycli lunaris. quamq̃ tunc aureus numerus eſt 19. quoniam exordium capit ab initio anni ſequentis, ad Kal. Ianuarii. Iunge igitur 5. regulares Septembri. cũ 30. qui eſt numerus ſuorum dierum. & fiunt 35. hinc minue Lunam Septembris, ſcilicet 30. & ſuperſunt 5. regulares, ſcilicet Octobris. Item iunge 5. cum 31. numero dierum Octobris: & fiunt 36. hinc minue Lunam Octobris ſcilicet 29. & ſuperſunt 7. regulares ſcilicet Nouembris. Et ſic faciendum ſucceſſiue per ſingulos menſes vſque ad Auguſtum. Vel ſic. Quota eſt Luna in Kalendis ſingulorum menſium, in anno primo cycli lunaris (initio ſumpto à Kalendis Septembris præcedẽtis) tot ſunt regulares lunares ipſius menſis.

De ætate Lunæ.

SI vis habere ætatẽ Lunæ in principio cuiuſpiã mẽſis: cõiũge regulares Lunares talis mẽſis cũ Epacta propoſiti anni, abiectis 30. ſi ſũma tricenariũ excedat. Nã aggregatũ indicat ætatẽ Lunæ in primo die talis mẽſis. Fallit tamẽ regula ĩ aliquib. locis De qua fallacia tradunt verſus.

Octauo, undecimo, poſtremo fallit Epacta.
Fallitur octauo cum Maio Iulius anno.
Ni ſit biſſextus Martem fallit decaprimus.
Vltimus Auguſtum fallit; fallit quarto Maium.

Sed noſtra tempeſtate ſunt addendi 4. numero ætatis lunaris prædicto modo inuentæ. Nã regula dat ætatem Lunæ ſecundùm ſedẽ aurei numeri in Kalendario. Quod ſi velis ætatem Lunæ ad datum diem menſis;

ſis; quare per modum prędictum lunarem ætatem in principio mẽſis: & ei numero iunge numerum dierum de menſe elapſum, abiecta lunatione menſis, ſcilicet ſumma lunationem excedit. Et habebis numerum ætatis inſtantem.

De loco Lunæ in zodiaco.

SI vis ſcire in quo ſigno ſit Luna, eius ætatem duplica & duplicatam partire per quinq;. Nam ex diuiſione prodibunt ſigna, & in reſiduo quintæ partes, quantum ſcilicet Luna tunc diſtat à Sole. Ex qua regula, per experimentum ſcies, quòd ſicut in luminarium coniunctione Luna eſt in eodem loco cum Sole: ſic in prima quadratura (quia tunc ætas eius habet dies 7 ½) diſtat à Sole per tria ſigna. In plenilunio autem, quoniam eſt fermè 15. diſtat per ſex ſigna: quoniam opponitur ei per diamentrum. In 2. verò quadratura (quando eſt dierum 22 ½.) diſtabit per nouem ſigna.

Quandiu Luna luceat.

QVOD ſi ſcire lubet, quot horas Luna luceat: tunc ætatem Lunæ, ſi non excedat 15. aut ſi excedit; eius complementum ad 30. multiplica per 4. & productum partire per quinq;. Sic enim exibunt horæ, & quintæ partes horæ, quibus lucet. Namq; (vt ait Plinius) Luna lucet in dies addens horę dodrantem, & ſemunciam: quod eſt paulo minus, quàm quatuor quintæ vnius horæ. Aliter multiplica id idẽ, quod dixi, per 5. & productum partire per 6. Ita enim prodibunt horę & ſextantes horarij, quantum Luna lucet. Namque, vt alibi ſcribit idem Plinius, tempus dicti luminis creſcit indies per dextantem, & ſicilicum: quod eſt paulò plus quàm quinque ſextę vnius horæ.

Hic attẽde, ingenioſè lector, ꝙ ex his duabus regulis prima reſpicit motũ primũ ſimpliciter: Reliqua verò includit additamentum motus lunaris. Et vtrobiq; intelligendum eſt de horis temporalibus: quarum 12. ſemper conſummant noctem vel diem, quantacunq; ſit. Quæ præcepta, ſicut & Plinii verba, non ſunt ad viuum reſecanda. præſertim cum tale tempus lunaris fulſionis (quæ veſpertina eſt increſcente: matutina verò indecreſcẽte) cum uelocitate Lunæ ac latitudine ſeptẽtrionali creſcat; decreſcat verò, cum tarda eſt ac meridionalis. Igitur ex Pliniano calculo, experieris Lunam in omni plenilunio lucere 12. horas temporales, hoc eſt totam noctẽ, quantacunq; ſit. In omni quadratura, ſex horas, hoc eſt, dimidium noctis. Cùm Luna quinta eſt, aut 25. per quattuor horas, hoc eſt trientem noctis. Si 4. aut 26. per tres horas, quadrantem ſcilicet noctis, vt calculus primæ regulæ iudicat. Nã altera regula videtur addere tpi ꝑ primã cõpto, quaſi viceſimã quartã ipſius partẽ, quantũ fermè Luna contranititur primo motui.

De clauibus feſtorum, & earum inuentione.

NVMERVS clauium, per quas inueniuntur feſta mobilia, cum cyclo lunari procedit: neq; inferior eſt, quàm vndecim, quaſi ab Epacta ortum habeat: neq; maior, quàm 39. Nam aſcenſus Paſchæ fit ex numero dierum lunationis Aprilis, & ex numero minimo clauium, ſcilicet vndecim, quantum diſtat infimum Paſcha à ſede clauis: atq; ita maxima clauis debuit habere 40. dies: ſed ſubtrahitur vnitas: quoniã eius numerus deſinit pridie feſti. Et quoniam infimum Paſcha cadere non poteſt, niſi in annum, cuius aureus numerus ſit 16. propterea talis annus (qui ſortitur infimam 14. Lunam poſt æquinoctium vernũ, quæ ſemper præcedit paſchalem dominicam) habet infimum clauium numerum, ſcilicet 11. quem authores primi fecerunt minimo Epactæ numero parem: vt infimum feſtum tanto à ſede ſuæ clauis diſtaret. Sequentes autem claues fiunt per additionem continuam 19. Ita, vt ſi ſumma excedat 39. quę maxima clauis eſt, abiiciantur 30. & teneatur reliquũ pro claue: quiuis vbi ad aurei exordium redieris, clauis ſit 26. Vel ſic: minue à claue ſemper 11. Nam relictum (aſſumpto tricenario, vbi ſubtractio fieri nequit) erit clauis ſequentis anni. Sed adde 30. relicto, ſi fuerit inferius gradus 11. Vel ſic: partire aureum numerum per quinq; in anno propoſito. Et ſi ſuperſit vnitas; adde aureo numero 25. Si ſuperſint 2. adde 3. ſi ſuperſint 3. adde 31. Si ſuperſint 4. adde 19. Si nihil ſuperſit, adde 7. Sic enim conficies numerum clauium ipſius anni. Si tamen ſumma excedat 39. abiicito 30. tenens reliquum. Vel ſic multiplica aureũ numerũ anni propoſiti p 19. & producto adiice ſemper 7. ſummam verò partire per 30. Nam relictum à diuiſione, erit clauis anni propoſiti: quę ſi minor ſit vndenario, adiiciantur 30. nam aggregatum erit clauis quæſita. Vel ſic: ſemper à numero 26. ſubtrahe anni propoſiti Epactam, aſſumptis 30. ſi ſubtractio fieri nequeat. Nam relictum erit clauis talis anni. Sed ſi ſuperſit minus, quàm 11. appone 30. & accipe aggregatum. Vel ſic: minue aureum numerum anni propoſiti de 20. & reſiduum partire per 3. Si ſupereſt 1. reſiduo prędicto iũge 37. Si ſuperſunt 2. iunge 17. Si ſuperſit nihil, iũge 27. & conflabis clauem talis anni. Sed ſi ſumma excedat 39. abiice 30. tenens reliquum pro claue quęſita. Sic habes regulas ſeu modos ſex comperiendi claues, ad curioſitatem potius, quàm ad neceſſitatem ſpectantes.

De clauium æquatione.

NVMERA in Kalendario ab 11. die Martii numerum tuæ clauis per ſingulos dies: & ſi deſinis in literam a. æquatio tunc nihil eſt. Secus verò, numera ſequentes dies vſq; ad a. incluſiuè: & tantus erit numerus

merus æquationis. Vel ſic: à claue anni propoſiti ſubtrahe 11. et reſiduum partire per 7. et quod ſupereſt, aufer de quinq; (appoſitis 7. ſi aliter fieri nequit ſubtractio) & quod remanet erit æquatio clauium. Ab hac æquatione ſubtrahe concurrentes anni propoſiti, aſſumpto ſeptenario, ſi aliter ſubtractio fieri nequeat: & reſiduum, vel 7. ſi nihil ſuperſit, iunge cum claue anni tui. Nam aggregatum erit Clauis æquata talis anni.

De feſtis mobilibus inueniendis.

IN primis ſtatuendæ ſunt ſedes clauium in Kalendario pro ſingulis feſtis. Clauis Septuageſimæ 7. Ianuarii. Clauis feriæ 4. Cinerum 24. Ianuarii. Clauis Paſchæ 11 Mar. Clauis Aſcenſionis 19. April. Claues Pentecoſtes 29. Aprilis. Clauis Corporis Chriſti 10. Maii. Cum quæſtis itaq; horum feſtorum quodlibet, numera in Kalendario, ab eius ſede clauem æquatam. Nam deſines in diem ipſius feſti quæſiti. Verùm in anno biſſextili Septuageſima, ac etiam feria quarta Cinerum, ſi intra Februarium ceciderit, celebranda erit poſtridie, quã numerando deſieris. Quòd ſi vtaris claue ſimplice, hoc eſt, non æquata: poſt eum diẽ, in quẽ numerando deſieris, expectandus eſt dies ſequens dominicus ꝓ Septuageſima: pro Paſchate, pro Pẽtecoſte. Sed pro Quadrageſima capiatur prima 4 feria. Pro Aſcẽſione demũ, aut pro corpore Chriſti, prima feria quinta. Sicuti facere conſueuimus in ipſa feſtorum mobilium tabula: in qua ſub aureo numero currentis anni quærimus primam literam dominicalem, è cuius directo habemus Paſcha, & cæteras obſeruationes. Et in anno biſſextili, è duabus literis poſteriorem: procraſtinãtes tunc Septuageſimam, ac Quadrageſimam in Februario cadentem per vnum diem.

De inſtitutione Paſchatis.

SED hæc variatio feſtorum dependet à celebratione Paſchæ. Nam Phaſe, id eſt, Tranſitum Domini, celebrari, & agnum immolari 14. die menſis primi, præcepit Dominus per Moyſem Hebræis, Exodi 12. Leuitici 23. Numeri 9. & 18. Deuteronomii 16. Eſdræ 6. Ezechias autem Rex eandem ſolennitatem obſoleta, magnis ſumptibus reſtitutam inſtaurauit, vt patet Paralipomenon 30. Ioſias Rex in eadem ſolennitate largitus eſt populo pecudum capita 30. millia, boum tria millia. Itaque Aſiani olim 14. luna mẽſis primi, in feria qualibet, celebrabant Paſcha, ita ſibi traditum à Ioanne apoſtolo referentes. Latini verò poſt 14. lunam diem dominicum expectabãt, normam talem à Petro apoſtolo Marcum euangeliſtam, ſeque à Marco accepiſſe aſſerentes. Alii ſtatum feſtum ponebant, donec Pius primus Papa ſtatuit hoc feſtum dominico die poſt 14. lunam menſis primi celebrandum. Itaque Hermetem

tem heliopolis epiſcopum oraculo tunc admonitum, vt fieret, fuitque præceptum hoc in Nicena Synodo per Syluestrum & Conſtantinũ congregata, confirmatum. Sed primi menſis exordium Anatholius Laodinenſis epiſcopus anno ſalutis 280. Dionyſius abbas anno Domini 500. Beda presbyter anno ſalutis 700. declarauerunt eſſe ipſum vernum æquinoctium. Igitur vbicunque ab octauo die Martii in kalendario reperitur anni propoſiti aureus numerus, ille eſt index lunæ paſchalis. Et à tali die numerando 14. lunam ſemper deſines, aut in 21. die dicti menſis (vbi Dionyſius præditus ſtatuit ęquinoctii locũ) aut poſt eum diem. Nota igitur diẽ 14. lunæ: nam proximè ſequens dominica erit Paſcha. Neque obſtat, quòd tam æquinoctiorum, quàm lunationum ſedes, vt dictum fuerat, retroceſſerint. Cum quibus ſi paſchę locus retraheretur, aut, ſi intercalatis diebus, anni vel menſium exordia transferentur; omnis faſtorum, annorum & temporum ſupputatio confunderetur. Quare, iudicio meo, ſeruãdum eſt ſemel traditum à maioribus præceptum: vt retroceſſio prędicta per veteres kalendarii notas ſignata ſit antiquitatis tantæ venerabile teſtimonium. Tum etiam, quia certum eſt, non poſſe Eccleſiam in hoc animaduertere ac ſpeculari aſtronomicas minutias, ſuo tantum aureo numero, ſuaque dominicali nota contentam. Fruſtra igitur ac multo curioſius, quàm decebat, Paulus de Mildeburgo Foroſepronienſis epiſcopus ingenti volumine, Ioannes Regimontius, Ioannes Stoflerinus, Ioannes Lucidus, Petrus Pitatus: aliique quotidie ſuper hac re diſputant. Quippe qui magis vt ingenium oſtentẽt, quàm vt neceſſitati ſatisfaciant, laborant. Cognito igitur die paſchæ, retrocede per 46. dies, & inuenies feriam 4. Cinerum. A qua per 17. dies rurſum retrogradiens venies ad dominicã 70me. Item, à paſchate numeratis 40. diebus celebratur Aſcenſio. Et inde diebus decem exactis, Pentecoſte. Poſt quam 11. diebus interiectis, occurret Euchariſtia. Aduentus Domini incipit in ea dominica, quæ à 27. Nouembris vſque ad diem tertium Decembris occurit. Quatuor autem tempora ieiuniorum occurunt in feria quarta, ſexta & ſabbato poſt feſtum S. Luciæ, poſt primã dominicam Quadrageſimæ, poſt Pentecoſten, poſt feſtum S. Crucis in menſe Septembri. Cyclus Indictionis innouatur ad Septembrem. Adde autẽ annis ſalutis inſtãtibus ternarium, & aggregatũ partire per 15. Nam reſiduum poſt diuiſionem indicat inſtantis anni Indictionem. Si nihil ſuperſit, inſtat inductio 15. Nunc exponam tabellam cycli lunaris, Epactarum, Clauium, Æquationis, & literæ Martyrologij ex præhabitis quidem regulis contextam.

1558	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Aure' num.
	0	11	22	3	14	25	6	17	28	9	20	1	12	23	4	15	26	7	18	Epacta.
	26	15	34	23	12	31	20	39	28	17	36	25	14	33	22	11	30	19	38	Claues.
	A	b	c	d	e	f	g	h	i	K	l	m	n	o	p	q	r	ſ	t	Litera mar.
	4	1	3	0	4	6	3	5	2	6	1	5	2	4	1	5	0	4	6	Æquatio.

1558. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15.

De cyclo Paſchali.

CYCLVS Paſchalis continet omnes diuerſitates in celebratione paſchatis prouenientes: quarum repititio fit in annis 532. qui numerus eſt minimus numeratus à cyclo ſolari & lunari, hoc eſt, à 28. & 19. à quibus dependet obſeruationis paſchalis regula. Fuit autem initium cycli paſchalis anno ſalutis 1273. finis autem erit anno ſalutis 1804. Nam in illo tam cyclus Solis, quàm Lunæ, fuit vnitas. In hoc autem vterque in anno ſui circuitus poſtremo, Solis ſcilicet 28. Lunæ 19. Vt igitur ſcias in hoc anno 1567. cyclum paſchalem inſtantem, ab iſtuc numero minue 1272. & ſupererunt 295. Et tantus eſt hoc anno cyclus Paſchæ: Per quem, ſi vis ſcire cyclum Solis, partire ipſum 295. per 28. & ſuperſunt 15. & tantus eſt nunc cyclus ſolaris. Vt autem ſcias cyclum lunæ, partire eundem 295. per 19. & relinquentur 10. & tantus eſt nunc cyclus lunaris. Quibus vti poteris, vt prius: hinc enim ſcies, literam dominicalē eſſe e. & paſcha incidere in 30. diem Martij.

De diſpoſitione temporum, & obſeruationum.

LIBAMEN in ceremoniis Hebraicis conſtabat ex ſimila oleo mixta, & vino, quæ cum hoſtia ſimul adolebantur. Iuge ſacrificium quotidie fiebat ſumptu publico. Nam mane & veſpere offerebatur agnus, pro quibus nunc Eccleſia offert matutinas & veſpertinas laudes. Solēnitates Hebræorum legales erāt ſeptem, ſcilicet Sabbatum, Neomenia, Phaſe, Pentecoſte, feſtum clangoris, feſtum propitiationis, & Scenophegia. Sabbatum, id eſt, requies, vel ſeptima dies: quia in ea Deus quieuit ab opere, quod in ſex præcedentibus diebus patrauerat. Immolabātur duo agni, & ceſſabat omne opus. Neomenia, id eſt, Nouiluniū, principium mēſium. Kalendæ legales. Immolabantur vituli duo, aries vnus, agni ſeptem, & hircus cum libaminibus. Phaſe, id eſt, tranſitus 14. die menſis primi, in memoriam tranſitus maris Rubri, quod feſtum dicitur Paſcha, id eſt, immolatio. ſequebantur 7. dies azymorum. In paſchate

per

per ſingulas domos comedebatur agnus paſchalis. Et in ſingulis diebus azymorum offerebantur hoſtiæ, quæ in Neomenia; quarum prima & vltima ſolennis erat. Pētecoſte, id eſt, quinquageſima, quia exactis à Phaſe ſeptem hebdomadis, celebrabatur in memoriam datæ legis, quę 50. die ab exitu Ægyptii data fuit Moyſi: quod feſtum protelabatur per 7. dies, cum iiſdem immolationibus, ſicut Phaſe. Feſtum tubarum fiebat prima die menſis ſeptimi, in qua buccinabant cornibus pecorinis: quoniam ea die liberatus fuerat Iſaac, ne immolaretur, & pro eo ſubſtitutus fuerat Aries. Immolabantur vitulus, aries & agni ſeptem, & hircus cum libaminibus. Feſtum propitiationis 10. die menſis prædicti: quia tunc rediēs Moyſes ad populum, retulit Deum placatum ſuper offenſam vituli conflatilis, tunc ieiunabant, & ſanguine vitulę ruffæ expiabant tabernaculum, & immolabantur ea, quæ in feſto tubarum. Scenophegia, id eſt, tabernaculorum conſtructio 15. die dicti menſis per 7. dies habitabant in tabernaculis, in memoriam 40. annorum in deſerto peractorum: octauo die fiebat collatio in pauperes: cum iiſdem immolationibus, quibus in Phaſe, & Pentecoſte. Et ſabbatum quod in illis 7. diebus cadebat, ſabbatum magnum vocabatur.

De feſtis noui Teſtamenti.

NON dubium igitur, quin ab his legis veteris ceremoniis emanauerint feſta temporis gratię. Itaque nos Chriſtiani, pro ſabbato quietis veteris, Dominicam obſeruamus: quæ quietem æternæ vitæ repręſentat. Pro Neomenia, feſtum beatiſſimę Virginis, quę ſicut Luna Stellas, ſic virgines & cęlicolas dignitate precellit. Pro Phaſe, Paſcha reſurrectionis, quæ poſt cruentum vitæ mortalis tranſitum, confert beatitudinem nunquam terminandam. Pro Pentecoſte legis, Chariſmatum Sancti Spiritus infuſionem, & ſeptiformis gratiæ munera. Pro feſto Clangoris & Iſaac liberati, Martyrum victoriam ac triumphũ, iactura corporis, animæ gloriam adeptorum. Pro feſto Propitiationis, Confeſſorũ memoriam, qui meritis & precibus veniam nobis procurant. Pro Scenophegia demum, templorum dedicationem, ne quid prætermittatur.

De diſtinctione temporum.

DISTINGVENDVS eſt & annus in partes, Aut enim agimus tempus peregrinationis, aut diſtinctionis ętatum, Aut aduentus expectati. Tempus peregrinationis poteſt eſſe duplex. Aut ſcilicet vitæ contemplatiuę: & hoc agimus in eo interuallo, quod Epiphaniæ & Septuageſimæ interiacet, in quo moralia leguntur. Aut vitæ actiuæ, quod repreſentamus à Pentecoſte ad Aduentum, quando ſcilicet hiſtoriæ Regum & Prophetarum recitantur. Tempus diſtinctionis ætatum agimus à

Septua-

Septuageſima ad Paſcha. Nã in dñica Septuageſimę repręſentatur exordiũ Mundi & primæ ætatis ab Adamo. In dñica Sexageſimę, initium ſecundæ ætatis à Noe. In dominica Quinquageſimæ, initium tertiæ ætatis ab Abrahamo. In dominica Quadrageſimæ initium quartæ ætatis à Moyſe. In ſexta dominica, initium quintæ ætatis à Dauide. In dominica de paſſione, initium ſextæ ætatis à Chriſto Saluatore. Sic in paſchate repræſentatur ætas ſeptima, quæ pertinet ad glorificationem. Et in eius octaua vniuerſalis Reſurrectio, & vita æterna. Qui numerus ætatum repręſentatur etiam per numerum dierum ſeptimanæ ſecundum ſingulorum proprietatem, & planetarum, à quibus denominantur, qualitatem. Tempus expectationis repræſentatur in Aduentu. Et poteſt intelligi quadruplex aduentus. Scilicet iudicii nouiſſimi. Saluatoris mundũ terreſtrem viſitantis, peccatorem reconciliãtis. Et ad gloriam vocantis. Quæ omnia & ſingula patent per lectiones & euangelia, quæ tunc in officio diuino per dominicas recitantur: & eſſent pluribus verbis, & multo latiùs explicanda.

De feſtorum conuenientia.

QVO autem ad feſta particularia tangendæ ſunt & quædam congruentię. In primis congruum fuit, vt Paſcha feſtorum præcipuum celebraretur, quãdo duo luminaria præcipua ſunt in ſitu ſuo digniſſimo, ſcilicet Sol in pũcto æquinoctii verno: & Luna ex oppoſito in ſuo plenilunio. Pentecoſten poſt ſepties repetitam ſeptimanam: propter ſeptiformem ſeptem chariſmatum gratiam. Item Chriſtum lucis & ueritatis authorem naſci decuit ad initium creſcẽtis luminis, hoc eſt, in imo ſolſtitio, & exordio ſolaris aſcenſus. Et perinde Pręcurſorem eius, ad initiũ decreſcentis lucis, hoc eſt in æſtiuo ſolſtitio, naſcentem inferre Saluatoris aduentantis præconium. Quandoquidem hoc decremẽtum vmbrã ac figurã veteris teſtamenti terminabat. Illud vero lucis crementũ exordium luminis ac ſignificatæ gratiæ deno tabat. Quibus ſuppoſitis conuenientiſſimè ſequitur, vt Virgo beatiſſima, ad æquinoctium vernũ concepto diuino Verbo, ad montana properaret, cognatã Heliſabetam ſub ſexto menſe grauidam viſura, & trimeſtris viſitationis officium exhibitura. Poſt hæc 40. dies à partu Purificationem poſtulabat. Nam eiuſdẽ Virginis natalem & conceptum oraculo innotuiſſe, conſtãt. Demum, quando poterat ad gloriam aſſumi conuenientius, quàm ad id tempus, quo Virginis ſignum recipit Solem e regiã domo prodeũtem? Sed Apoſtolorum ac diſcipulorum memoriæ ita Kalẽdarium, quaſi Stellæ cęlũ, adornant. Et ſucceſſiuè Theologi cæteri ac pontifices. Matthias diem intercalarem ſortitus eſt, ſicut ipſe apoſtolicũ numerum pro Iuda intercalatus ſuppleuit. Philippus, & Iacobus, Maii menſis initium adorna-

rant,

runt à maioribus denominati. Stephano, propter martyrii primatum, locus poſt Saluatoris natalem datus: ſubſequente Ioannis quamuis dilecti memoria. Cætera per authores Faſtorum ac Martyrologii, Hieronymum, Bedam, Vſuardum, Oponem, ac reliquos Chronologos literis mandata, & in notas ſignata fuerunt.

De die Reſurrectionis.

NOTANDVM, quod ſecundùm Dionyſium abbatẽ, eiuſque Computum, Chriſtus paſſus eſt 26. Martii; cum pridie paſcha cum diſcipulus egiſſet. Nec mirum eſt, ſi plenilunium per biduum, aut per triduum præceſſerat. Nam propter inæqualitatẽ lunaris motus, non adamuſſim reſpondebat 14. luna feſto. Sicut curioſitas multorum credit. Itaq; ſecundum verum & ſimplicem calculum, Chriſtus paſſus eſt anno ſalutis currẽte 34. inſtãte litera dominicali C. aureo numero 16. die 26. Martij. ita, vt 28. menſis eiuſdẽ, qui fuit dies dominicus reſurrexerit. Falluntur ergo Paulus de Mildeburgo, Io. Lucidus & cæteri, qui aliter ſentiunt, & annos ad propoſitum ſuum ex induſtria coaptant & torquẽt. Similiter Regula paſchæ, qua vtimur, ſupponit vernum Aequinoctiũ ad 21. diem Martii, in quem cadit Luna 14. index infimæ paſchæ. Nunc verò ſedem æquinoctiorum retroceſſere per dies 12. ſedes autem lunationum per dies quinque incluſiuè. Vtimur tamen ſedibus antiquis per Dionyſium Abbatem ſtatutis. Et hæc regula ſeruanda eſt, vt retroceſſio talis ſit teſtimonium ſtatuti & antiquitatis. Sed & illud eſt conſideratione dignum, quòd in lege veteri Paſcha celebrabatur 14. die menſis primi: nũc autem in tempore gratiæ cadit (vt calculus poſcit) in 28. diem Martii. Sic numerus ille 14. duplicatus euaſit perfectus. Namque vmbra in luce, figura in ſignificato, & lex in gratia perficienda erat.

De retroceſſione Æquinoctiorum.

DIFFERENTIA anni Solaris, & anni vſualis eſt cauſa retroceſſionis Aequinoctiorum in Kalendario. Nam cum annus vſualis ſit dierum $365\frac{1}{4}$. annus autem ſolaris habeat dies 365. horas 5. m̃. 49. 2̃. 16. iam eorum differẽtia ſit m̃. 10. 2̃. 44. horæ. & tantum retrocedũt Aequinoctia quotãnis. Quo fit, vt in 400. annis per tres aut paulominus dies retrocedãt. In quatuor vero millibus annorũ per menſem fermè. In 24. millibus & quingentis annis per ſex menſes, aut per anni diuiduum. In 49. tandem annorum millibus ad priſtinam ſedem redeant. Hæc fortaſſe ratio mouit Alfonſum, vt tantum temporis concederet vni reuolutioni Sphæræ nonæ, ita vt in eo ſpatio Firmamentum repeteret ſuum trepidationis circulũ, toties epicyclorum per capita Arietis: & Libræ peragrato ambitu: præſertim cùm congrueret numerus iſ ſeptenario.

nario

nario planetarũ numero: ſaluata interim per iſtam ſuppoſitionem motus ſtellarum apparentia: quod in primis eſt neceſſarium. Vnde non temerè communis Aſtronomorum Academia ſequitur Alfonſi poſitionem, cùm præſertim aſſeruetur motuum connexio. Nam ſic Sol, qui Lunæ ſecundum eccentricum, duobus inferioribus ſecundùm longitudinem, tribus ſuperioribus ſecundum epicyclum, motus normam impartitur idem cum fixis etiam conſtellationibus iſtanc ſeruat colligantiam, vt cum earum reuolutione redirent per ambitum anni ad ſedem priſtinam æquinoctia. Eiusq; ſemita Ecliptica ſecundùm illarum locata motum eſſet communis longitudinarium motuum menſura, & periodus, & latitudinum vtrinq; ſumptarum exordium.

De Horis canonicis.

SEPTEM ſunt horæ canonicæ, iuxta illud, Pſalmi: Septies in die laudem dixi tibi. Matutinum, Prima, Tertia, Sexta, Nona, Veſperæ, Completorium. Quoniam autem horæ diei naturalis ſunt 24. & laudes recitari ſolent tertia quaq; hora; ſequitur, vt horæ canonicæ debeant eſſe octo: ſcilicet tres nocturnæ, totidem diurnæ: & duæ in crepuſculis ortus & occaſus. Nam laudes matutinæ, & veſpertinæ ſunt horæ laudatoriæ & extraordinariæ: hoc eſt, extra numerum octonariũ. Sic in totum conflantur horæ canonicæ decem. Ex tribus autem nocturnis prima recolit tempus legis naturæ: vbi recitantur veteres hiſtoriæ. Secunda commemorat tempus legis ſcripturæ: vbi legi ſolent Sermones monitorii. Tertia repræſentat tẽpus legis gratię: & tũc Euãgelium incidens cum Homelia pronunciatur. Dicendum & de tribus horis diurnis, ſcilicet Tertia, Sexta, Nona: quæ prædictis tribus nocturnis ſingulæ ſingulis opponuntur. Harum Tertia Spiritusſancti aduentum, & Iudæos, Crucifige, clamantes. Sexta Crucis eleuationẽ, & Chriſti Aſcenſionem. Nona Saluatoris mortem, & eius ad inferos deſcenſum reminiſci videtur. Prima veræ lucis ortum repręſentans, ſequentium actuum ſucceſſum & incolumitatem præfatur. Completorium, Chriſti ſepulturam recolens, noctis ſuperuenientis tutamen & quietem poſtulat. Superſunt matutinæ laudes, in quibus Præcurſoris Chriſtum annunciantis, & Agnum Dei demonſtrantis præconium; item expectatę lucis aduentus cum laudatoriis Pſalmis, & cãtico prophetico celebratur. Dein veſperæ tam inſtantis diei, ac ſolennitatis terminum claudunt, quàm poſtriduani officii exordium (vt vetus ſcriptura pręcipit) excipiunt. Vbi Maria Deum ſalutarem, eiusq; potentiam ac miſericordiã magnificat. Hęc nũc ſummatim. Plura leges apud Theologos, ex quorum dictis Ioã. Ekius optima ac neceſſaria quęq; carptim ĩ Enchyridiũ ſuũ cõtulit. Et nota, ꝙ horę canonicę diſtinguunt̃ ꝑ ſpacia horarũ tẽpaliũ. vt ſimilis fiat diuiſio lõgarũ & breuiũ tã dierũ, ꝙ̃ noctiũ.

IN

IN TRACTATVM INSTRVMENTORVM ad Lectorem Prologus.

SICVT multi ſunt, ingenioſe Lector, tam ueteres, quàm recentes, qui de Aſtronomicis inſtrumentis ſcribunt; ita mihi non fuit intentio (neq; enim poteram) omnia in hoc pauxillum compendium conferre. Tractabo hic inſtrumenta præcipua: et ſingulorum theoriam, fabricam & uſum in pauciſſima uerba coarctabo. Nam prolixitas inutilis eſt obtuſis, & faſtidio ſa ingenioſis. Illis enim multa nil proſunt: his uerò pauca ſufficiunt. Sunt autem præcipua & neceſſaria inſtrumenta, Quadratum, quod Geometris & Aſtronomis eſt commune. Quadrans ad captandas altitudines maximè commodum. Aſtrolabum, quod in plano Sphæram repræſentat, artificioſiſſimum. Armillare inſtrumentum, quo maximè in ſuis obſeruationibus uſus eſt Ptolemæus. His additur Sphæra ſolida, quæ cœlum totum cum circulis & aſtrorum locis repræſentat. De his itaque ſingulis quàm breuiſſimè potero, agam. Lectoris acumen ſupplebit ea, quæ ulterius deſiderantur: quippe, his intellectis, facillimè ſequuntur. Cætera inſtrumenta curioſioribus relinquo. Illud autem in hoc compendio minimè paruifaciendum cenſeo, quòd per deſcriptionem planam circulorum, chordarum, & ſinuum, tradidi doctrinam calculi: ut ſcilicet quiuis per circulum & canonem ea ſe inuenire poſſe iactet, quæ alij per ſinuum ductus ac diuiſiones, non ſine labore ſupputare ſolent. Itaque poſt Quadrati ac Quadrantis negocium, quaſdam de ſinuum deſcriptione regulas ingeſſimus: per quas, declinationem, aſcenſionem, ortus latitudinem, differentias aſcenſionalem, arcum diurnum ac nocturnum, horam inſtantem, locum aſtri, ac diſtantiã metiri poſſis. quod à nemine attentatum fuiſſe uideo.

DE QVADRATO GEOMETRICO.

OMNE inſtrumẽtũ fabricari debet ex tenaciſſima quapiã materia, vt ex lapide, vel metallo; vt tutum ſit ab omni extrinſeca iniuria. Tale ita fabricandum eſt Quadratum geometricum, vtq; docet Euclides, lineandũ. Eius duo latera ad angulũ contigua ſingula in partes æquales diuidenda. At in oppoſito angulo filum cum perpendiculo applicandum: Et in dextero reliquorum laterum, tabellæ cum foraminibus ſingulis opponendæ: vt inſpecto apice vel extremo menſurandi ſpacii, perpendiculum liberè pendens indicet in vno diuiſorum laterum partium ſiue punctorum numerum. Vt inde noteſcat vmbræ rectæ, ſeu verſæ, ſiue altitudinis

tudinis cuiuſpiam, vel longitudinis ſpacium. Nec magno negocio opus eſt, ad intelligendum huiuſmodi inſtrumenti rationem, fabricam vſumq; : quandoquidem hæc non hominibus geometriæ penitus ignaris, aut rudibus ſcribimus.

CVM igitur per foramina dextri lateris Quadrati inſpicitur cacu- 1
men altitudinis, vel terminus longitudinis plani: ſi filum perpendiculi cadat ſuper diametrum Quadrati, facit vmbram tam rectam quàm verſam æqualem ſuo gnomoni. Si autem filum abſcindit latus dextrum, terminat in eo puncta vmbræ rectæ. Si verò filum ſecat latus ſiniſtrum (quod foraminato opponitur) abſcindit ex illo puncta vmbræ verſæ: illius enim vmbræ puncta indicat, quæ minor eſt ſuo gnomone. Itaq; ſi ponatur gnomon, exempli cauſa 12. partium, vel, vt aiũt, punctorum; tunc quadratus numerus duodenarij, ſcilicet 144. per numerum punctorum vmbræ cognitæ diuiſus, exhibet in quotiente numerum punctorum umbræ ignotæ. Vnde ſi recta vmbra fuerit trium partium, tunc vmbra verſa habebit partes 48. Hic enim vmbra quadrupla eſt ad gnomonem: ibi gnomon quadruplus ad vmbram. Id idem euenit in cæteris proportionibus.

VNDE manifeſtum eſt, quod gnomon ſemper eſt medius proportionalis inter vmbram rectam & verſam.

SI ſolaris altitudinis angulus ſit recti dimidium, hoc eſt graduum 2
45. Tunc tam recta vmbra, quàm verſa eſt æqualis ſuo gnomoni. Si aũt altitudo maior ſit, quàm dimidium recti, vmbra recta minor eſt ſuo gnomone: verſa verò maior. Si demum altitudo minor extiterit dimidio recti, vmbra recta longior fit ſuo gnomone; ſed verſa breuior. Si altitudo nulla ſit, cum videlicet Sol ponitur in horizonte: vmbra recta infinita: at verſa nulla fit. Si altitudo ponatur maxima, ſcilicet 90. graduum, cum Sol in vertice loci ſiſtitur: tunc econtrario, vmbra recta nulla eſt: verſa verò infinita.

QVAM autem rationem habet vmbra recta ad ſuum gnomonem, 3
eandem habet longitudo plani ad altitudinem plano perpendicularẽ.

ITEM ſicut eſt gnomon ad vmbram ſuam verſam, ſic eſt longitudo 4
plani ad dictam altitudinem.

Vnde ſequitur, vt differentia duarum vmbrarum rectarum ad gnomonem ſit, ſicut differentia longitudinum ad altitudinem.

Quæ quidem proportiones ortum habent à ſimilitudine triangulorum, & proportione laterum correlatiuorum. Nam in obſeruatione altitudinis, filum perpendiculi abſcindit de Quadrato triangulum orthogonium ſimile illi triangulo, quod facit altitudo perpendicularis in planum cum ipſa plani longitudine & radio viſuali. Hinc ex regula quatuor proportionalium magnitudinum: cum ex tribus co-

gnitis quæritur quartum ignotum, ſequuntur hæ regulæ.

5 Vt ſcilicet, poſito gnomone (exempli cauſa) partium 12. ſi lõgitudo plani multiplicetur per 12. & productum diuidatur per numerum pũctorum vmbræ rectæ, tunc ex diuiſione prodeat altitudo.

6 Item ſi longitudo multiplicetur per numerum punctorum vmbræ verſæ: & productum ſecetur per 12. exeat ſimiliter dicta altitudo.

7 Adhuc, ſi altitudo cognita multiplicetur per numerum punctorum vmbræ rectæ, & productum diuidatur per 12. exibit tunc longitudo plani, cum quæritur.

8 Demum ſi altitudo multiplicetur per 12. & productum ſecetur per numerum punctorum vmbræ verſæ: exhibit ex diuiſione longitudo quæſita. Poſito enim gnomone partiũ 12. ſi vmbra recta fiat partiũ 6. vmbra verſa tunc erit partium 24. cum gnomon ſit medius proportionalis inter vmbras: in quo caſu, ſi longitudo plani ponatur (exempli cauſa) pedum 50. fiet altitudo pedum 100. Atq; ita regulæ reſpondent exemplo. Rurſum, ſi ponatur vmbra recta partium 4. tunc fiet vmbra verſa partium 36. & in eo caſu altitudo erit tripla longitudinis. Et regulæ procedunt.

9 QVANDO autem menſuranda occurrit altitudo quæpiam vel propter vallem, ſeu rupem, vel paludem mediam inacceſſibilis: tunc talis altitudo, aut recedendo, aut accedendo ex duobus locis obſeruetur: & notentur vtrobiq; rectę vmbræ partes, & earum differentia. Deinde locorum interuallum multiplicetur per 12. & productum diuidatur in dictam differentiam: exibit enim ex diuiſione altitudo quęſita ad perpendiculum. Quæ regula ſequitur ex corollario quartæ.

Notandum etiam, quòd cum obſeruatur altitudo, terminatur ad oculum inſpectoris: & longitudo plani ad pedem obſeruantis.

10 QVANDO autem quærenda proponitur profunditas putei; tunc conſideratur amplitudo, eius quaſi longitudo plani, & profunditas, quaſi altitudo calculatur.

Alia menſurandi regula.

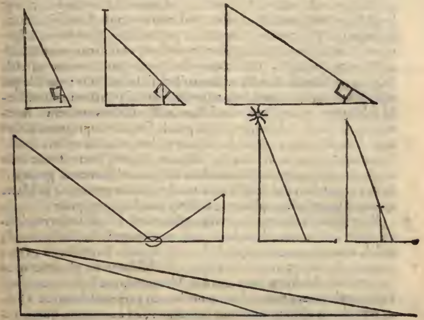
11 POSSVMVS & aliis viis dimetiri altitudines. Primò, ſcilicet per vmbram. Nam ea eſt proportio vmbræ ad altitudinem, cuius eſt vmbra, quæ proportio partium vmbræ rectæ ad ſuum gnomonem. Vnde ſi vmbra recta fuerit æqualis ſuo gnomoni: tunc altitudo rei eſt æqualis longitudini vmbræ. Si vmbra recta ſit dimidium ſui gnomonis; vmbra quoq; turris, aut arcis erit dimidium eius celſitudinis. Si triens, & hæc triens: Si quadtans, & hæc quadtans.

12 SECVNDO licebit & per virgam viſoriam id ipſum obſeruare. Nam diſtantiæ ab oculo ad virgam & ad turrim ſunt proportionales

virgæ

virgæ longitudini & turris altitudini.

TERTIO id idem conſiderari & inſpici poterit per ſpeculum iacens, aut per aquam æqualiter libratam: quæ ſpeculi fungitur officio: & in qua videatur apex adſtantis ædificij, vel menſurandæ cuiuſpiam altitudinis. Nam diſtantiæ à loco viſi apicis in ſpeculo, hinc ad pedem inſpectoris, inde ad baſim ædificij receptæ ſunt proportionales celſitudinibus duobus oculis, ſcilicet inſpicientis & ædificii. Vnde, cum ex his tria nota ſint, noteſcet & quartum.



DE QVADRANTE.

QVAM ſimplex ac facile, tã neceſſarium ac commune inſtrumentum fuit Quadrans: quod inde nomen ſortitur, quòd ſit quarta circuli pars. In cuius dextra ſemidiametro bina (vt in Quadrato) foramina ſunt applicanda: per quæ dum tranſmittitur Solaris radius, aut Lunaris, ſiue aſtrum quodpiam inſpicitur: filum cum perpendiculo à centro inſtrumenti (quod eſt concurſus ſemidiametrorum) liberè dimiſſum indicat ipſius luminaris, aut aſtri celſitudinem: quantus ſtilum eſt arcus periferiæ in limbo inſtrumenti, in 90. gradus diſtincto, quæ filo, ac reliquæ diametro interiacet. 1

D 2 Sic,

2 Sic, cognita Solis vel aſtri altitudine, ſiue diurna, ſiue nocturna ſit obſeruatio, noteſcet hora: & cum hora ſimul zodiaci ſtilus, ac planetarum loci. Ita nec Arolabo, nec Torquato, nec Armillari, aut alio quolibet difficili inſtrumento nobis opus erit.

3 Verùm hoc erit generaliter notandum: quòd, cum omne circulare inſtrumentum repręſentet circulum aliquem in concaua primi mobilis ſuperficie deſcriptum ac mundo concentricum, & omnis periferia inſtrumenti referat dicti circuli ſibi ſimilem arcum: propterea neceſſarium eſt in omni obſeruatione inſtrumenti centrum locari, aut locatum intelligi in mūdi centro. Sed cum nos, qui aſtra obſeruamus, ſimus in hac terræ mariſq; ſuperficie, per terreſtris ſemidiametri ſpacium remoti ab vniuerſali centro, neceſſe eſt, vt obſeruatio noſtra nō nihil à vero diſcrepet. Verùm cum hæc terræ ſemidiameter ad cicli ſolaris, aut firmamenti diſtantiam collata ſit inſenſibilis: quandoquidem terra, tantæ magnitudinis reſpectu, ſit quaſi punctum: idcircò talis diſcrepantia non ingerit notabilem in illis orbibus errorem. Attamen in obſeruanda Luna, hæc diſcrepantia ſentitur aliquantum. Habet enim ſemidiameter terræ ad ſemidiametrū lunaris orbis collata ſenſibilem magnitudinem. Sic iam inter verum viſumq; locum Lunæ differentia per inſtrumentum & calculum veſtigata ad ſummum gradus 1. & m̄. 43. accreſcit. Sed in Sole ad 3. quaſi minutias peruenit. in Marte autem & ſuperioribus planetis, ſtellisq; non bene percipitur.

4 Bene igitur Ptolemæus, cæteriq; Aſtronomi, ad captandas meridianas Solis & aſtrorum altitudines, item maximam Solis declinationē, poliq, eleuationem, ſiue (quod idem eſt) regionis latitudinem, Quadrante inſtumento vtuntur. Sed in tali obſeruatione planities quadrantis ſiſtenda eſt in plana ſuperficie Meridiani, quæ ſuper lineam meridianam locatur, ſuper planum horizontis perpendiculariter. Quare inuenienda eſt in primis linea meridiana, ad cæterorum quoq; inſtrumentorum locationem neceſſaria.

5 Vt autem tradūt Proclus, Victruuius, Io. de Monteregio & alij, linea meridiana ſic inueniri poteſt. In plana ac perfectè collibrata horizontis ſuperficie Circulus deſcribatur. Et ab eius centro ſtylus perpendiculariter excitetur erectus, ita breuis, vt eius vmbra interdiu Circuli ſemidiametro ſit breuior. Mox in ſereno die ad Solem obſeruanda eſt ſtyli vmbra, quæ ante meridiem, & rurſus poſt meridiē in periferia Circuli in duobus punctis terminetur. Tunc arcus inter puncta huiuſmodi diligenter ſignata receptus per æqualia diuidatur. atque per punctū diuiſionis & centrum Circuli linea recta ducatur. Hæc enim erit linea Meridiana loci. Nam vmbra ſtyli ſemper & quotidie ſuper eam lineam cadet in ipſo inſtanti meridiei. et ſuper eam locanda eſt plana ſuperficies

cies Quadrantis in obſeruatione meridianarum altitudinum Solis, Lunæ, & aſtrorum. Sic etiam & Aſtrolabi. in tali obſeruatione. Item axis mundi tam in inſtrumento armillari, quàm in Sphæra ſolida locandus erit in ipſo meridiani plano, eleuatus ſcilicet ſecundum polarem loci altitudinem.

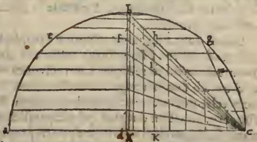
MAXIMAM Zodiaci ab æquatore declinationem inuenire. Capiantur duæ ſolſtitiales Solis in meridie altitudines, & earum differentia: nam ipſa eſt tropicorum diſtantia: Et eius dimidium erit maximá Solis, ſeu eclypticæ declinatio. Verùm, ſi obſeruatio talis fiat intra tropicos habitantibus; ibi talium ſolſtitialium altitudinum aggregatum auferendum eſt à ſemicirculo: vt relictum habeatur pro Tropicorum diſtantia, eiusque dimidium pro maxima Zodiaci declinatione. 6

ÆQVINOCTIALIS altitudinem deprehendere. Cum hyemalis ſolſtitii altitudine meridiana iunge maximam Solis declinationem ex præmiſſa repertam. Vel ab æſtiui ſolſtitii mer^{na} altit^{ne} aufer eandem maximam declinationem: Nam ſic conficies, vel reſiduabis æquatoris altitudinem. 7

LOCI latitudinem, ſiue poli eleuationem indagare. Aequatoris altitudinem ex præmiſſa cognitam ſubtrahe de circuli quadrante, & relinquetur loci tui latitudo: quæ ſcilicet eſt diſtantia tui zenit ab æquinoctiali, ſiue poli mundi ſuper horizonte celſitudo. Sed degentes ſub æquinoctiali habent polos in horizontem, & latitudinem nullam. 8

SOLIS vel aſtri declinationē perſcrutari. Capiatur eius altitudo meridiana: quæ, ſi fuerit æqualis æquatoris altitudini, nullá Sol vel aſtrū patitur declinationem. Si aūt tales altitudines fuerint inæquales: tunc earum differētia erit Solis ipſius vel aſtri, declinatio. Septētrionalis quidē, ſi Solis altitudo maior erat. Si minor, meridionalis. 9

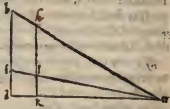
SINVVM regulas exponere. Sicut per calculum, ita & per lineamēta vti poſſumus Sinuum, & Mordarum medio. Eſt autem ſinus rectus chordæ dupli arcus alicuius dimidium. Cuius ſagitta dici ſolet ſinus verſus. Vnde ſinus maximus, ſiue ſinus totus, eſt ſinus ſemicirculi, hoc eſt ſemidiameter. Sinus ſecundus arcus cuiuſpiā eſt ſinus 10



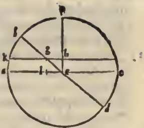
rectus ſui complemēti ad quadrantē. Exēpli gratia: in ſemicirculo. abc. cuius centrū d. ac ſemidiametri ad. dc. db. quadrātes ab. bc. ipſius arcus ebg. corda ſit recta efg. punctis. bf. diuidētibus arcū & chordā per æqua-

lia. Sic enim recta ef. erit chorda ipſius arcus eb. Sinus autem verſus talis arcus erit recta bf. Et ſinus ſecundus fd. recta: quia ſinus rectus arcus e a. quod eſt complementum arcus eb. Deinde, ſicut ſinus totus ſeu maximus bd. per rectas ipſius efg. & ipſius adc. diametri parallelos (quæ quadrantes aeb. bgc. in arcus æquos diuidunt) ſecatur in portiones inæquales; ita & ſingulæ ipſius bd æquidiſtantes, vtpote ipſam hk. & cætere ipſi paralleli per lineas à punctis ſingulis ſectionum lineæ bd. ad punctum c. concurrentes, in totidem partes proportionales diſtinguuntur. Atque ita, ſicut bd. ſemidiameter; ita & ipſi æquidiſtans hk. & ſingulæ ipſarum paralleli (tanquam ſinus maximi) diſtinguuntur in ſuos ſinus, per dictas lineas ad c. punctum concurrentes. Vt ſcilicet, conſtituto quouis ſinu max° cui debetur circuli quadrans, tunc & ſingulis eius partibus arcus debiti adſcribãtur. Vt exempli cauſa, poſito hk. ſinu max°; ſinui Kl. debitus arcus ſit gc. ſicut ipſi hk. reſpondet quadrãs bgc. Item tunc ſinus verſus arcus bg. erit recta hl. Quod, ſi ducatur recta gc. cui ad punctum m. occurrat lm. parallelus ipſius fg. ipſa lm. fiet ſinus ſecundus arcus gc. dum ſinus hK. ponitur maximus. Quoniam ſic ſecundum quam proportionem breuiatur ſinus maximus, ſecundum eandem breuiantur & ſinus particulares.

11 Propoſitis duabus lineis, ex quibus vna ſit diuiſa; reliquam ad eandem proportionem diuidere. Vtar trianglo bcd. quorumcunque ſit angulorum. In quo, ſi datarum linearũ diuiſa ſit bc. & punctum diuiſionis h. reliqua iam cd. ſecabitur in puncto. k. ad eãdem proportionẽ, propter æqui diſtantiam linearum bd. hK. Vel ſi datæ lineæ intelligãtur bd. hk. vt ſcilicet bd. diuiſa detur in puncto f. tunc & hk. ſimiliter ſecabitur in puncto l. propter dictam ęquidiſtantiam, & triangulorum ſimilitudinem. Sic facile abſoluitur problema.

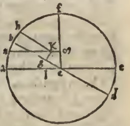


12 Loco Solis, ſiue cuiuis eclypticæ dato, declinationem & aſcenſionẽ rectam adſcribere. Eſto colurus ſolſtitialis abcd. cuius cum æquatore communis ſectio ſit recta aec. Cum eclyptica verò, recta linea bed. poſita ſcilicet. ab. maxima eclypticæ declinatione. Sitq; recta eg. ſinus rectus arcus eclypticę inter æquinoctiale punctum, & punctum propoſitum: Tũc per g. punctum ducatur ipſi aec. parallelus kgh. quæ iam erit communis ſectio paralleli ſolaris, ſeu puncti propoſiti cum dicto coluro: & perinde arcus ak. erit puncti propoſiti declinatio. Mox ducta fhe. perpẽdiculari ad ipſam aec. quæ perpendicularis eſt iam axis æquatoris: ſicut eſt kg. linea ad ipſam g h. ſic ſit per præcedentem al. linea ad ipſam l e.



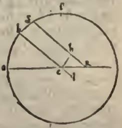
Tunc enim poſito ae.ſinu maximo:arcus ipſi le. ſinui debitus, erit aſcẽſio recta Solis vel dati pũcti,à dicto puncto ęquinoctij computanda.Item, poſito hk. ſinu maximo,arcus ſinui gh. ſinui recto reſpondens erit eandem recta aſcenſio. Hoc pacto ex doctrina ſinuũ per ante præmiſſam tradita, tam Solis declinatio, quàm recta aſcenſio noteſcet.

STELLAE, cuius lõgitudo ac latitudo no- 14
tæ proponuntur, declinationem ac rectam etiam aſcenſionem determinare.In eodem Coluri plano,abcd.intelligatur ſimiliter,æquatoris quidem diameter aec.Eclytici vero diameter bed.& ponatur eg.linea ſinus rectus arcus eclypticæ inter punctum æquinoctii proximum,& locum ſtellæ. Itẽ arcus bh.latitudo ſtellæ:& linea h k. ipſi b e d. parallelus,cui gk. pependiculariter occurat:ſinus ſcilicet rectus dictæ latitudinis bh. mox per punctum k.ipſi aec.parallelus eat mkn. quæ iam erit com munis iunctio paralleli ſtellæ propoſitę cum dicto Coluro. Et idcirco arcus.an.erit quæſita ſtellæ declinatio. Quod,ſi punctum k.caderet ſuper æquatoris diametrũ aec.tunc ſtella in æquatore eſſet abſq; declicatione.



Itẽ,poſito axe æquatoris ſme.ſicut eſt,linea mk, ad ipſam km.ſic ſit linea.a l.ad ipſam,l e.eritque le.ſinus rectus aſcẽſioni rectæ aſtri debitus, dum ſcilicet ſinus maximus eſt ae.linea. Vel km.fiet ſinus prędictæ aſcenſionis: ſi ſupponitur ſinus maximus mn.linea. Itaque ex notis ſinibus,iam per doctrinam decimæ propoſitionis,tam declinatio, quàm recta ſtellæ aſcenſio notæ uenient.

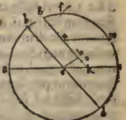
SOLIS vel ſtellæ cuiuſpiam ortus latitudinem,ac differentiam aſcen- 15
ſionalem ſciſcitari. In meridiani plano abcd intelligatur diameter horizontis aec.diameter autem æquatoris bed.Ita, vt arcus meridiani. a b. ſit altitudo æquatoris: quod eſt complemẽtum latitudinis loci,ad quẽ quæruntur prædicta. Arcus autem bg.ſit declinatio Solis vel ſtellæ per præmiſſas comperta. Ducatur recta gk.ipſi bed.parallelus.cui perpẽdicularis occurrat eh.portio ſcilicet axis æquatoris.Deinde ſicut linea gh.ad ipſam hk.ſic ſit linea be. ad ipſam el. Et habes lineam ek. ſinum rectum latitudinis ortiuæ. Et rectam el.ſinum differẽtiæ aſcenſionalis; poſito ſinu maximo be. Item ſi lubet,lineam hk.ſinum eiuſdem diffe-



rentię, dum ſinū maximum facis g h. Quam ob rem, ex regula ſinuum per decimam propoſitionem tradita, noteſcent arcus, ſ. latitudinis ortus, & aſcenſionalis differentiæ ad datam loci latitudinem quæſitæ,

15 Diurnum, aut nocturnum Solis vel Stellæ alterius arcum addiſcere. Quære, per præcedentem, eius differentiam aſcenſionalem propoſitæ regionis; quam iunge cum quadrante circuli: ſi Sol, vel Stella declinet ad polum manifeſtū: ſubtrahe verò, ſi ad occultum. Sic enim cōflabitur vel ſupererit arcus ſemidiurnus aſtri. Qui de ſemicirculo ablatus relinquet arcum ſeminocturnum. Quorum dupli ſunt diurnus ac nocturnus integri. Porrò cum Sol, vel Stella declinatione caret: tunc, quoniam in Aequinoctionali ſiſtitur, caret differentia aſcenſionali: & ideo arcum tam ſemidiurnum, quàm ſeminocturnum habet quadrantem, & diurnum totalem, ſiue nocturnum ſemicirculum. Et in horizōte recto ſemper.

16 Per datam Solis, vel Stellæ altitudinem in quouis loco, eius à meridiano diſtantiam determinare. Intelligatur, ſicut in antepręmiſſa meridianus a b c d. in quo ſit a e c. diameter horizontis: & b e d. diameter æquinoctionalis. Punctum autem f. ſit polus horizontis, ſeu vertex loci propoſiti. Arcus autem b g. declinatio Solis, vel Stellæ. & g h k. diameter ſolaris ſeu ipſius Stellæ paralleli, æquatori æquidiſtans. Altitudo quoq; ipſius, ſiue antemeridiana, ſiue poſtmeridiana, per Quadrantē accepta ſit æqualis arcui meridiani m c. Hinc per punctum m. agatur m n. recta ipſi a e c. æquidiſtans: quippe quæ diameter erit circuli paralleli ad horizontem per locum Stellæ deſcripti, occurrens ipſi g h k. in puncto n. Quibus peractis, ductaq; e h. perpendiculariter ad ipſam g k. poſitoq; g h. ſinu toto: ſi recta m n. cadat in punctum h. certum eſt Solem, vel ſtellam ſemoueri à meridiano per quadrantē ſui paralleli: ſi autem m n. cadat inter puncta g h. tunc arcus, cuius ſinus eſt h n. linea, ſubtractus à quadrante relinquet ſtellæ à meridiano diſtantiam. Cuius ſcilicet ſinus verſus tunc erit n g. Quod ſi m n. ceciderit inter puncta h k. vt puta in punctum o. tunc arcus, cuius ſinus eſt linea h o. coniunctus cū quadrante, conflabit quæſitam Solis vel ſtellæ à meridiano diſtantiam. Quæ ſi fuerit Solis, habes horas, vel ante, vel poſt meridiem numerandas. Si autem talis diſtantia fuerit ſtellæ cuiuſpiam: tunc vide inſtans, quo ſtella tangit meridianum: & ab horis ipſius inſtantis aufer, vel appone talem diſtantiam ad tempus conuerſam: capiens ſcilicet pro quadrante ſex horas: pro quindenis gradibus ſingulas. pro ſingulis autem gradibus quattuor horæ minutias. Atq; hoc

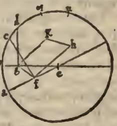


quidem

quidem pacto interdiu per Solem, noctuq; per ſtellam potes horas ante vel poſt meridiem ſupputatas ad inſtans propoſitum, in quauis regione, per Quadrantem, abſq; alterius inſtrumenti vſu comperire.

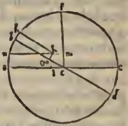
Drarum ſtellarum cognitos in longitudine locos habentium diſtantiam dimetiri. Diſtantia talis eſt arcus circuli magni inter ſtellas ipſas interiectus, ac per gradus computatus. Quæ doctrina inſeruiet etiã ad duarum vrbium ſeu locorum in terra poſitorum intercapedinem captandam. Nam gradus conuerti poſſunt ad ſtadia, vel milliaria: ſi ſingulis gradibus 70. paſſuum millia vendicaueris. Si ergo ſtellarum, vel locorum fuerit vna longitudo, & latitudines eiuſdem nominis: tunc latitudinum differentia erit earum diſtantia. Si latitudines diuerſorum nominum: earum congeries conflabit remotionem. Si autem longitudines differant per ſemicirculum, & latitudines ſint eiuſdem nominis: tunc latitudinum congeries ſubtracta ſemicirculo relinquet diſtantiam. Si latitudines fuerint diuerſorum nominum, earum differentia dempta de ſemicirculo reſiduabit diſtantiam. Quòd ſi tũc latitudines ſint diuerſorum nominum & æquales: in eo caſu aſtra, vel vrbes erunt oppoſitæ per diametrum: qualis eſt in terra ſitus Antipodum. Hic & illud attende, quòd ſi fortè ſtellarum altera iaceat in eclyptica, & longitudinum differentia ſit quadrans circuli (tunc quantacunq; & quorſumcunq; ſit latitudo reliquæ ſtellæ) iam in eo caſu earũ diſtantia ſemper habet circuli quadrantem. Nam tunc locus ſtellæ in eclyptica iacentis eſt polus circuli latitudinis reliquæ ſtellæ: & perinde per quartam circuli ab eo vndiq; remouetur. Id idẽ dic de locis duobus vel ciuitatibus, ſi earum vna ſit ſub æquinoctionali, & longitudinum differentia ſit quadrans, quantacunq; ſit reliquæ latitudo. Quòd ſi aſtrorum vel locorum ſitus aliter ſe habeat: tunc eorum diſtantia in globo aſtronomico ſeu geographico, poterit captari officio circini: ſicuti fieri ſolet in charta nauigatoria per ſcalam milliarium. Quòd ſi globo aſtronomico, ſeu Pappi mundo ſphærico careas, cũ deſcriptione aſtrorum aut vrbium, oportebit te vti calculo ſinuũ: ſicut in aſtronomicis quæſtionibus affatim tradidimus, ad habendam ipſam ſtellarum ſeu locorum diſtantiam. Sed nos hic geometrico lineamento in planitie vna, talem diſtantiã eliciemus, ſic: Deſcribatur circulus a b c d. ſuper centro e. tanti ſpacii, vt in gradus bene diſtingui poſſit. Sitq; arcus a b. differentia longitudinum ſtellarum vel locorum: ductiſq; diametris a e. b e. Ponatur arcus a c. latitudo loci vel ſtellæ a. arcus verò b d. latitudo loci vel ſtellæ b. Mox à punctis c d. ducantur perpendiculares c f. quidem ad a e. & d g. ad ipſam b e. Quæ perpendiculares ſunt ipſarum latitudinum ſinus recti, inde ducatur g f. ſuper quam erigãtur perpendiculares f h. & g k. ſingulæ ſuis conterminis f c. g d. æquales.

æquales. Demum ducatur recta h k. quæ tanquam chorda reſpõdeat arcui m n. Hic enim arcus erit diſtantia quæſita ſtellarum ſeu locorũ. Cuius operationis ratio facilis eſt intellectu. Nã puncta k h. repreſentant ſtellarum ſiue vrbium locos in ipſa globi ſeu Sphæræ ſuperficie, in quĩ caderent ſi ppẽdiculares g k. f h. perpendiculares, in planum circuli a b c. ſiſterentur. Quod quidẽ lineamentum ſupponit latitudines locorum ſeu ſtellarum ſumptas verſus eundem polum. Nam cum ſunt diuerſarum partium; perpendiculares quoq; g k. f h. in diuerſum erunt deducendæ.



Debẽtur autem vni gradui terreſtris ambitus (vt ſuperius dixeramus) millia paſſuum 70. ita vt paſſus habeat pedes quinq;. Sic totus ambitus habebit millia paſſuum 25200. Diameter autem millia paſſuũ 8018 $\frac{2}{11}$. ſecundùm Eratoſthenem. Quod ſi facias paſſum pedum quatuor, tunc totus ambitus habebit milliaria 31500. ſiue ſtadia 252000

18 Stellæ locum per Quadrantem inueſtigare. Stellæ declinationem per nonam, & horam, in qua cœlum mediat, per 16. Item punctum zodiaci cœlum hinc medians, & per 11. aſcenſionem rectam talis puncti diſce: quæ eſt aſcenſio recta talis ſtellæ. Itaq; ex aſcenſione recta, & declinatione ſtellæ poteſt elici longitudo & latitudo ipſius in ecliptica: ſicut per 13. ex longitudine & latitudine eliciabatur declinatio & aſcenſio. Hoc autem fiet, mutatis officiis & nominibus circulorum vt ſcilicet in ipſa deſcriptione 13. b e d. intelligatur Aequator. linea e g. ſinus aſcenſionis. arcus b h. declinatio. a e c. zodiacus. Eritq; arcus a n. latitudo ſtellæ. & linea l e. ſinus longitudinis ſtellæ. hoc eſt arcus eclipticæ inter æquinoctium proximum & locum Stellæ. dum ſinus maximus ſupponitur a e. Vnde ex noto ſinu, per 10. noteſcet ipſa longitudo. Ita neq; Aſtrolabo plano, neq; armillari, ad captanda loca ſtellarum indigebimus. Simulq; conſtat Quadrantis vſum poſſe ad multas vtilitates adcommodari. Sed cum multa tradantur à variis authoribus de Quadrante, quæ paſſim nota ſunt ſtudioſis: nos ab aliis omiſſa tractamus: cætera ſummatim percurrentes.



19 Longitudines autem locorum, quæ ab aliquo Occidentis termino: quem Ptolemæus meridianum inſularum fortunatarum poſuit, veſtigari poſſunt per vnam lunarem eclipſim diuerſis in locis obſeruatam. tanta enim erit intercapedo meridianorum, quanta temporum in ipſis meridianis obſeruatorum differentia. Vnde in quot vrbibus ſiue locis

fiet

fiet vnius eclipſis lunaris obſeruatio, totidem locorum longitudo noteſcet. Quod etiam per interualla itinerum & diſtantias locorum deprehendi via geometrica poterit. Sed idem perpendi poteſt à nauigantibus ortum, vel occaſum verſus per horologium rotarum, vel per clepſydras, ſiue ampullas harenarias. Nam tempus inter nauigandum elapſum per tales machinas cognitum docet, quantum, nauigando, ſit de longitudine æquinoctialis, aut eius paralleli peractum. Exempli gratia: ſi quis à Gadibus, inſtante meridie, & horologio motum exordiente, verſus Orientem nauiget, donec rurſus videat Solem ad meridiem loci, ad quem appulerit, reuerſum: certus erit, Solem vnam reuolutionem primi mobilis peregiſſe, & vlterius arcum meridianis Gadium & loci, ad quem appulerit, interiectum. Qui quidem arcus indicabitur per tempus, quod vltra 24. horas horologium vel clepſydra tranſegerit: vt puta, ſi tale tempus fuerit trium horarum: non dubium erit, locum in quem nauis appulerit, à meridiano Gadium elongari per ſpaciũ triũ horarum, hoc eſt per arcum æquinoctialem 45. graduum talibus meridianis interiectum. Vnde, ſi Gadium longitudo ponatur graduũ $5\frac{1}{6}$. iam loci, ad quem nauis appulerit, longitudo fiet graduum $50\frac{1}{6}$. Quod ſi Sol nondum acceſſiſſe ad meridinnum dicti loci comperiatur: tunc ſpacium, per quod diſtat à meridiano, adiiciendum erit 45. gradibus: ſubtrahendum verò, ſi Sol prætériiſſe meridiem coniiciatut. Quod ſpacium, obſeruato per inſtrumentum Sole, ſicut & inſtans meridiei deprehendetur. Sed inditium Eclipſis lunaris certius eſt, ac melius, quod per plures obſeruatores plurium locorũ longitudines indicabit.

Terreſtris orbis ambitum dimetiri. Comperienda eſt per 17. duorum locorum vel ciuitatem ſub eodem meridiano iacentium diſtantia. 20
Illi autem loci habent eundem meridianum, qui eandem longitudinem ſortiuntur, vel quorum longitudines ſemicirculo differunt. Sed dum Geometra incedit per meridianam lineam in ſuperficie terræ, per quintæ doctrinam delineatam, ſemper locos eiuſdem meridiani peragrat. Itaque huiuſmodi locorum diſtantia per gradus numerata, & per ſtadia, vel paſſus menſurata queſtioni ſatisfaciet: diuiſio enim numero ſtadiorum, vel paſſuum per numerum graduum, prodibit ex diuiſione numerus ſtadiorum, vel paſſuum vni gradui debitus, qui per numerum graduum totius ambitus, hoc eſt per 360. multiplicatus producet numerum ſtadiorum, vel paſſuum totius terreſtris circuitus. Quod quidẽ exemplo quopiam apertius conſtabit. Rhodus & Alexandria ſub eodẽ fermè ſunt meridiano: diſtantia talium vrbiũ habet gradus $7\frac{1}{2}$. Quoniam Canobus ſtella inſignis (quæ in temone Argus) apud Rhodum obſeruata incipit apparere horizontem radere, cum in locis Septentrionalioribus nuſquam videatur. Alexandriæ verò eleuatur ſupra ho-

rizontem

rizontem in meridiano per gradus $7\frac{1}{2}$. Tanta eſt igitur earum vrbium
in gradibus diſtantia: menſurata verò ſtadiis, habet ſtadiorum quinque
millia: vt ait Poſidonius. Sed cum talis diſtantia $7\frac{1}{2}$. graduum, ſit pars
quadrageſima octaua totius circuli; iam 5000. ſtadia quadragies octies
multiplicata, exhibebũt totũ ambitũ per ſtadia, ſcilicet ſtadia 240000.
Cum verò ſtadia 8. milliarium conſtent; diuiſa in 8. præſtabũt milliaria
30000. poſito, ſcilicet paſſu quatuor pedum. Cui ſi dentur quinq; pe-
des, tũc fient milliaria 24000. Hæc Poſidonii obſeruatio indicat, Rho-
di latitudinem eſſe graduum $38\frac{1}{2}$. cum Alexandriæ latitudo per Pto-
lemæum ſuum ciuem proculdubio habeat gradus 31. quarum differẽ-
tia ſit graduum $7\frac{1}{2}$. Et eſt error notandus in Ptolemaicis numeris cir-
ca latitudinem Rhodi, quæ ponitur graduum 36. Hoc idem confirma-
tur per certiſſimam hydrographorum deſcriptionem. Quoniam à fre-
to Siculo directè verſus Orientem nauigantes relinquunt Gnidum, &
Ielyſſum vrbem Rhodi: (vbi incipit apparere Canobus) verſus Septen-
trionem. Porrò fretum Siculum, cui adiacet Meſſana, habet in nume-
ris Ptolemæi latitudinem graduum $38\frac{1}{6}$. ſicut & nos obſeruauimus:
maiorem ergo neceſſe eſt Gnidi & Ielyſſi latitudinem. Adducam nunc
aliud exemplum, per diſtantiam duarum ciuitatum Alexandriæ & Sye-
nes: cuius latitudo habet gradus 23. m̃. $51\frac{1}{3}$. quanta eſt maxima Solis
declinatio ſecundùm Ptolemæum. Cum autem latitudo Alexandriæ
(vt dictum eſt) ſit graduum 31. ſintq; vrbes ſub eodem meridiano: iã
earum diſtantia fiet graduum 7. m̃. $8\frac{2}{5}$, hoc eſt, graduum ferè $7\frac{1}{7}$. in
ſtadiis autem menſurata, fit quinq; millium ſtadiorum: quæ diuiſa in
$7\frac{1}{7}$. exhibẽt 700. & tot ſtadia debentur vni gradui. Vnde totus ambitus
comprehendet ſtadia 252000. Quibus per 8. diuiſis, exeunt milliaria
31500. dum paſſus ſupponitur pedum quatuor. Si verò paſſus habeat
pedes quinq;, fiẽt milliaria 25200. Atq; ita gradus poſcet milliaria 70.
Hæc eſt obſeruatio Eratoſthenis.

Globi terreſtris diametrum ſciſcitari. Terræ ambitum ex præceden-
21 ti cognitum multiplica per 7. & productum partire in 22. exibit enim
inde diameter. Exempli gratia: Terræ circuitus habet ſecundùm Erato-
ſthenem milliaria 25200. Hunc numerum multiplica in 7. & produco
176400. Quod productum partior per 22. & prodeunt ex diuiſione
$8018\frac{2}{11}$ & tot milliaria complectitur diameter globi terreſtris. Semi-
diameter autem milliaria $4009\frac{2}{11}$. Ptolemæus autem ponit ambitũ
terræ milliariũ 22500. Alfraganus verò & Tebit. 20400. Hipparchus
34625. Neq; alia eſt diſcrepantiæ cauſa, quàm diuerſitas menſuræ, qua
vtuntur. Nam qui ponit plura milliaria, vtitur minore paſſu. quemad-
modum latius in dialogis Coſmographiæ tradidimus.

22 Quod ſi ſemidiameter ducatur in dimidium ambitus, producetur
plana

plana ſuperficies circuli maximi terreſtris. Quæ ſi quadruplicetur, vel ſi diameter in totum ambitum ducatur: producetur ſphęrica ſuperficies globi. Quę demum in trientem ſemidiametri multiplicata, producet globi ſoliditatem ſiue corpulentiam. Item notandum quòd circulus ad Quadratum ſuæ diametri ſe habet, ſicut 11. ad 14. Sphæræ verò ſoliditas ad cubum ſphęricæ diametri, ſicut 11. ad 21. Verũ hæc & alia huiuſmodi pertinent ad geometriam.

Hinc magnitudo molis terreſtris coniici poterit: & ſimul certiſſimè concludi multo maiorem eſſe terræ, quàm aquę corpulentiam; & proculdubio decipi aliter ſentientes. Verùm de magnitudinibus terræ, luminarium, aſtrorum & diſtantiis ſcripſere Ariſtarchus, Ptolemæus, Alfraganus, Tebitius, & alii recentiores. Quorum ſententias nos in ſummam collegimus, & in calce Coſmographiæ dialogorum exarauimus. 23

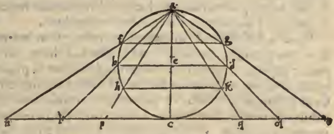
Cognitis autem duorum locorum longitudinibus ac latitudinibus, & quantum ab his ſingulis diſtat tertius locus; poterit ex diſtantiis perpendi longitudo ac latitudo tertii loci. Idq; per ſcientiam triangulorũ ſphæralium. Vel ſi diſtantiarum arcus parui ſunt, vti poſſumus geometria linearum rectarum: ſicut in calculo Eclypſium, pro minutis caſus, per latitudines ac viſuales diametros, ſupputandis, propter paruitatem arcuum facere conſueuimus. Id idem intellige, ſi per loca duarum ſtellarum cognita, & earum diſtantias ad tertiã, volueris & ipſius tertiæ locum in longitudine & latitudine indagare. Vnde Corollarium illud infertur Ioannis Regimontii magnum. Si duarum ſtellarum tantum, aut ciuitatum conſtet longitudo ac latitudo, omnium verò diſtantiæ inter ſe notæ ſint; noteſcent etiam ſingularum longitudines ac latitudines, ſtellarũ ſcilicet reſpectu zodiaci: ciuitatũ verò, reſpectu Aequinoctialis. Sed hæc ſatis, quo ad locupletandam practicam Quadrãtis. Nam ſcientia triangulorum planorum, quo ad ſpeculationem, in elementis: Sphæralium in Sphæricis. Quo ad praxim & calculum, in quęſtionibus Arithmeticis & geometricis, ac ſimul Aſtronomicis copioſè traditur. Nunc libanda eſt inſtrumentorum reliquorum maximè communium materia. 24 Coroll.

DE ASTROLABI THEORIA ET FABRICA.

DE aſtrolabo multi tum veteres, tum recentiores ſcripſere. Meſſealla fabricam inſtrumenti huius, vſumq; ſatis tradidit, parcius autem ſpeculationem. Hanc dum Ptolemæus explicat in Planiſphærio, lectorem laborioſo calculo faſtigat potius, quàm docet. Nicephorus & Proclus apud Græcos adeò ſunt obſcuri & mutili, vt vel ipſi nõ intellexiſſe ſpeculationem, vel intellectam exprimere neſciſſe iudicẽtur.

Solus

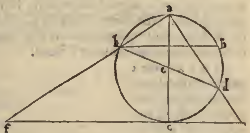
lum habens, duo Tropici, circulus arcticus, antarcticus, & omnes eorum paralleli ſiue per Solem, ſiue per Stellas, aut quæcunq; puncta in Sphæræ ſuperficie deſcripti, & Climatum, prædicto modo in planum tāgēs proiecti, vmbras faciunt circulares, hoc eſt circulos concētricos, & commune centrū in



polo contactus (quod eſt Aſtrolabi centrum) habentes. Verùm hanc circulorum proiectionem Aſtronomi terminant in Tropico Capricorni, pro vſu inſtrumenti: ne deſcriptio moderatum excedat terminum.

Vt ſi Sphæra intelligatur a b c d. in qua polus meridionalis ſit punctum a. Centrum Sphæræ e. Axis Sphęræ a e c. Polus borealis & pūctum contactus in plano ſit c. Diameter æquinoctionalis b e d. cuius vmbra plano erit l c m. Hyemalis Tropici diameter f g. Et eius vmbra n o. quæ terminat limbum inſtrumenti. Diameter æſtiui Tropici h k. Cuius vmbra p q. recta. Quæ diametri, ſicut & omnium parallelorum ſunt inter ſe æquidiſtantes. Quòd autem vmbræ in plano ſimiles ſint ſuis periferiis patet per collationem & æqualitatem triangulorum ſub lineis radialibus & chordis arcus ſubtendentibus contentorum.

Obliquorum quoque circulorū in Sphęra exiſtentium vmbræ in planum ſubiectum circulares proiiciuntur. Intelligat' in meridiani a b c. planitie circulus ſiue maior, ſiue minor in planū ſubiectum obliquus: cu-

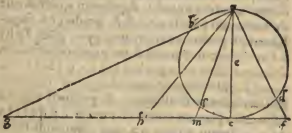


ius diameter b d. & plana ſuperficies in rectum inſiſtens ipſi meridiano. Dico, ꝙ talis circuli vmbra in planū tangens proiecta circulus eſt. Producantur enim radiales lineę à polo meridionali a. vſq; ad planū tangens. rectę a b f. a d g. Et agatur ipſi f g. parallelus b h. Eritq; angulus f. æqualis angulo a b h. & perinde angulo a d b. (quia ſuper æquos arcus a b. a h. ſunt) & ideo ſimile eſt triangulum a f g. triangulo

a d b.

quæ ſit b d. quam linea recta a k h. orthogonaliter ſecans in puncto k. cadat in punctum h. in plano. Dico tunc, quòd punctum h. eſt centrũ vmbræ circularis à circulo b d. in planum proiectę. Producãtur enim rectæ a b. a d. in planum ad puncta f g. cadentes: eritq; f g. diameter circularis vmbræ proiectæ. Namq;, vt in antepręmiſſa oſtenſum eſt, triangulum a b d. ęquiangulum eſt triangulo a f g. & perpendiculares a c. a k. diuidunt dicta triangula ſingula in bina triangula ſibi inuicẽ & totis ſimilia. Hinc ſequitur, vt anguli a g h. g a h. ſint æquales: & ideo, vt lineę g h. h a. ſint ęquales. Item ſequitur, vt anguli a f h. f a h. ſint ęquales. & perinde lineæ f h. h a æquales. Igitur centrum circuli g f. (quæ eſt vmbra circuli b d. proiecta in planum) erit punctum h. & ipſa linea a h. quę indicat centrum ęqualis ipſis g h. h f. Semidiametris ſingulis: ſicut demonſtrandum proponitur.

Recta verò, quæ angulum ſub radiis per extrema diametrorum ductis comprehenſum per æqualia diuidit, producta in planum cadit in polum circularis vmbræ in ipſo plano factę. In eadem enim deſcriptione angulum b a d. per ęqualia diuidat linea a l m. cadẽs in planũ ad pũctũ m. Dico iã, punctum m. polus eſt circuli in planum proiecti: cuius diameter f g.

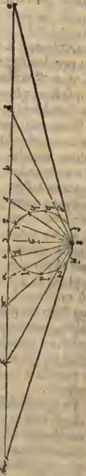


Nam, cum anguli b a l. l a d. ſint ęquales, erunt ſuſceptę ab eis periferię b l. l d ęquales. cumq; l. punctum in ſemicirculo b l d. medium ſit polus circuli b d. ſecantis ipſum a b c. circulum orthogonaliter; iam & punctum m. in plano, in quod cadit a l. linea erit polus circuli proiecti.

Vnde manifeſtum eſt, quòd in omni circulo obliquo ad planum ſubiectum, vmbra proiecta polum habet à centro diuerſum. Sequitur hoc Corollarium ex præſenti & præmiſſa: quoniam centrum & polus determinantur à diuerſis lineis. Verùm præſens propoſitio cum Corollario verificatur etiam de circulo minori: quandoquidem circulus maior cum ſuis parallelis habet communes polos: & parallelì obliqui centra ſemper à polo diuerſa. Item linea poli circuli maioris per æqualia diuidit angulum ſub lineis centrorum circuli dicti & Aſtrolabi contentum, hoc eſt angulum h a c. Item ſi in circulo a b c. capiatur pũctũ n. diametraliter oppoſitum pũcto l. erit l e n. axis circuli b d. cuius vm-

bra proiicitur in plano. & ideo n. polus reliquum talis circuli. Quare linea recta a n. producta cadet in planum, & indicabit ipſum polum in plano.

Vnde patet, quòd tam duo radii a b. a d. terminantes diametrum circuli obliqui maioris, quàm duo radii l a. a n. indices polorum in plano, continent angulum rectum.



Circvli per polũ radiantem in Sphæra incedentis (qui recti lineam vmbram proiicit) æquales periferiæ per radios, ſub quibus æquales anguli cõprehenduntur, in ſpacia inæqualia in ſubiectũ planum proiiciuntur: quorum à contactu remotius maius eſt. Duo autem ſpacia æque à contactu remota ſunt æqualia: ſiue ille circulus ſit maior, ſiue minor. Sit polus radians punctum a. & circulus per eum ductus a b c d. centrum e. Punctum, in quo Sphæra planũ tangit c. Secetur circulus a b c d in quotuis arcus æquales. & primùm quidẽ in quadrantes, apud puncta a b c d. & quadrantes singuli, exempli gratia, in ternos arcus apud pũcta f g h i k l m n. inuicem æquales. & per puncta diuiſionum ducantur radii a f. a g. a b. a h. a i. a c. a k. a l. a d. a m. a n. qui continent angulos æquales: quoniam ſcilicet æquos arcus aſſumunt, & producti vſq; ad ſubiectum planum cadant in puncta o p q r ſ c t v x y z. in lineam rectam o z. quæ communis ſectio eſt plani circuli a b c. cum plano ſubiecto. Iam oſtẽdendum eſt, quòd ſpacia o p. p q. q r. r s. s c. & totidem reliqua, ſunt inter ſe inæqualia, in quæ ſcilicet quaſi vmbras proiiciuntur arcus ęquales, ſinguli ſingulas. hoc eſt, quòd ſpacium o p. maius eſt ſpacio p q. & hoc maius ſpacio q r. & hoc maius ſpacio r ſ. & hoc demum maius ipſo ſ c. Nam per tertiam ſexti elemetorum: ſicut a q. a d. ipſam q r. ſic eſt a ſ. ad ipſam r ſ. cunq; a q. ſit maior, quàm a ſ. erit & q r. maior, quàm r ſ. Et ſimiliter de duobus cæteris collateralibus ſpaciis ad eandem partem puncti c. oſtẽdã. Bina verò ſpacia ſ c. c t. & bina ſequentia quęque à puncto c. ęqualiter remota, erũt inter ſe ęqualia, propter æqualitatem laterum in triangulis. Quod erat demonſtrãdum. Sed nota, quòd ſi a b c. eſt circulus maior in Sphæra; ipſe tanget planum in puncto c. & centrum commune cum ipſa Sphæra habebit

bit c. punctum. Si autem circulus a b c. ponatur minor, tunc non tanget planum: ſed habebit c. punctum plani inter puncta proiecta ſibi proximum.

Vnde manifeſtum eſt, quòd tam meridianus, quàm Colurus Solſtitialis, & æquinoctius, & quàm horizon rectus, & circuli per polos mundi, qui diuidunt æquinoctialem, & ſunt circuli altitudinum ſub polo degentibus, & habentibus pro horizonte æquinoctionalem: & quàm omnis circulus minor incedens per polum inſpectorem, proiiciuntur in planum ſubiectum in vmbram linearem rectam: & eius circuli partes ſeu arcus æquales in ſpacia inæqualia & correlatiua, ſicut oſtenſum fuit.

H o r i z o n habens pro vertice polum mundi: qui & vnus & idē eſt cum æquatore, diuiditur per circulos magnos per vtrunq; polum ductos. Qui proiiciuntur in planum ſubiectum per lineas rectas ſe inuicem in aſtrolabi centro ſecantes, & æquatorem ac omnem eius parallelum in arcus æquos partientes. Periferiæ autem diuidentium circulorum, proiiciuntur in ſpacia inæqualia diſtincta per æquatorem, eiusq; parallelos. Conſtat hoc totum per præmiſſam, eiusq; corollarium, & per tertiam. Exemplum habes in hac deſcriptione: in qua circulus a b c d. eſt æquator. e. centrum: in quo diametri a c. b d. & cæteræ ſe inuicem interſecantes repræſentant circulos ſingulæ ſingulos per polū, vel zenit ductos: & tam ipſum æquatorem, quam ipſum f g h k. & ipſum n o. Tropicos in arcus æquos diſtinguunt. Itē arcus l b. b m. d p. ſinguli, æquales maximę declinationi zodiaci. Meridiana linea g k. vmbra meridiani. Cui recta c m g. occurrit in puncto g. & ipſa c l. in pūcto n. Item c p. in puncto o. per puncta m g. incedet periferia tropici hyemalis. Per puncta n o. Tropicus æſtiuus. Sic enim ſeruatur quantitas angulorum ſub lineis radialibus contentorum: ſicut tertia propoſitio in ſuo proceſſu & lineamento docuit. Qui Tropici cum æquatore concentrici ſunt. Et quoniam p a m. arcus eſt ſemicirculus, iam angulus g c o. rectus eſt: quē continēt radii c g. c o terminantes g o. diametrū zodiaci a g c o. per puncta Solſtitialia g o. & per puncta æquinoctialia a c. incedentis. Quæ quidē lineę radiales in lineam meridianam incidentes deduci à puncto h. in periferia extremi Tropici, ſicut poſtea declarabimus. Siquidē recta linea h b. ipſi c l. iam æquidiſtis & producta abſcinderet de tropico arcum g r. æqualē maximè declinationi.



Quare linea h r. oſtenderet in linea meridiana punctum b. per quodq́ ducenda eſt periferia æquatoris.

Rectvs horizon, qui in Aſtrolabo repręſentatur per colurum æquinoctiorum (quæ in plano ipſo inſtrumenti linea recta eſt) diuiditur per circulos ductos per vtrunq; ipſius polum in æquatore dimetraliter conſtitutos): de quorum numero eſt meridianus, qui proiicitur per lineam rectam alterius coluri. Et ipſe æquator habens centrum in ſectione rectarum, & circulorum proiectorum in planum & diuidentium lineam rectam horizontalem minimus. Et ipſius horizontis recti æquales periferiæ proiiciuntur in ſpacia ordinata, quemadmodum in antepræmiſſa oſtenſum eſt: quæ ſunt partes dictæ rectę horizontalis: quæ tranſit per centra circulorum. Quorum tam periferiæ, quàm centra & poli cadunt in puncta diuidentia. Repeto deſcriptionem anteptęmiſſę, in qua circulus a b c d. repręſentet horizontem rectum diſtinctum, exempli cauſa, in arcus æquos duodecim. per quorum puncta diuiſionum ducantur circuli ſex. in primis videlicet meridianus a c. proiectus in rectam, quæ ſecat ipſam o z. quæ vmbra eſt horizontis recti in plano, orthogonaliter Secundus Aequator, cuius diameter b d. & eius proiectio in planum q x. Item alij quatuor circuli: quorum diametri in plano horizontis recti ſunt f k. g l. h m. i n. & quorum ſemicirculi proiecti in planum aſſumunt ſpacia c t. p v. r y. ſ z. Quam ob rem, per ſecundam meridianus (vt dictum eſt) proiicitur in rectam, Aequator autem, cuius diameter b d. per quintam habet centrum, polumq; in puncto c. contractus. Reliqui autem quatuor, ſcilicet circulus, cuius diameter f k. proiectus in ſpacium o t. in plano habet cẽtrum in puncto p. per ſextam, polos autem in punctus r y. per ſeptimam. Circulus, cuius diameter g l. proiectus in ſpacium p v. in plano habet centrum in puncto r. per ſextam, polos autem in punctis ſ z. per ſeptimam. Circulus, cuius diameter h m. proiectus in ſpacium r y. habet centrum in puncto v. per ſextam, polos autem in punctis o t. per ſeptimam. Circulus demum, cuius diameter i n. proiectus in ſpacium ſ z. habet centrum in puncto y. per ſextam, polos autem in pũctis p v. per ſeptimam. Itaq; periferiæ, centra, & poli circulorum diuidentium, cadunt in puncta diuidentia rectæ o z. in plano hic rectum horizontẽ repręſentantis, ſecundũm ordinatam diſtinctionem radiorum per arcus æquos horizontis in Sphæra deſcripti ductorum, & in planum ad rectam o z. cadentium: quemadmodum demonſtrandũ proponebatur.

Vnde patet in hoc exemplo, quòd in vndecim punctis diuiſionum ordinatarum in recta o z. ſunt quinq; centra. nam meridianus proiectus in rectam, non habet centrum, vel habet in puncto c: Et vndecim poli: quoniam æquinoctialis in plano habet vnum polum b. & ceteri

teri quinque circuli ſinguli binos polos. Similiter procedere potes, ſi rectus horizon adhuc in plures æquas diuiſiones partiatur. Nam multiplicatis diuiſionibus, multiplicantur circuli, & perinde centra & poli. Paralleli autem circuli habent eoſdem polos cum ſuo maiori.

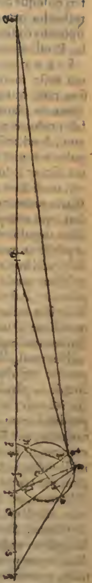


SICVT autem linea recta meridiana, ſiue recti horizontis, (quæ in plano aſtrolabij coluros repręſentant, & ad rectos angulos ſe inuicē in centro ſecant) diſtinguitur, ut dictum eſt, in ſpacia ordinata per radios, qui comprehendunt angulos æquales in periferia meridiani, ſiue recti horizonti in cultrum erecto ſuper planum Aſtrolabij: Sic etiam eadem linea meridiana, uel recti horizontis in planitie inſtrumenti, diſtingui poterit per diuiſionē circuli in planitie dicta iacentis; ut puta per diuiſionem Aequinoctialis, aut Tropici extremi, ut in antepręmiſſa dictum eſt. Item ſimiliter linea recta, quæ in plano Aſtrolabij ducitur per centra circulorum diuidentium Eclypticam, uel horizontem obliquum, per eius polos incedentium; poterit diſtingui per diuiſionem circuli medij inter ipſos diuidentes, & habentis centrum in linea meridiana. Sic enim producentur radij æquas periferias aſſumentes, & eiuſdem ordinatæ proportionis ſpacia in linea diuidenda ita, ut in diuiſionum puncta cadant periferiæ, centra & poli circulorum diuidentium, quemadmodum canones fabricæ præcipiunt.

ITAQVE, quoniam tam Eclyptica, quam horizon obliquus (ut dictum eſt) diuiditur per circulos per utrumque polum ſuum ductos; idcirco, iam ſicut diuiſimus in antepręmiſſa horizontem rectum, ſic &

 Eclypticam

Eclypticam & horizontem obliquum diſtinguemus: hoc excepto, quòd linea recta, quę in ipſo plano Aſtrolabi per centra circulorum diuidentium ducta, in diſtinctione horizontis recti, repręſentat ipſum horizontem rectum: In diſtinctione autem Eclypticæ, aut horizontis obliqui, prædicta linea eſt vmbra circuli per polum radiantem incedentis, & ipſi eclipticę vel horizonti æquidiſtantis. Quod vt intelligatur, ponatur meridianus a b c d. in Sphæra, cuius centrum e. & in eo axis Eclypticæ b d. & eius poli b d. qui proijciuntur in planum ad puncta f g. Diameter eclypticæ n o. cui æquidiſtans & perinde ipſum b d. ſecans orthogonaliter ducatur a k h. Eritq́; punctum h. per ſextam, centrum circuli in plano Aſtrolabi: cuius diameter f g. circuli, inquam, incedentis per f g. polos eclypticæ, per quos incedent alij circuli diuidentes ipſam Eclypticam: per quorum centra omnia incedit linea recta in plano Aſtrolabi ducta per punctum h. & orthogonaliter ſecans ipſam f g. quæ linearis vmbra eſt paralleli ipſius Eclypticę: in cuius paralleli plano iacet linea recta a k h. Sed Eclypticæ diameter n o. proiicitur in planum per radios a n. a o. productos ad puncta p q. terminantes eius diametrum. p q. in plano inſtrumenti. Item linea a l m. orthogonaliter ſecans diametrum n o. & cadens in plano ad punctum m: indicat ipſum punctum m. centrum circuli, cuius diameter n o. proiicitur in rectam p q. Quippe quæ in ipſo puncto m. per æqualia ſecatur, per ſextam. circuli, inquam, vel Eclypticam vel horizontem obliquum repræſentantis: cuius axis (ut diximus) b d. poliq́; b d. Hoc itaq; pacto diuidetur tam Eclyptica, quàm horizon obliquus per circulos per utrunq; polum ductos. qui Arabicè azimut uocantur.



Paralleli autem circulorum maiorũ ducuntur per terminos diuiſionum in linea meridiana: & ſinguli centrum habent in medio puncto ſui diametri. Ex quibus quidem parallelis vnus, qui incedit per polum radiantem, proiicitur in lineam rectã, quæ tranſit in plano Aſtrolabi per centra circulorum deſcriptorum per polos ipſius circuli maioris & ipſum diuidentium. Cæteri verò paralleli proiciuntur in vmbras circulares hinc & inde à

dicta

dicta recta polum ipſius circuli maioris circumambientes, nec concentricos, propter inæquales differentias diametrorum. Inſpice præcedẽtis deſcriptionem, in qua circulus a b c d. repræſentat meridianum: in quo b d. ſit axis horizontis obliqui: cuius poli b d. proiiciuntur in planum ſubiectum ad puncta f g. Cumq; n o. ſit diameter ipſius horizõtis, iam radij a n. a o. producti, (vt dictum eſt) indicabunt in plano puncta p q. per quæ incedet periferia horizontis in planum proiecta.

Vnde ipſius paralleli deſcribentur ordinatim per ſequentia puncta diuiſionum: vt puta proximus parallelus intra ipſum horizontem per pũcta r s. & deinceps ſequentes vſq; ad minimum circa polum f. Ita & extra horizontem: quamuis in horizonte paralleli exteriores non ſoleant deſcribi: quemadmodum in Eclyptica fieri ſolet ad diſtinguẽdas vtrinq; ſtellarum latitudines. Vnus autem exteriorum parallelorum tantùm per punctum h. deſcribetur per lineam rectam orthogonaliter ſecantem ipſam g f. & incedentem per centra poloſq; circulorum diuidentium horizontem: qui vocantur (vt dictum eſt) Azimut. Ipſi autem paralleli nuncupari ſolent, Almucantarat, ſi Arabinis terminis vti lubet.

Stellarvm loca in Aranea ſiue Reti ſtatuentur aut per diuiſionem zodiaci, aut Aequinoctialis. Per zodiacum ſcilicet, vt ducatur circulus Azimut per polos zodiaci & per locum longitudinis Stellæ. & deinde Almucantarat parallelus zodiaco abſcindens de azimut arcum latitudinis ſtellæ à zodiaco verſus partem ſui nominis. Nam vbi Almucantarat & Azimut ſe interſecant, in eo ſectionis pũcto locanda eſt ſtella. Per Aequinoctialem verò facilius. Ibi enim locabitur ſtella, vbi circulus parallelus Aequatoris, qui terminat declinationem Stellæ, ab æquatore ad partem, ad quam declinat, ſumptam interſecat ſemidiametrum inſtrumenti, quæ terminat aſcenſionem rectam ſtellæ, in limbo computatam. Itaq; quod in zodiaco fit per longitudinem & latitudinem; in æquatore fiet per aſcenſionem rectam & declinationem. Solẽt autem notari ſtellę inſigniores, præſertim primi ordinis. Aranea verò tota conſtet ex Tropico Capricorni, ex zodiaco in ſigna cum ſuis nominibus & in gradus diſtincto, cum coluris ad rectos ſe inuicem ſecantibus, cum parte aliqua Aequatoris: quæ in medio foramen habeat, & per illud inſerta, clauo per centrum Aſtrolabi tranſmiſſo, ſuper faciem inſtrumenti faciliter circunduci poſſit. Radij quidam ſiue appendices indicent loca ſtellarum. Clauus autem ex dorſo habeat Regulam cum pinnulis foraminatis verſabilem ad captandas altitudines.

Dorsvm verò Aſtrolabi habeat limbum in quatuor quadrantes diſtinctum, duabus diametris ſe inuicem orthogonaliter in centro ſecantibus. in quo Regula (vt dudum dixi) clauo inſerta & circa centrũ

volubilis, tranſmiſſo aſtri per tabellarum foramina radio, indicat aſtri ſuper horizontem eleuationem, ſiue à zenit regionis diſtantiam: quæ computatur in circulo altitudinis, quem repræſentat limbus inſtrumẽti. Intra limbum diſtinguuntur in ambitum ſigna zodiaci 12. totidẽ menſibus in dies diſtinctis reſpondentia in ſpacio interiori. Qui menſium circulus debet fieri eccentricus: vt maior numero dierum detur maior arcus. Nam hoc noſtro tempore (quoniam Aux eccentricus Solaris eſt in principio Cancri) Sol peragit ſemicirculũ æſtiuum zodiaci in diebus ferè 187. ſcilicet à die decimo Martij, vſq; ad 13. Septemb. reliquum verò ſemicirculũ in diebus 178.



Colligam nũc faciei Aſtrolabi deſcriptionẽ, repetitis regulis. Sit Aequator in plano inſtrumenti per tertiam, & per vndecimam deſcriptus a b c d. cuius cẽtrum e. iam linea meridiana b d. vtrinq; in indefinitum producta. & per radios, vt octaua docuit, diuiſa in partes ordinatas vtrinq; à centro e. hoc eſt in ſpacia ſingula ternorum, quinorum, aut ſenorum graduum, ſecundùm capacitatem inſtrumenti: quæ ſpacia vtrinque à centro e. creſcunt, vt in octaua fuit oſtenſum. Iam ex his ſemidiameter æquatoris e b. aſſumet 90. Poſitoq; ſpacio b f. graduum 23 $\frac{1}{2}$. Solaris maximè declinationis. per punctum f. ſuper centro e. deſcribetur periferia Tropici Capricorni. Ponatur & totidem graduum linea b o. & per

punctum

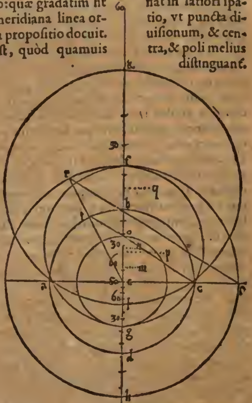
punctum o. ibit Tropicus Cancri. Vnde periferia zodiaci deducetur per puncta fg. quæ puncta includunt gradus 180. Sumatur ſub polo e. ſpacium l c. graduum 40. vt tanta ſit, exempli cauſa, latitudo propoſitæ regionis. & ſupra æquatorem linea b k. graduum 50. Sic per puncta k l. ducetur periferia talis horizontis. Et quoniam fg. diameter eclypticæ comprehendit gradus 180. ſit punctum medium m. relinquens vtrinque gradus 90. eritq; per ſeptimam m. punctum polus zodiaci. Similiter, quoniam k l. diameter horizontis, continet gradus 180. ideò punctum medium n. relinquens nonagenos vtrinque gradus, erit per ſeptimam polus horizontis. Deinde quoniam e m. ſpacium inter polos æquatoris & zodiaci, habet gradus 23 ½. ponatur huius duplum ſpacium e p. ſcilicet gradus 47. eritque per ſextam p centrum, ſuper quo deſcribetur zodiacus. Similiter, quoniam ſpacium e n. inter polos æquatoris & horizontis habet gradus 50 ponatur ſpacium e q. duplum ſcilicet gradus 100. eritque per ſextam q. centrum, ſuper quo lineandus eſt horizon. Quæ duplatio ideò fit: quoniam in deſcriptione ſeptimæ angulus h a c. duplus erat ad angulum c a m. vbi punctum c. repræſentat centrum inſtrumenti, punctum m. polum. & punctum h. centrum circuli habentis in plano iſto caſtrolabi diametrum fg. pro zodiaco, k l. autem pro horizonte. Sic ergo linea meridiana ordinatè diuiſa per octauam, iam per regulas in ſexta & in ſeptima traditas ſuſcipit in punctis diuiſionum periferias, polos & centra circulorum Æquatoris, Zodiaci, & Horizōtis, & circulorum per horum polos incedentium: quorum periferiæ ſe inuicem ſecant in punctis a c. æquinoctialibus. Itaque pro diuiſione zodiaci deſcribendus erit circulus ductus per m. polum zodiaci, & per puncta a c. & per alium polum, cuius diameter orthogonaliter ſecans lineam meridianam h k. ſuſcipiet periferias, polos, & centra reliquorum circulorum diuidentium zodiacum, & per eius polos ductorum. Similiter, pro diuiſione horizontis, delineabitur circulus per n. polum horizōtis, & per ipſa a c. puncta, & per alium polum, cuius diameter ad rectos item ſecans ipſam meridianam h k. & ordinate diuiſa ſuſcipiet in punctis diuiſionum periferias, polos, & centra reliquorum circulorum diuidentium horizontem, & per ipſius polos euntium, ſicut duodecima ratiocinatur. Item, ſi de Tropico Capricorni f h. ſumatur arcus f r. graduum 23 ½. Tunc recta r ſ. ibit per punctum b. Eſt autem ſ. punctum, in quo a e c. diameter occurrit Tropico. Item recta r e. ſecet æquatorem in puncto t. Nam tunc recta t e. tranſiet per punctum o. Atq, ita deſcripto primum Tropico Capricorni, habebis punctū b. p quod circinabitur æquator, & punctum o. per quod circinatur Tropicus Cācri: ſuper e. centrū. Sicut in q. factū eſt.

SVPEREST

SVPEREST parallelorum tam zodiaci, quam horizontis delineatio: quæ gradatim fit per puncta diuiſionum in meridiana linea ordinatarũ: ſicut decimatertia propoſitio docuit.

Hæc deſcriptio fiat in latiori ſpatio, vt puncta diuiſionum, & centra, & poli melius diſtinguant.

ADHVC notandum eſt, quòd quamuis inſtrumenti deſcriptio non egrediatur (vt diximus) Capricorni Tropicum: tamen nõ ideo Aſtrolabũ imperfectionis argui poteſt, vel debet. Nam Sphæræ portionem à dicto Tropico abſciſſam ad polum auſtralem, quę in inſtrumento nõ apparet: ſupplere poteſt portio, quę à Cancri Tropico ad reliquum polum, quod inſtrumenti centrũ eſt, ſumitur: vt ſcilicet hæc illius vice fungatur, mutatis tantùm ſignorum nominibus & latitudinum partibus. videlicet, vt Cãcer Capricorni, & cætera cæterorũ, ſingula ſingulorum oppoſitorum ſigna nomen induant & officiũ. & vt latitudo ſeptentrionalis appelletur auſtralis; & econtrario. Nam, ſi cum iſto noſtro Aſtrolabio ad antœcos noſtros migraremus: hanc permutationẽ per totum inſtrumentum facere cogeremur. Nec magnus labor, ſi cæteris intactis, oppoſita quæq; bina ſigna commutent inuicem nomina: vtq; polus tangens planum Aſtrolabi ſit auſtralis; & ſuperſtans, vnde radij ad planum fluunt, ſeptentrionalis. Huc accedit, quòd ſi portio illa relicta deſcriberetur in planum, poſtularet immenſum ſpacium.



a b c d. Aequator: centrum, & polus e.
f a g c. zodiacus, polus m. centrum p.
f h. Tropicus Capricorni, o g. Tropicus Cancri.
k a l c. horizon r s. Polus q. Centrum f r. arcus g r. 23. ½. r b. totidem b d. diam. æquatoris gr. 180. f g. diam. zodiaci gr. 180. K l. diam. horizõtis gradus 180. ſpacia f b. b o. g d. d h. ſingula gradus 23. ½. m e. gradus 23. ½.
b n. ſpacium vel e l. gradus 40. altitudo poli in dicto horizonte.
e p. gradus 47. p n. grad' 3. e n. gradus 50. n q. gra. 50.

De quadrato, quod in dorſo Aſtrolabi deſcribitur, ad captandas vmbras rectas ſeu verſas, & ad obſeruãdas turrium celſitudines, vel planetarum longitudines, ſiue puteorũ profunditates, nihil hic dicam. Nam de hoc in □to inſtrumento geometrico ſatis actum eſt.

Item de lineis horarum inæqualium ſatius tacere duxi: quoniam neque periferiæ, quoniam neq; periferiæ, quæ in dorſo, neque illę quæ in fanè Aſtrolabi delineari ſolent, certis innituntur geometricę fundamentis. Vnde melius exiſtimo, eas ex ſupputatione horarum æquinoctialiũ elicere. Adde, quòd horæ, in quibus diſtinguitur ſucceſſiuum dominiũ planetarum, nõ ſunt 12æ partes arcuum diurnorum ac nocturnorum, ut communiter aſtronomi opinatur; ſed debent eſſe ſpacia temporum, in quibus quindeni gradus de zodiaco peroriũtur. Vt ſicut horę ęquales ſequuntur Aequinoctialis eodem ſemper tenore procedentis diſtinctionem; ita horę inęquales, ſiue temporales cum arcubus zodiaci ſucceſſiue orientibus computentur. Quo fit vt horę temporales vnius diei, uel noctis non ſint 12æ partes diei uel noctis: ſed inter ſe inæquales: quantas poſtulat ſingulorum arcuum zodiaci æqualium mora ad exoriendum. Quòd & ſi ratio uideatur poſtulare, nihil tamen decerno: eſſet enim res longiori tractatu diſcutienda. Quem ad modum in ipſa domiciliorum 12. diuiſione non parua inter Aſtronomos controuerſia uerſatur. Et adhuc ſub iudice lis eſt. Sed de his alibi.

Regula uolubilis in dorſo circa clauum centralem inſtrumenti Arabicè uocatur Allidada. In qua linea recta per centrum ducta dici ſolet linea fiduciæ, ſuper quam directe locari debent foramina tabellarum, ipſi regulę in cultrum inhærentium. Quę tranſitum ſolaris, lunarisúe radij, uel ſtellę uiſionem tranſmittant ad obſeruandam altitudinem.

Almuri autẽ uocatur index in Aranea principio Capricorni in limbo adhęrens, ad iudicandos, ſupputandosq́ue gradus exterioris limbi, per quos Aranea tota circum cẽtralem clauum uerſata circumducitur.

Hæc de Theoria, ſtructuraq; Aſtrolabi pro modulo compendij ſatis eſſe duxi: arbitratus prolixitatem ſicut non prodeſſe craſsis, ita obeſſe acutis ingenijs. Nunc ad uſum paucis explicandum ueniemus.

Vſus Aſtrolabi.

SVSPENSO igitur ex armilla inſtrumento, ut libere, atque ad perpendiculum pendeat; vertatur ſic pendens, in cultrum verſus aſtrum, quod obſeruaſ. Et eleuata aut depreſſa Regula, ita ut Solis, Lunęúe, aut aſtri radius per foramina tabellarum tranſmittatur: capiatur in limbo graduum numerus inter regulam & diametrum dorſi tranſuerſam cõprehenſus: tanta enim erit Solis, lunæúe, aut ſtellæ altitudo. Mox in faciẽ Aſtrolabi uoluatur ſuper clauum ſuum centralem Aranea, donec

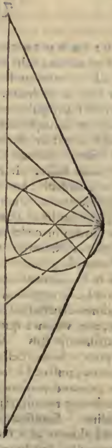
locus

locus Solis vel aſtri cadat ſuper parallelum ſiue Almucātarāt horizontis, qui determinat altitudinem in dorſo cludion acceptam, ſuper partē quidem horizontis orientalem, ſi obſeruatio fuit meridiana: aut occidentalem, ſi fuit poſt meridianam. Sic enim Aranea cum zodiaco, & locis ſtellarum in ipſo inſtrumento ſiſtetur ad ſitum cæleſtis zodiaci: & quidquid de Aranea in Aſtrolabo ſuper horizonte extat: ſic & in cælo extat. Et quidquid ibi latet ſub horizonte: latet etiam de cælo. Vnde gradus zodiaci in inſtrumento tangens periferiam orientalem horizontis (quæ ſcilicet ad leuam tibi ſtat) erit gradus aſcendens ad inſtās obſeruationis. Gradus autem oppoſitus cadens ſuper periferiam horizōtis occidentalem, erit cuſpis ſeptimæ domus. Duo autem gradus ſuper lineam meridianam cadentes, & oppoſiti erunt gradus medij cœli ſupraterraneus, & mediæ noctis; quæ ſunt cuſpides, ſiue anguli decimæ & quartæ domorum. Voluatur deinde Aranea donec locus Solis cadat ſuper horizontem occidentalem: nam periferia limbi, per quam mouetur almuri ſiue iudex, indicat tempus inter inſtans obſeruationis, & occaſum Solis elapſum vel elapſurum. Similiter habebis tempus inter inſtās dictum & ortum Solis, aut inter inſtans ipſum & meridiē, ſiue mediam noctem cadens, loco Solis illucuſq; per motum Araneæ deducto: & arcum limbi, per quem mouetur almuri capiendo: ſi pro quindenis gradibus horas ſingulas, & pro ſingulis gradibus quaternas horę minutias accepetis. vnde & arcus diurni, ac nocturni Solis & aſtrorum in horizonte tuo noteſcent. Item aſcenſiones ac deſcenſiones Solis, ac ſtellarum tam rectæ, quàm obliquæ: & differentiæ ipſarū aſcenſionum: Nec non declinationes in ipſa linea meridiana, vtrinque ab æquatore computandæ.

Accepta denique hora, potes præciſius, ſi lubet, ad ea loca planetarum cum aſcendente, cęteriſq; domibus per Diarium, ſiue per quaſuis tabulas ſupputare. Sed ex aſcendente noteſcunt aliæ domus, ſecto in 12. arcus ęquales zodiaco. Quæ diſtinctio ab Hieronymo Cardano comperta, mox à Ioāne Schonero, à Nicolao Copernico, alijsq; commendata fuit, ac probata, & meo quidem iudicio, imò ipſa ratione dictante, hæc ſolaris orbita; per quam annuo & perpetuò motu fertur hic vnicus mundi oculus, hæc vnica & admirabilis uniuerſi lampas, hic venerabilis aſtrorum princeps, Naturæ miniſter, & temporis menſurator. Quam ſcilicet Luna & planetæ cæteri hinc inde ad eius nutum & obſeruatam regulam, obambulant: Hæc, inquam, notabilis ſemita, & arte, ac prouidentia diuina obliquatus, & ad generationes rerum adcommodatus circulus tantæ eſt excellentiæ, tantæ dignitatis, tantæ prærogatiuæ, ut non ſolùm 12. domorum diuiſio, ſed etiam aſpectuum ac radiationum dimenſio, item omnis directionum ac profe-

ctionum computatio in eius periferia & arcubus computanda & numeranda ac diſtribuenda ſit. Quamquam ſi directio conſideretur in æquatore, vt pręcipit Alberagel, parum diſcrepet à zodiaco. Abraamus & Trapezuntius omnia referunt ad zodiacum.

VNDE ſequitur, vt omnis alius calculus, ſiue ſecundùm Campanum, ſiue ſecundùm Gazulum, ſiue ſecundùm Io. Regimontium circa æquandas domos, omnisq; labor circa poſitionis circulos ad dirigendos ſignificatores, ſiue promiſſores, ſit fruſtratorius & inanis. & vt omnia ſecundùm zodiaci longitudinem ſint conſideranda. Sed hæc alibi ſunt latius diſcutienda.



DE ARMILLARIS INSTRVmenti fabrica.

DVAE Armillæ fiant, quarum vna zodiacum, altera colurum Solſtitiorum repræſentet. In polis zodiaci, qui ſcilicet in ipſo coluro iacēt, duo clauiculi interius & exterius prominentes figantur: in quibus clauis duæ armillæ, vna interior, altera exterior, ipſi zodiaco contiguæ, ſuper ipſos clauos (qui poli ſunt zodiaci) facile circunduci poſſint. Zodiacus & interior armilla diſtinguātur in gradus: & interior habeat Regulam cum pinnulis foraminatis circa centrum volubilem. Mox in polis Mundi, qui ſunt in dicto coluro, & à polis zodiaci per arcum maximæ declinationis ſolaris diſtant, duo claui figendi ſunt, axem Mūdi repræſentantes. Qui claui ſunt inſerendi in foraminibus duobus diametraliter oppoſitis in quinta armilla totum inſtrumentum complectente & meridianum repræſentante. Quæ armilla in ipſo meridiano vrbis tuæ ſiſtenda eſt, ac firmanda in baſim, ita quidem, vt poli mundi eleuati ſint ſecūdùm ſitum & latitudinem loci. vnde ſequetur, vt axis inſtrumenti æquidiſtet axi Mundi, ſuper quo fit motus diurnus Cœli. Et ipſe meridianus perpendiculariter inſtet horizontis plano.

Vſus inſtrumenti.

INSTRVMENTO ita, vt dictum eſt, collocato, ſi per locum Solis cognitum, velis locum Lunæ cognoſcere; quando ſcilicet interdiu videtur vtrunque luminare: Pone armillam exteriorem ſuper locum Solis in zodiaco: & ibi eam firma. Inde volue totum inſtrumentum ſuper polos mundi, verſus Solem, donec vtraque armilla, ſcilicet zodiacus, & dicta exterior, ſeſe obumbret. vt ſcilicet linea loci Solis iaceat in diametro communi harum duarum armillarum: quæ ſectio communis eſt zodiaci cum armilla tunc determinante longitudinem Solis. In tali enim ſitu zodiacus inſtrumenti zodiaco cœleſti respondebit: hoc eſt ſitus huius illius ſitui. Tunc itaque inſtrumento ſic fixo ac firmato, volue armillam intrinſecam cum Regula ſua, & pinnulis ad Lunam, donec per foramina, aut acies pinnularum Lunam in cœlo videas, ſiue Lunæ radius tranſmittatur per ipſa foramina. Nam tunc armilla ipſa interior in periferia zodiaci indicabit locum longitudinis Lunæ. Et eiuſdem armillæ arcus inter zodiacum & Regulam comprehenſus, erit latitudo Lunæ. Non aliter per locum Lunæ cognitum, planetarum & Stellarum loca ſingula in longitudine ac latitudine nanciſceris. Sed locum Lunæ hic intellige viſum, non verum: quorum locorum diuerſitas ſeu differentia dicitur diuerſitas aſpectus. Quod, ſi obſeruatio fiat, Luna exiſtente in medio puncto ſemicirculi zodiaci extantis: tunc diuerſitas aſpectus in longitudine, nulla eſt. Item quanto Luna fuerit vertici horizontis vicinior; tanto diuerſitas in latitudine minor erit. Tamen inſtrumentum ſemper rectificari poterit, ſecundum viſum Lunæ locum in longitudine. Similiter per locum alicuius Stellæ cognitum; poterit inueniri alterius aſtri tam in longitudine, quàm in latitudine locus. Namque in aſtris ſuperioribus, ac fixis Stellis diuerſitas aſpectus eſt inſenſibilis. Quandoquidem terra firmamenti reſpectu puncti quaſi vicem habeat, & perinde centrorum inſtrumenti & terræ diſtantia nullam ſenſibilem differentiam obſeruationibus dictarum Stellarum ingerat. Hæc de inſtrumento armillari ex quinto magnæ Ptolemaicæ conſtructionis in ſummam redacta ſint ſatis. Nam Ioannes de Monte regio in libello quodam ſuarum obſeruationum, huiuſmodi inſtrumenti, ac Torqueti, & Quadrati fabricam, vſum & deſcriptionem ſatis expoſuit. Nobis tamen, qui tam inſtrumentorum, quàm librorum penuria in hiſce regionibus & hac tempeſtate laboramus, ſatis ſuperque fuerit Quadrans: & pro miraculo Aſtrolabum vix intellectum oſtentatur, adeo terrenorum curis inuoluimur.

DE

DE SPHAERA SOLIDA.

SPHAERA conſtruatur ex metallo,aliave tenaci materia : in qua ſtatuantur duo puncta diametraliter oppoſita,qui ſint poli zodiaci.& zodiacus ſuper vnũ polorũ deſcriptus diuidatur in gradus 360.& in 12. ſigna nominibus adſcripti. Mox laminam in ſemicirculũ curuabis: qui polis zodiaci,clauis affixis,per duo foramina inſertus applicetur,ita vt ſup polos ipſos circũuolui poſſit per totũ ambitum zodiaci. Qui ſemicirculus hinc inde à periferia zodiaci,in 90. gradus diſtinguatur,ita vt poſitus ſuper longitudine aſtri,in termino latitudinis Septentrionalis, vel auſtralis indicet aſtri locum in ſuperficie Sphæræ ſignandum.Hoc modo loca ſingula ſtellarum firmamenti per obſeruationem, (vt præcedentis doctrina nos inſtruit) vel per calculum ſiue Ptolemaicum, ſiue Alfonſinum cognita,in ſuperficie Sphæræ, vt in cęlo iacent diſpoſita locabuntur.& imagines ſingularum conſtellationum graphice depingi poterunt . Mox per polos eclypticæ & puncta Solſtitialia deſcribatur circulus colurum ſolſtitialem repræſentans : & in eo duo puncta per maximã Solis declinationem à polis eclypticæ remota referant mũdi polos. In quibus duo claui figantur: ſup quibus Sphæra circunuolui poſſit inter armillã p gradus diuiſam,quæ meridiani vicẽ gerat:& in meridiani plano fixa ſtatuatur. Sed inter aliã armillã,quæ horizontis officio fungatur,in horizontis plano iacentẽ, eleuari ac deprimi poſſit cũ tota Sphæra,ſecundùm altitudinem poli cuiuslibet regionis ac loci . Deniq; opus erit quadrãte cuiuſdã quartæ armillæ, qui à vertice horizõtis (quod ſummũ in meridiano punctũ eſt) ad horizõtẽ deſcẽdẽs,inq; 90.partes diuiſus, terminet ſtellarũ altitudines ſupra horizõtẽ. Nã reuoluta Sphæra,donec ſtella (cuius nota ſit prius altitudo) ſtatuatur in pũcto ſuæ altitudinis in periferia dicti quadrantis termina to;iam tota Sphæra ſiſtetur,in eo inſtanti ad ſitũ Sphæræ cœleſtis,hoc eſt,Firmamẽti. Vnde tũc cõſtabit in inſtrumẽto,quæ ſtellæ ad talẽ horizontẽ,oriantur,quæ occidãt,quæve in meridiano cõſiſtãt. Item, quę in ppetuũ deliteſcãt,& quæ occaſum neſciãt. Et quo pacto,dũ poli mundi ſiſtuntur in horizõte(hoc eſt in Sphæra recta)vniuerſa aſtra oriãtur, & occidãt:& quo demũ pacto,dũ polus Sphæræ collocatur in vertice ſummo meridiani,dimidiũ cęli nunquã occidat, ac reliquũ dimidium (qm ibi Aequator vnitur horizõti)nũquã oriatur. Itẽ cõſtabũt ſtellarũ declinatiões, aſcẽſiones,arcus diurni ac nocturni:& reliquę reliquorũ ſituũ paſſiones,q̃ in aſtronomicis rudimẽtis exponunt. Hæc ex 8. magnæ Ptolemaicæ cõſtructionis. Hæc cõpendio noſtro ſunt ſatis . hinc enim curioſus lector poterit ſibi vnũquodvis ex dictis inſtrumẽtis fabricare.aut ſi inſtrumẽtũ paratũ habeat, hinc ſpeculationẽ ad ingenij ſui ornamentum,addiſcere,& vſum inſtrumento adcommodare.

DE

DE LINEIS HORARIIS BREVIS TRACTATVS,

D. Franc. Maurolyco Authore.

PROLOGVS.

DE Gnomonica ratione, lineiſq; horariis complures, tum antiqui, tum neoterici ſcripſere. Anaximenes Mileſius fertur primus, Lacedæmone Sciotericum horologium inueniſſe. Romæ primùm in xij. tabulis, ortus & occaſus tantùm Solis notabatur. Poſt aliquot annos, meridies per Accenſum conſularem pronunciabatur, in ſerenis tantùm diebus. Poſt primum bellum Punicum, M. Valerius Meſſala Conſul Solarium ſecundùm roſtra in columna poſuit; ut ſcribit Varro. Poſt captam Catanam hemicyclium excauatum fecit Beroſus Caldæus, Ariſtarchus Samius ſcaphã, ſiue Hemiſphærium; & Diſcum Planum; Eudoxus Araneam in Aſtrolabo, ſiue Apollonius antiquior. Scopas Syracuſius plinthium, ſiue laeunar, quod Romæ in Circo Flaminio poſitum erat. Scipio Naſicam clepſydram; anno ab urbe condita quingenteſimo nonageſimo quinto. Cteſibius Alexãdrinus horologium ex aquâ, & hydraulicas machinas. Arenariæ ampullæ ſunt multo recentiores: ſicut horologia, quorum rotæ dentatæ uerſantur ui ponderum per funes: Quæ autem ſine ponderibus, per inuolucra laminarum ex chalybe rotas per uim intrinſecam mouentium: tum & aliæ machinæ innumeræ aſtrorum motus & loca indicantes, uel imaginum inceſſum facientes ſunt recentiſſimæ: niſi quis Architæ columbam uolatilem & Archimedis Sphæram (ut Claudianus putat) uerſatilem pro ueris adducat. Sed loquamur de lineis horariis. hæc enim eſt compendij noſtri materia. De his recentiores quidam ſcripſere. Sebaſtianus quidam fabricam earum tradidit: ſed ſpeculationem neglexit. Federicus noſter Vrbinas, dum theoriam nimis affectat, obſcure locutus eſt. Sunt & alij, quâ non ſuccurrunt, huiuſmodi negocium tractantes: qui ad praxim fabricæ ac deſcriptionis uſui eſſe poſſunt. Nos autem rem ipſam tribus olim libellis complexi ſumus, fundamentum Theoriæ & praxim exponentes. Lubet hic ſummã, & quaſi hypotheſim quandam totius operis tradentes repetere: idq;, ut prolixitatem uitemus, & tam breuiori, quàm faciliori uia ſtudioſis ſatisfaciamus. Oportebit autem lectorem in hac noſtra ſpeculatione prænoſcere terminos Conicorum elementorum, & diffinitiones ac proprietates Conicarum Sectionum, circuli; Ellypſis, Paraboles, & hyperboles, atque Non tangentium.

Theoria

Theoria Solarij.

HORARII circuli, qui horas à meridie cœptas diſtinguunt, & quorum medius eſt meridianus, ſunt duodecim: qui per mundi polos incedunt: & Aequatorem in 24. arcus æquales (quæ horæ æquinoctiales dicuntur) diuidunt, in omni horizonte. Sed in recto, iidem horas ab occaſu & ortu inceptas determinant: quoniam rectus horizon eſt vnus de numero horum circulorum, quandoquidem per polos incedit.

In obliquo autem horizonte, prædicti circuli partiuntur in 24. portiones æquas duos circulos (ſicut Aequatorem eiuſq; alios parallelos) maximum, ſcilicet extantium integre, & maximum integre occultorum: quos tangit horizon in illis punctis, in quibus ſecat Meridianũ. Deinde in punctis diuiſionum ſingulis tangunt dictos duos parallelos 24. circuli magni: de quorum numero eſt ipſe horizon tangens dictos parallelos, in quibus eoſdẽ ſecat Meridianus. Hi 24. circuli diſtinguũt horas ab occaſu vel ortu exorſas. Nam, ſicut dictorum parallelorum arcus inter puncta contactuum ſunt inuicem æquales: ita arcus æquatoris & cuiuslibet eius paralleli, dictis circulis tangentibus interiecti ſunt æquales, ſcilicet quindenorum graduum (vt in ſphæricis elementis oſtenſum eſt: quæ ſunt horaria ſpacia, per motum diurnum, in quolibet parallelo computata. Itaq; circulos, qui horas à meridie ceptas diſtinguunt, appellabimus ſecantes. Eos autem qui horas ab occaſu, vel ortu exorſas determinant, vocabimus tangentes. Quod, ſi duo Coni communem verticem in centro mundi, & pro baſibus dictos parallelos (qui horizontem tangunt) ſortiri intelliguntur; iam tunc circuli ſecantes, qui ſuper axe mundi (qui & axis eſt conorum) ſe inuicem interſecant: & ipſos conos ſecabunt ſuper 24. latera ſingulos: in quibus & circuli tangentes tangunt conos. Hinc pendet tota linearum horariarum theoria. Nam quodcunq; planum horologij ſolaris ſecuerit ſiue vnum, ſiue vtrunq; conum; tunc communes ſectiones plani ſecãtis cum planis circulorum ſecantium factæ: erunt lineæ horariæ, quę horas à meridie cœptas diſtinguunt: de quarum numero eſt linea meridiana, à meridiano facta. Quæ quidem lineæ in plano horologij Aequinoctialis, horologij horizontalis, & etiam verticalis in ipſo axe ſe inuicem interſecant: ſed in horologio meridiano, & horizontis recti æquidiſtant. Communes autem ſectiones plani ſecantis cum planis circulorum tangentium, erunt lineæ horariæ: quæ horas ab occaſu, vel ortu cœptas indicãt. De quarum numero eſt linea horizõtalis, vnde ſumitur exordium. Demum communis ſectio plani ſecantis cũ vna vel vtraq; conica ſuperficie fiet curuilinea periferia, in horologio quidem

F

dem æquinoctiali circulus : in cæteris ſectio aliqua ex conicis,cuius periferia, quam lineæ à meridie horas partitę, ſecant : & in ipſis diuiſionum punctis tangunt lineæ horarum ab occaſu vel ortu ceptarum terminatrices. Nam huiuſmodi curua periferia in horologio horizontis obliqui, & in horologio verticali loci latitudinis 45. graduum eſt Parabola. In verticali autem maioris latitudinis,& in meridiano horologio,fiunt duæ periferiæ contrapoſitarum hyperbolarum. In horologio verticali minoris latitudinis eſt Ellipſis. Itaq; ſicut lineæ, quæ horas à meridie diſcernunt in obliqui horizontis horologio, in æquinoctiali & verticali ſe inuicem ſuper vnum punctum axis interſecant, & in horologio meridiano & horizontis recti æquidiſtant; ita lineæ, quæ horas ab occaſu diſtinguunt, tangunt ductas periferias: hoc eſt,in horologio æquinoctiali circulum:in horizontali omni, & in verticali 45. grad. latitudinis,Parabolam. In verticali minoris latitudinis Ellipſim. In verticali maioris latitudinis: & in omni meridiano horologio Hyperbolas contrapoſitas : tangunt, inquam, in illis punctis, in quibus eaſdem periferias ſecant lineæ horarum à meridie ceptarum terminatrices. Item illud nota dignum, & minimè omittendum, quòd in horologio meridiano, linea horæ 12. & linea horæ 24. ab occaſu vel ortù,ſunt duæ lineæ, quæ in conicis appellant Non tangentes, ſiue Non conincidentes. Quæ ſcilicet in infinitum productæ ſemper approximant, & nunquam concurrunt ipſis Hyperbolarum contrapoſitarum periferijs. Quæ Non coincidentes fiunt quandoq; in horologio verticali vltra latitudinem 45. graduum. Item in omni horologio horizontis euaneſcit linea horæ 24. Nam horizon faciens talem lineam,æquidiſtat plano horologij horizontalis. & in horologio meridiano euaneſcit linea horæ meridianæ, quam facit meridianus æquidiſtans plano horologij. & in horologio verticali latitudinis 45. graduum,euaneſcit linea horæ duodecimæ ab occaſu. Nam planum circuli horę talis ęqui diſtat ipſi horologio. Demum in horologio quocunq;,ſi quis circulus horarius æquidiſtet ipſius horologij plano, in illo linea horaria circuli talis euaneſcit. Ex prædictis pendet omnis horologij Scioterici ſpeculatio & fabrica.

De parallelis. Cap. 11.

EX præmiſſo igitur capite conſtat circulos horarios meridianos,qui per mundi polos,eſſe 12. Qui ſecantes vocantur. Circulos autem horarios occaſuales tangentes eſſe 24. Qui cum Aequatore ſimul ſunt 37. Conos autem duos, quorum baſes ſunt duo Aequatoris paralleli, horizontem tangentes. & quemadmodum planum horologij, dum ſecat ipſos circulos,facit lineas horarias eiuſdem nominis : dum autem

ſecat

ſecat conicas ſuperficies, facit curuas periferias, quas lineæ horariæ meridianæ, per vnum axis punctum ductæ ſecant, & in 24. ſectionum pūctis tangunt lineæ horariæ occaſuales. & quoniam 24. circuli tangentes ſecant in 24. punctis æquatorē, in quibus eum ſecant duodecim circuli ſecantes, & tangunt dictos duos æquatoris parallelos in 24. pūctis, in quibus eoſdem ſecant circuli ſecantes; Idcircò, (ſicut eorum ſitus poſcit) ipſi 24. circuli ſeſe inuicem cancellatim vtrinq; ab Aequatore interſecant. Intelliges ergo 22. ęquatoris parallelos, vndecim, ſcilicet ſeptentrionales, & totidem auſtrales: qui cum duobus extremis horizontem tangentibus & cum ipſo æquatore ſunt. 25. ex quibus ipſi minores 24. iuncti cum 37. maioribus faciunt 61. Qui paralleli dum deducuntur per puncta ſectionum, in quibus circuli tangentes ſeſe cancellatim interſecant, hunc ſeruant ordinem: vt Aequator, qui medius eſt, habeat ſemicirculū ſuper horizontem, & ſemicirculum ſub eo: hoc eſt duodecim arcus horarios ſupra, & totidem ſubter horizontem. Deinde ſequentes duo correlatiui hinc & inde paralleli, & deinde duo ſequentes ſucceſſiuè, vſq; ad extremos minimos, qui tangunt horizontem: & qui parallelorum integre apparētium ſunt maximi (quæ ſunt 12. paria) vt coalternos arcus habeant æquales: hoc eſt, vt quot horas parallelus borealis habet ſuper horizontem, totidem auſtralis habeat ſub horizonte: & econtrario: quot hic ſuper, totidem ille ſubter. Igitur primi paris parallelorum hinc & inde poſt Aequatorem ſumptorū coalternos arcus intelliges habere horas 13. & 11. Secundi autem paris, horas 14. & 10. Tertij paris horas 15. & 9. Quarti paris, horas 16. & 8. Quīti paris, horas 17. & 7. Sexti paris, horas 18. & 6. Septimi paris, horas 19. & 5. Octaui paris, horas 20. & 4. Noni paris, horas 21. & 3. Decimi paris, horas 22. & 2. Vndecimi paris horas 23. & 1. Duodecimi paris (qui ſcilicet hinc & inde tangunt horizontem) horas 24. & 0. Nam ex his duobus borealis totus extat, auſtralis totus deliteſcit, in puncto tangentes. Quæ omnia paruo negocio, ex æqualitate ſphæralium triangulorum demonſtrantur. Quod, ſi ſicut in præcedenti capite imaginati ſumus duos conos, quorum baſes ſunt circuli paralleli tangentes horizontem, vertex verò communis centrum mundi; ita nunc & in vnoquoq; pari dictorum parallelorum faciamus; iam adipiſcemur vndecim alia paria conorum ſingula pro baſibus correlatiuos parallelos, & pro vertice communi vniuerſale centrum habētia, relinquētia in medio æquatorem: cuius ſuperficies plana per dictū centrum ſibi commune incedit. Quibus ita intellectis, ſequitur, vt ſicut in capite præmiſſo, planum horologij ſecās circulos horarios, hoc eſt ſuperficies eorum planas, faciebat lineas horarias eiuſdem nominis: & ſecans conicas ſuperficies parallelorum tangentium horizontem,

faciebat curuas periferias, quas lineæ horarum meridianarum ſecant, & in ſectionum punctis tangunt lineę occaſuales; Ita nunc ipſum horologij planum ſecans Aequatorem faciat lineam rectam æquinoctialem: in quam deſinunt vmbræ per totum diem æquinoctij. & ſecans vtrinq; ab ęquatore conicas ſuperficies dictorum conorum, faciat hinc & inde curuas periferias hyperbolarum, in quas deſinunt vmbræ hinc æſtiuæ, inde hyemales: ita vt Sol in oppoſiti, hoc eſt, correlatiui paralleli periferiam iaculetur vmbram. Et notandum quòd hæ ſunt periferiæ, & curuæ lineæ in horologiorum planis notandæ: quia fiunt à parallelorum conicis ſuperficiebus ordinatorum ſecundùm crementa horarum. Sed infra in quinto & ſexto capite dabitur modus deſcribendi Aequatorem & lineas huiuſmodi curuas hyperbolicas vtrinq; ab Aequatore, quæ pertinent ad parallelos tropicos, & per initia duorum mediorum ſignorum productos hinc & inde. Quo videlicet vmbra deſinens in lineam rectam æquinoctialem indicet Solem eſſe in principio Arietis, aut Libræ: deſinens autem in hyperbolem Tropici æſtiui, oſtendat Solem eſſe in principio Cancri, deſinens in contrapoſitam, in principio Capricorni. Deſinens in contrapoſitam iuxta æquatorem, hinc in principio Tauri, aut Virginis: inde in principio Piſcium, aut Scorpij. In contrapoſitas ſequentes, hinc in principio Geminorum, aut Leonis: inde in principio Aquarij, aut Sagittarij. & ſic diſtinguitur zodiacus in plano horologij: ſicut in duobus dudum memoratis capitibus inferius docebimus. Sed diſtinctio ſuperior parallelorum vſq; ab tangentes horizontem facta pertinet ad totam arcuum diurnorum diuiſionem, etiam ſi Sol, aut aſtrum quodlibet inde radiaret, vmbramq; proijceret. Quamquam habentibus zenit in Arctico, vel Antarctico tangentes horizontem ſunt ipſi Tropici: qui tangunt zodiacum. qui ibi quotidie vnitur horizonti. Qui verò habent zenit inter arcticum, & polum, ſortiuntur circulos tangentes horizontem maiores Tropicis. & extra tangentes habent parallelos aliquot Solis, aut integros ſuper horizontem, aut integros ſubter eum, vt nox, vel lux continua complectatur plures dies. Vnde tunc vſu veniunt illis lineæ horariæ ſe inuicem in axe ſecantes, quamdiu Sol non occidit.

Vlterius notatu dignum eſt, quòd ſi duo circuli per polos, quaſi coluri, qui ſunt de numero horariorum ſecantium, cũ Aequatore faciant in ſphærica ſuperficie, octo triangula ex quadrantibus circulorum compoſita: hæc erit prima diuiſio, in qua conſiderantur 7. puncta, ſcilicet centrum mundi & ſex puncta, in quibus periferiæ dictorum trium circulorum ſe interſecant: & qui ſunt ſex poli eorum. His tribus adde quatuor alios per mundi polos, qui cum coluris æquatorem in 12. arcus diuidunt: qui ſinguli comprehendunt duas horas. Adde ſex pa-

rallelos hinc & inde totidem ab Aequatore, per crementa binarum horarum diſpoſitos: & eſt ſecunda diuiſio, quæ habet 19. circulos. Adhuc, ſi per polos ducantur 12. circuli ſecantes, per ſingularum horarum ſpacia; & per puncta diuiſionum 24. tangentes (vt dictum eſt) cũ Aequatore facient 37. circulos magnos. Demum accumula ſup hos etiam numerum parallelorum 24. per ſingularum horarum crementa (vt diximus) diſtributorum, in quorum medio Aequator maximus incedit. & conflabis 61. Quod mirabile mihi videtur: quoniam hi numeri 7. 19. 37. 61. ſunt numeri hexagoni æquianguli, dignitatis eximiæ: quoniã ſuper vnitatem ſucceſſiue aggregati, cõſtruunt cubos p ordinẽ. Denique Regula hæc obſeruanda: quòd vbicunq; ſe inuicem ſecant duo circuli horarij in ſphæra, communis eorum ſectio eſt diameter vtriuſq; ac mundi. & tunc, ſi planum horologij ſecet talem diametrum, in eodem puncto ſecant ſe inuicem lineæ horariæ talium circulorum in ipſo plano. Si autem planum æquidiſtet diametro, ſecans tamen planities circulorum: tunc lineæ horariæ ſunt æquidiſtantes in plano horologij. Si verò planum æquidiſtet vni ex circulis horarijs: tunc eius linea horaria euaneſcit, apparente reliqua.

Super linearum ſectione, & Aequidiſtantia Regula. Cap. III.

HIs prælibatis, ſequuntur regulæ. Prima. Omnes lineæ, quæ horas à meridie ceptas diſtinguũt, in horologio horizontis obliqui, & verticali & Aequinoctiali, ſe inuicem ſuper axe interſecant. Sed in horologio meridiano & horizontis recti ſunt æquidiſtantes. Secunda Regula: duæ lineæ ex his, quæ horas ab occaſu diſtinguunt per quadrãtem remotæ à linea ex his, quæ horas à meridie terminant, in omni horologio, in vno ſe inuicem puncto, cum tali linea ſuper lineam æquinoctialem interſecant: ſed in horologio æquinoctiali æquidiſtant. Tertia Regula: duæ lineæ horariæ tangentes vtrinq; æqualiter remotæ à linea horaria ſecante cum ipſa in vno ſe inuicem puncto ſecant. Quarta Regula: ſequitur ex ſecunda lineæ horariæ ab occaſu ſecant lineam æquinoctialem in ijs punctis, in quibus eandem ſecant lineæ horarum à meridie ceptarum. Quinta Regula ſequitur ex tertia. Nam quando tres circuli, duo tangentes à medio ſecante æqualiter remoti habent communem lineam pro ſectione; tunc duæ lineæ horariæ, (quas faciunt duo circuli ex illis) in plano horologij æquidiſtantis reliquo circulo, ſunt æquidiſtantes. & huius circuli linea euaneſcit in dicto plano: quia non ſecat ipſum. Sexta Regula eſt, quòd diſtantiæ linearũ tangentium à linea ſecante, conſiderantur in punctis contactuum periferiæ, & in puncto ſectionis. Septima Regula: Planum horologij ſiſtẽ-

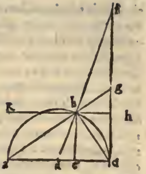
dum eſt ad æquidiſtantiam alicuius notabilis circuli: cuius ſitus eſt facilis cognitu. vt pote planum horologij æquinoctialis ſiſtetur ad æquidiſtantiam æquatoris. Planum horologij horizontalis ad æquidiſtantiam horizontis. Planum horologij verticalis ad ęquidiſtantiam circuli verticalis. Planum horologij meridiani ad æquidiſtantiam meridiani. Octaua Regula: linea horæ vigeſimęquartæ & horæ duodecimę ab occaſu: & linea horæ ſextę à meridie in horologio verticali ſunt æquidiſtantes, ſicut in horologio æquinoctiali. & tamen in plano circuli verticales & in plano horologij meridiani concurrunt. & eſt exceptio ſecundę regulę. Nona Regula. Omnes duę lineę horarię in plano cuiuslibet horologij ęquidiſtantes, in plano tamen circuli, cui horologium ęquidiſtat, concurrunt. Decima Regula: vertex ſtyli ſeu gnomonis proijcientis vmbram, ſtatuendus eſt in centro mundi, in quo cõcurrunt duo coni, de quibus in pręcedenti. Atq; ita vertex ſtyli horarum indicis ſtatutus in centro communi omnium circulorum horariorum, ſemper proiicit vmbram in planum circuli horarij à Sole poſſeſſi: & perinde in lineam horariam, quam facit planum talis circuli ſecans planitiem horologij cuiuslibet. Quę omnia ideo adducta ſunt, vt ſpeculatio melius intelligatur, & ſitus linearum intellectus ad fabricam vſu ueniat. Nunc his iam regulis pręſcriptis, & iactis fundamentis, veniemus ad modum deſcriptionis ipſarum linearum. & vt à faciloribus exordium capiamus, eas, quę horas à meridie diſcernunt, primò tractabimus.

De lineis horariis à meridie incipientibus. Cap. IIII.

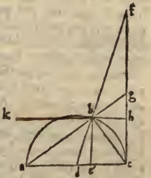
CIRCVLI horarij meridianarum horarum terminatores (vt dictum eſt) incedunt per polos mundi, & ſecantes Aequatorem, faciunt in eius plano 12. diametros: quę productę in communem ſectionem Aequatoris & horologij meridiani cadentes terminant puncta, per quę ducendę ſunt lineę horariæ æquidiſtantes quòd, (quoniam dictum horologium plano meridiani æquidiſtat) quæ horas à meridie diſtinguunt in dicto horologio, & in horologio recti horizontis. Quarum linearum media in illo, eſt linea horæ ſextæ vel decimæoctauæ: in hoc autem ipſa linea meridiana, hoc eſt, communis ſectio meridiani cũ horologij plano. Ex qua conſideratione facillimè ſequitur modus huiuſmodi lineas deſcribendi, ſicut poſtea docebimus. Nam prius horologium horizontis, dein verticale tractandum eſt. Hæc enim ſunt magis neceſſaria, & vſui frequentiora.

Et in primis intelligatur ſemicirculus meridiani a b c. ſuper diametro a c. centroq; d. Ponaturq; angulus b a c. latitudo loci, vt puta. graduum

duum 38. quanta eſt latitudo Meſſanæ hic in freto Siculo. At b e. perpendicularis ad diametrum a c. ad quam & perpendicularis ſit c f. cui ad punctum f. cōcurrat linea d b. & a b. producta ad punctum g. Demũ b h. perpendicularis ad ipſam c f. & connectatur b c. Ex hac enim deſcriptione pendet ſpeculatio & fabrica horologij tam horizōtalis, quàm verticalis. Nam recta a b g. eſt axis mundi, a c. linea meridiana in horologio horizontali c f. linea meridiana in verticali plano horologij b c. communis ſectio



meridiani & æquatoris b e. ſtylus perpendicularis ad planum horologij horizontalis b h. ſtylus perpendicularis ad horologium verticale. a. quoq; punctum, in quo lineæ horarum à meridie in horologio horizontali ſe interſecant. g. autem punctum, vbi lineæ prædictæ ſeſe in plano horologij verticalis inuicem diſpeſcunt. De quarum linearum numero eſt ipſa meridiana linea a c. in plano horizontalis. & ipſa c f. in plano verticalis horologij. Ipſum autem c. punctum, in quod cadit vmbra meridiana æquinoctialis, in confinium vtriuſq; horologij. Hic notandum, quòd ſi a g. axis ſit funis intentus; iam eius vmbra iudicabit horam à meridie. Nã ad inſtans meridiei cadet ſuper ipſam a c. meridianam, & ſucceſſiue ſuper reliquas lineas antemeridianas & poſtmeridianas, vel in earum interſtitijs. & ſimiliter in horologio verticali, in meridie cadet ſuper c f. meridianam, & ſuper alias eiuſdem plani verticalis, vel in earum interſtitijs. Vnde vmbra talis funis erit communis iudex in vtroq; horologio, horizontali, ſcilicet & meridiano. (quod & fieri poterit pro horologio meridiano, in quo lineæ horariæ prædictæ ſunt æquidiſtantes.) Igitur & punctũ b. quod eſt vertex tam ſtyli b e. quàm ſtyli b h. iacens in ipſo axe a g. proiiciet extremitatem vmbræ ipſius ſtyli in lineam horariam horæ inſtantis, vel in earum interſtitium: & iudicis officio fungetur pro vtroq; horologio. Quo ſi conos in primo capite memoratos recolis, intelliges rectam h b k. iacere in lateribus conorum continuatis: & eſſe tactum communem horizontis & conorum. Item intelliges lineam d b f. continuare latera oppoſita eorundem conorum: quibus planum circuli horæ duodecimæ



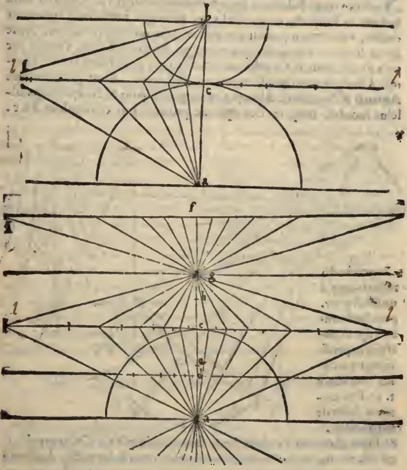
ab occaſu tangit eoſdem conos. Quæ d b f. iacet in plano meridiani a b c. ſecante conos prædictos per axem a b g. Item aduertendum, quòd in plano horizontalis horologij, per punctum a. incedit linea horæ ſextæ à meridie. & per punctum g. in horologio verticali tranſit linea eiuſdem horæ: quæ ſingulæ ſecant meridianas a c. c f. orthogonaliter. Per puncta quoque d f. in ijſdem horologijs tranſeunt lineæ ſignificantes horam duodecimam ab occaſu, vel ortu: & dictas meridianas in rectum ſecantes. Adhuc per punctum c. incedit linea æquinoctialis, communis ſectio dictorum horologiorum, & perpendicularis ad meridianas. Sunt autem hæ quinque lineæ per totidem puncta à d c g f. incedentes ad deſcribendũ faciles: quoniam, ſcilicet perpendiculares ad meridianam. & vſu venient ad lineas horarum ab occaſu vel ortu ceptarum deſcribendas. Sicut poſt meridianarum deſcriptionem pedetentim docebimus.

Sumo in præhabita deſcriptione lineam b c. pro ſemidiametro paralleli integre apparentium maximi. & lineam a c. pro ſemidiametro horizontis. quas in vnam rectam b c a. coniungo. Deinde ſuper centris a b. deſcribo ſemicirculos ſe inuicem in puncto c. tangentes, Sectaq; periferia ſemicirculi b c. in 12. arcus æquales, duco per centrum b. & per puncta ſectionum lineas, donec occurrant lineæ l c. tangenti vtrunq; ſemicirculum. Dein puncta occurſuum iungo cum centro reliqui ſemicirculi a. ductis totidem lineis. Nam ipſæ ſecabunt periferiam ſemicirculi a c. quæ eſt periferia horizontis. ſicut eam ſecant linea meridiana a c. & cæteræ horariæ ſequentes. & anguſtiora ſpacia erunt propinquiora meridiano. Quo peracto, coniungo ſemidiametros a c. horizontis, & c g. circuli verticalis in vnam rectam: linea l c. vtriuſq; periferiam tangente. & vt docuimus, diuiſa, & puncta diuiſionum coniungo cum puncto g. productis vtrinq; rectis quinq;. Produco & a m. g n. ad rectos ipſi a c g. Sic enim in horologio horizontali duodecim lineę per punctum a. & in verticali totidem per punctum g. ſe inuicem ſecantes. (de quorum numero eſt a c. c g. meridiana) diſtinguent per ambitum tam horizontalis, quàm verticalis horologij vigintiquatuor horarum ſpacia, circulis horarijs interiecta.

Signabo etiam ad menſuram primæ figurationis, in linea meridiana punctum d. per quod deſcribetur in horologio horizontali linea horæ duodecimæ ab occaſu. & in linea meridiana verticalis punctum f. per quod lineabitur in verticali linea eiuſdem duodecimæ ſuſcipientes illa in plano horizontis, & hæc in plano verticalis horologij ſpacia diuiſionum inter lineas horarias. Partior quoq; periferias horarias circuli b c. ſingulas per æqualia: & ſimiliter per lineas actas per puncta diuiſionum, partior horizontale, & verticale horologium: ſicut in

integris

integris horis feceram. Sic enim tam in horizontali, quàm in verticali horologio, linea horæ duodecimæ per punctum ibi. d. hìc per punctum f. deducta ſuſcipiet dimidiatas horarum in lineis diuiſiones.

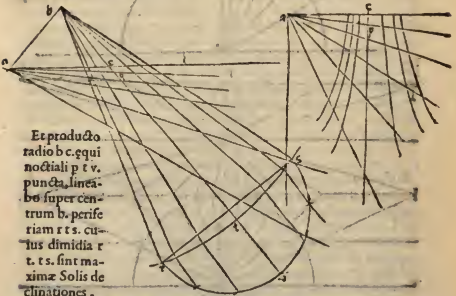


Demum ſignabo in linea meridiana hìc & ibi puncta e h. in quibus ſtyli ſinguli ad plana ſua perpendiculares erigendi ſunt, ſcilicet e b. h.b. ex primo lineamento. cuius vmbræ extremitas hìc & ibi erit horarum index.

De

De parallelorum per initia ſignorum deſcriptione. Cap. V.

SOLE exiſtente in æquatore, vmbra iudicis per totum diem deſinit in vtroq; Solario in lineam æquinoctialem l c. Quando autẽ Sol erit in Tropicis, ac parallelis per principia mediorum ſignorum ductis, vmbra terminabitur in periferijs curuis hyperbolarum. Sicut igitur linea l c. æquinoctij, per principia Arietis, & Libræ, Tropici per principia Cancri, & Capricorni. Ita alius per principia Tauri & Virginis. Alius per principia Geminorum & Leonis. Alius per principia Aquarij & Sagittarij. Alius per principia Piſcium & Scorpionis parallelus incedet. Itaq; ex deſcriptione prima ſumo triangulum a b c.



Et producto radio b c. æquinoctiali p t v. puncta, lineabo ſuper centrum b. periferiam r t s. cuius dimidia r t. t s. ſint maximæ Solis declinationes.

& ſuper chordam r s. deſcribam ſemicirculum r v s. Cuius quadrantes r v. v s. ſinguli ſecentur in tres æquos arcus. & à punctis diuiſionũ cadant perpẽdiculares ad chordam r s. occurrentes ad periferiam r t s. & puncta occurſuum copulẽtur cum centro b. per 7. lineas rectas. quarum vna eſt b c t. radius Solis æquinoctialis. Extremę autem b r. b s. radij Solis in Tropicis. Binæ verò, & binæ mediæ, radijs Solis in principijs mediorum ſignorum conſtituti. Qui radij in arcu r t s. determinant Solis declinationes in eiſdem locis. Hunc circuli ſectorem cũ ſuis radijs ad Solis parallelos per principia ſignorum ductos terminatis,

tis, voco Zodiacum horologij. Quem intelligo circunduci circũ axem mundi a b g. ita vt radius æquinoctij b t. ſemper inſtet perpendicularis ad axem a b g. Nam per talem motum, radius vt qui ſemper fertur in plano Aequatoris, deſcribet in plano horizontalis horologij rectam, quæ dicitur æquinoctialis linea. Radij autem b r. b s. Cum reliquis medijs deſcribẽt ſinguli in dicto plano curuas lineas, ſeu periferias hyperbolarum vtrinq; ab æquinoctiali linea. In rectam æquinoctialem deſinet vmbra ſtyli per totum æquinoctij diem. in cæteras curuas vtrinq; ſingulas deſinent vmbræ, dũ Sol exiſtet in Tropicis, & in principijs mediorum ſignorum à quatuor parallelis radij deſcendunt. Ecce habes hic Theoriam. Et quoniã ſuper lineam meridianam a c. deſcribitur linea æquinoctialis c p. cum ipſa a p. & cæteris lineis horarijs à meridie continuatis: faciam ipſi a p. lineæ in zodiaco, lineã æqualem a q. in alia figuratione. Nam a q. producta ſecabit radios zodiaci, ĩnde ſumam portionibus lineæ a q. inter radios cadentibus æquas portiones in linea a p. vtrinq, ab æquinoctiali linea. & ſimiliter faciam in cæteris lineis horarijs, in dicto horologij plano ſub ipſa a p. deſcriptis. Nam per puncta tales portiones diuidentia delineabuntur dictæ curuæ periferiæ, in quas vmbræ ad ſignorum initia pertinentes deſinent vltra citraq, lineã c p. æquinoctialẽ: tã infra, quàm ſupra a c. meridianam.

Similiter operabor pro parallelis in plano verticalis horologij delineandis ſupra & infra lineam æquinoctialem, & vtrinq; à meridiana. Sed tunc pro linea meridiana a c. ducam lineam meridianam g c. in tali plano, quantumcunq; opus fuerit. & lineis horarijs in puncto g. ſe inuicem ſecantibus productis vnà cum linea cũ linea æquinoctiali p pũctum c. orthogonaliter meridianam ſecante, eadem omnia faciam. Quorum demonſtratio haudquaquam obſcura eſt.

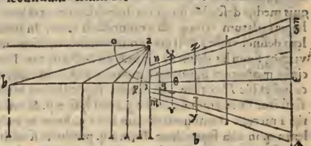
De Solario recti horizontis. & meridiani. Cap. VI.

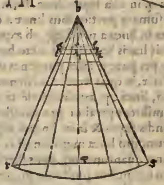
NVNC pro horologio horizontali Sphæræ rectæ intelligo in ipſa horologij planitie lineam æquinoctialem l c. ſtylus autem horologio perpendicularis ſit a c. ſuper quo ſemidiameter, atque ſuper centro a. deſcribam circuli quadrantem c p o. Cuius periferiam partior in ſex æquos arcus. & per puncta diuiſionum centrũq; a. duco rectas a l. a p. & reliquas cadentes in ipſam l c. æquinoctialem Spacijs autem l c. lineæ ponatur ex alia parte vltra punctum c. totidem ſpacia ſingula ſingulis æqualia. & per puncta diuiſionum ducam lineas in rectum angulum ipſi l c. hoc per punctum c. lineam m c n. meridianam per puncta q 3. ſequentium ſpaciorum rectas v q x. y 3 z. & per ſequentia pun-

cta

cta cæteras vtrinq; à meridiana m n. ad rectos ipſi l c. ipſę nanq; erunt lineæ horariæ horizontis recti.

Et hæc eadem deſcriptio eſt cuiuslibet horologij meridiani. Sed tunc ipſa linea æquinoctialis l c. debet ſiſti in ipſo plano meridiani horologij ſecundùm ſitum latitudinis loci, vbi conſtituitur horologium.





Atque linea m c n. ibi eleuabitur ſecũdùm altitudinẽ poli (quoniam æquidiſtat axi mundi) igitur in ipſo æquinoctij die vmbra ſtyli ſuper planum erecti in puncto c. & æqualis ipſi a c. ſemper deſinet in lineam æquinoctialem l c. & ad inſtans meridiei apud horizontem rectum non proiiciet vmbram, ſicut in quocunq; meridiano horologio ad horam ſextam tam ante, quàm poſt meridiem.

Pro deſcribendis autem curuis lineis, in quas deſinunt vmbræ Solis tropicæ, & quatuor mediorũ vtrinq; parallelorum; repeto zodiacum dudum compactum, in quo ex radio æquinoctiali b t. ſumo ipſi a c. æqualem lineam l d. & per pũctum d. duco e d f. ad rectos ipſi radio, cui facio æqualem m c n. in horologio. Item ipſi a p. ſiue a q. facio æqualem b g. & ducta ſimiliter h g k. pono ipſi æqualem v q x. Adhuc ipſi a θ. facio æqualem b i. & ſimiliter pono ipſi æ i œ. æqualem γ θ z. & ſic deinceps, donec ipſi a ł. fiat æqualis b ⅃. ductęq; ſimiliter r ⅃ s. ponatur æqualis in horologio φ ω ξ. Nam per puncta m v γ φ. & per puncta n x z ξ. ibunt curuæ periferiæ, in quas deſinunt vmbræ tropicæ. & per alia puncta media, in quibus ſumuntur ſpacia de zodiaci figuratione vtrinq; à radio æquinoctiali b t. ad laterales radios, ibunt curuæ periferiæ, in quas terminabuntur vmbræ reliquorum parallelorum per principia mediorum ſignorum. Nam dum totus ſector b r s. circunducitur ſuper axem mundi per motum primum: ipſe b t. radius æquinoctialis fertur ſemper in ipſa linea l c ω. æquinoctiali. & radij tropici b r. b s. feruntur per curuas

uas periferias m y φ. & n z ξ. & radij mediorum parallelorum per principia mediorũ ſignorũ, ibunt ſimul p medias periferias, ſinguli ſcilicet radij ſingulas, ſicut æquinoctialis æquinoctialem lineam, deſcribentes in plano ipſius horologij: quemadmodum idem ſector b r s. ſimiliter circa mundi axem circunductus cum ſuis radijs, in horologio horizontis obliqui, & eius verticali, lineam æquinoctialem, & eaſdem curuas periferias deſcribebat. Vnde talis deſcriptionis Theoria, per ſitum, motum, & menſuras ſatis noteſcit acutis ingenijs.

Poteſt quoque in meridiano horologio recti horizontis fieri horarum deſcriptio ſimilis & eadem penitus, quæ dudum facta eſt in ipſius Sphæræ rectæ horizonte. Omnis enim meridianus eſt rectum horizõ alicuius loci: cum tranſeat per polos mundi, ſicut horizon rectus: Vnde ſuſcipit eandem penitus lineationem.

Sed horologium verticale horizontis recti ſiſtendum eſt ad æquidiſtantiam æquatoris, qui vicem gerit verticalis in Sphæra recta: in quo quidem horologio lineæ horariæ 12. ſecantes ſe inuicem in centro (de quarum numero ſunt linea meridiana, & linea horæ ſextæ) partiuntur periferiam æquatoris ſeu verticalis horologij in 24. arcus æquales. Et ſtylus ibi, eſt portio axis per tale centrum incedentis, ſiue æquidiſtans axi.

Vnde huiuſmodi horologium æquinoctiale in quolibet horizonte obliquo conſtitui poteſt, ſecundum inclinationem æquinoctialis, & ſitum axis ad eleuationem poli. Et tunc in punctis diuiſionum dictorum 24. arcuum totidem rectæ circulum tangentes determinabũt horas ab occaſu numerandas: vbi ſtyli indicis vertex (qui portio eſt axis) ſtatuendus eſt in plano horæ vigeſimæquartæ. qui ſtylus vtrinq; promineat à centro æqualiter. Nam Sol exiſtens in ſex ſignis ſeptentrionalibus illuminabit faciem horologij ſuperiorem: in auſtralibus inferiorem.

Demum horologium verticale Sphæræ rectæ pro habitantibus ſub polo, fungatur officio horizontalis: & viciſſim horologium horizontale recti horizontis his, qui ſub polo habitant, conuertetur in verticale. Quæ omnia perſpicacibus ingenijs tam facilia intellectu, quàm iucunda ſitu videbuntur. Sed hæc hactenus. Poſt hac de lineis horas ab occaſu, vel ortu exorſas diſtinguentibus tractabimus: vt occaſuales ſeorſum deſcriptæ facilius & diſtinctius intelligantur. Nam hæ vnà cum meridianis locatæ confuſionem lectoribus ingerunt. Sed prius oportunum fuerit Regulas tertij capitis de ſectionibus, & æquidiſtantijs linearum in tabellam exponere.

per 4^{a} ℞^{le}. per tertiá. per tertiá. per tertiá. per tertiá 3^{ij} cap.

Æqnoctialis ĩ vno pũcto ſecat horas ab occaſu	à mer.	Hora. 24. ab occaſu in vno puncto ſecat horas ab occ.	à mer.	Hora. 12. ab occaſu in vno puncto ſecat horas ab occ.	à mer.	Hora. 6. à meridie in vno puncto ſecat horas ab occaſu		Meridiana linea in vno puncto ſecat horas ab occaſu	
24	6	24	12	24	6	24	12	24	0
23	5	23	$11\frac{1}{2}$	23	$5\frac{1}{2}$	23	13	23	1
22	4	22	11	22	5	22	14	22	2
21	3	21	$10\frac{1}{2}$	21	$4\frac{1}{2}$	21	15	21	3
20	2	20	10	20	4	20	16	20	4
19	1	19	$9\frac{1}{2}$	19	$3\frac{1}{2}$	19	17	19	5
18	0	18	9	18	3	18	18	18	6
17	11	17	$8\frac{1}{2}$	17	$2\frac{1}{2}$	17	19	17	7
16	10	16	8	16	2	16	20	16	8
15	9	15	$7\frac{1}{2}$	15	$1\frac{1}{2}$	15	21	15	9
14	8	14	7	14	1	14	22	14	10
13	7	13	$6\frac{1}{2}$	13	$0\frac{1}{2}$	13	23	13	11
12	6	12	6	12	0	12	24	12	12
11	5	11	$5\frac{1}{2}$	11	$11\frac{1}{2}$	11	1	11	13
10	4	10	5	10	11	10	2	10	14
9	3	9	$4\frac{1}{2}$	9	$10\frac{1}{2}$	9	3	9	15
8	2	8	4	8	10	8	4	8	16
7	1	7	$3\frac{1}{2}$	7	$9\frac{1}{2}$	7	5	7	17
6	0	6	3	6	9	6	6	6	18
5	11	5	$2\frac{1}{2}$	5	$8\frac{1}{2}$	5	7	5	19
4	10	4	2	4	8	4	8	4	20
3	9	3	$1\frac{1}{2}$	3	$7\frac{1}{2}$	3	9	3	21
2	8	2	1	2	7	2	10	2	22
1	7	1	$0\frac{1}{2}$	1	$6\frac{1}{2}$	1	11	1	23
æquidiſtantes in horologio æquinoctiali.		ęquidiſtátes in horologio horizontali.		æquidiſtantes in horolo. verticali graduũ 45.		æquidiſtantes in horologio horę ſextæ.		æquidiſtantes in horologio meridiano.	

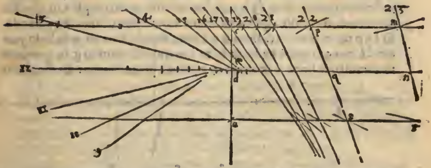
per 5^{a} ℞^{le}. per quintã. per quintã. per quintã. per quintã. 3^{ij} cap.

Hæc tabula vſu ueniet deinceps deſcriptioni linearum occaſuales horas indicantium. Sicut per ordinem docebimus.

De

De lineis occaſualibus deſcribendis.
Cap. VII.

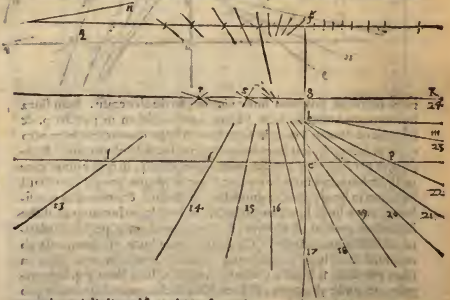
Sectio & æquidiſtantia linearum ſupra ſcriptæ tabellæ ſumuntur ex regulis tertij capitis. Hinc pendet modus deſcribendi lineas horarum ab occaſu exorſarum terminatrices. Exempli gratia, pro horologio horizontali latitudinis gr. 38. aſſumo ex deſcriptione quarti capitis lineam meridianam c e d a. lineam æquinoctialem l m. lineam horæ duodecimæ ab occaſu d q n. lineam quoq; horæ ſextæ à meridie a s r. cum ſuis ſingulas ſpacijs ac diuiſionibus. Et in linea æquinoctiali ſit m. punctum, per quod incedit quinta linea à meridie. In linea verò d q n. horæ duodecimæ ab occaſu ſit n. punctum, per quod tranſit linea horæ quintæ ac dimidię à meridie. Nam recta linea per puncta



m n. incedens, erit linea horæ vigeſimętertiæ ab occaſu. Item linea horæ quartæ à meridie ſecet lineam æquinoctialem in puncto p. & linea horæ quintæ à meridie ſecet lineam horæ duodecimæ in puncto q. Nam recta p q. erit linea horæ vigeſimęſecundæ ab occaſu. Et ſimiliter per ſequentia puncta lineæ æquinoctialis, in quæ cadunt cæteræ lineæ horariæ à meridie ceptæ: & per ſequentia puncta dimidiarũ horarum in linea prædicta duodecima ſucceſſiuè & ordinatim tranſibunt cæteræ lineæ horarum ab occaſu in horologio horizontali dictæ latitudinis graduũ 38. cũ ſtylo e b. ſuper punctum e. perpendiculariter ad horizontem erecto. Quin etiam linea horæ vigeſimętertiæ ab occaſu, & linea horæ decimętertię ab occaſu productæ, coincident in idem punctum r. lineæ a s r. ſextæ à meridie. Item linea p q. horæ vigeſimęſecundæ ab occaſu, & linea horæ decimęquartæ ab occaſu productæ coincident in idem punctum s. dictę lineę ſextæ. & ſic per ordinem cætera linearum paria in cętera puncta ſextæ prędictę lineę cõcurrent. Adhuc in m. puncto, vbi vigeſimatertia linea ſecat ęquinoctialem

ctialem lineam, coincidit & linea horæ vndecimę ab occaſu. Sicut linea vigeſimęſecundę vnà cum linea decimę ab occaſu coincidūt ęquinoctiali dictæ in puncto p. Sic etiā lineę vigeſimæprimę & nonæ horarum ab occaſu in vno ſimul puncto concurrunt æquinoctiali lineæ, & deinceps ſucceſſiuè binæ ſequentes. Item, ſi à puncto a. ducatur linea horæ dimidiæ ante meridiem; ſiue 11½. poſt meridiem (quod idem eſt) ipſa æquidiſtabit lineæ m n. quæ indicat horam 23. ab occaſu. & ſimiliter linea horæ vniùs ante meridiem, ſiue vndecimæ poſt meridiem æquidiſtabit lineæ p q. quæ horam vigeſimamſecundam ab occaſu ſignificat. & cæteræ cæteris eodē ordine ſequentes ſingulæ ſingulis ęquidiſtabunt. Quæ ſectiones & æquidiſtantiæ linearum ſequuntur ex regulis tertij capitis: & in tabella præmiſſi apparent.

PONAM nunc exemplum pro lineis iiſdem occaſualibus in horologio verticali ſupradictæ latitudinis graduum 38. Et in primis repeto lineam meridianam f g h c. ex lineamento quarti capitis, in planitie horizontis verticalis, quam ad rectos interſecent, linea æquinoctialis l c p m. in puncto c. linea n q f. horę duodecimæ ab occaſu in puncto f. Linea quoque r s g. horæ ſextæ à meridie in puncto g. in quo cæteræ meridianæ horæ ſe inuicem in verticali plano ſecant. Et diuidatur



æquinoctialis linea, ſicut ibi, in ſpacia horarum à meridie cœptarum. Linea verò n q f. horæ duodecimę in ſpacia dimidiata dictarum horarum: ſicut in horologio verticali per doctrinam quarti capitis.

Quibus

Quibus paratis, per punctum h. in quo figebatur ſtylus h b. agatur li nea h k. æquidiſtans ipſi l c. Nam ipſa erit linea horæ vigeſimęquartæ ab occaſu. Deinde in linea ęquinoctiali l c. ſit punctum m. in quo ſecatur à linea quinta meridiei. & in linea n q. f. horę duodecimę punctum n. in quo ſecatur à linea horę 5½. à meridie. Nam recta m n. erit linea horę vigeſimętertię ab occaſu: item in linea æquinoctiali ſit p. punctum horæ quartę à meridie. At in linea horæ duodecimæ ſit q. pũctum horæ quintę à meridie. Nam recta per puncta p q. incedens erit linea horę vigeſimęſecundæ ab occaſu. Similiter deinceps ſucceſſiuè per bina quęque puncta ſequentia in lineis l c. & n f. deſcribentur per ſuccedentia ordinatim ſpatia, cæterę lineæ horarum ab occaſu. ſicut docet tabella ſub titulis Aequatoris, & horæ duodecimę. Quin etiam linea m n. horæ vigeſimętertię, & linea l r. horę decimętertię ab occaſu, ſecabunt lineam horę ſextę r g. in vno puncto r. & linea p q. vigeſimęſecundę cum linea s t. decimęquartę horæ ab occaſu, in vno puncto s. coincident in lineam dictam ſextæ. Et ſic per ordinem cætera linearum paria in ſingula puncta ſextæ concurrent: quamuis decimaoctaua non habeat comparem: ſicut in tabella ſub titulo ſextę horę patet. Sed hic non ſequitur æquidiſtantia linearum, ſicut in horologio horizontali excepto verticali loci latitudinis 45. graduum. Nam eius loci verticale horologium æquidiſtat circulo horæ duodecimæ ab occaſu. & ideo per quartam regulam tertij capitis ſuſcipit æquidiſtantiam duarum linearum, quarum vna numeratur ab occaſu: altera à meridie: ſicut docet tabella ſub titulo horæ duodecimæ.

Item quòd linea h k. horæ vigeſimęquartæ ab occaſu ſecat in vno puncto ſingulas occaſuales iam deſcriptas, & ſingulas meridianas lineas: ſicut in tabella patet ſub titulo horæ vigeſimęquartæ non opus eſt hic exprimere: cum puncta diuiſionum Aequatoris & lineæ duodecimę ab occaſu ſatis ſint ad deſcriptionem linearum ab occaſu: quam nos hic intendimus. & talis coincidentia in linea vigeſimęquartæ horæ neceſſario ſequatur.

Alia notanda. *Cap. VIII.*

PRAETEREA, quòd lineæ horarum occaſualium in horologio horizontali tangunt Parabolam, cuius vertex eſt punctum d. diameter autem ipſa meridiana linea a d c. & in horologio verticali tangunt Ellipſim, cuius diameter eſt f h. hoc iam in primo capite concluſum, & ſatis diſcuſſum eſt in Theoria. Sed pro fabrica horarum occaſualium in horologio meridiano, procedendum eſt per puncta diuiſionum, in quibus lineæ horarum meridianarum ibi iam æquidiſtãtes ſecant æquatorem & lineas vigeſimęquartæ & duodecimæ horarum ab

occaſu: quæ ſunt Non coincidentes duarum hyperbolarum contrapoſitarum. Quarum diameter communis orthogonaliter ſecat Aequatorem, & eius lineam in communi ſectione Non tangentium dictarum. Quas hyperbolas facit planum horologij meridiani, ſecans contrapoſitos conos. Quorum vertex communis eſt in axe, centroq; mundi: qui & axis eſt ipſorum conorum. & quorum baſes ſunt duo circuli æquales æquatoris paralleli, tangentes horizontem: ſicut in primo capite latius diſſeruimus. Item ad latitudinem graduum 45. tam in horologio horizontali, quàm verticali, horarum occaſualium lineæ tangunt parabolam vtrobiq; ſimilem, & æqualem in punctis, in quibus eandem ſecant lineæ horarum meridianarum: ſicut in primo capite dictum eſt.

Vlterius notandum, quòd in horologio æquinoctiali, quod eſt verticale in Sphęra recta, ſi circa mundi axem circunducatur zodiacus quinti capitis: radij tropici, & per capita mediorum ſignorum incedentes, deſcribunt in plano horologij circulos concentricos ei, quem ſecant lineæ meridianæ, & tangunt occaſuales, & maiores eodem. Sed radius æquinoctialis non deſcribit periferiam, quoniam æquidiſtat plano ipſius horologij.

Item notandum, quòd quando vmbrę ſtyli vertex cadit in punctū, in quo ſe inuicem ſecant duæ, vel tres lineæ horariæ: in illo inſtanti terminatur ſimul hora ſingularum linearum. Exempli gratia, in lineamento ſeptimi capitis, in puncto m. ſecant ſe ſimul tres lineæ, ſcilicet linea horæ quintæ à meridie, linea horæ vigeſimætertiæ, & linea horæ vndecimæ ab ortu. Si igitur ab occiduo Sole proijciatur vmbra ſtyli in punctum m. tunc inſtat hora quinta poſt meridiem vigeſimatertia ab occaſu, & vndecima ab ortu. Similiter in quolibet puncto alterius coincidentiæ dicendum.

Regulæ generales. *Cap. VIIII.*

DENIQVE in omni horologio notandum, quòd planum ſui circuli æquidiſtantis (qui circulus in hórologio horizontali eſt horizon, in verticali verticalis, in meridiano meridianus: in æquinoctiali Aequator) tranſit per cacumen ſtyli proijcientis vmbram & per planitiem labrorum vaſis ipſius horologij (quæ labra ſunt ſummitates parietum horologij eiuſdem altitudinis cum ſtylo.) Vnde ſi ponatur ſuper cacumen ſtyli filum radens planitiem labrorum, & æquidiſtans alicui lineæ horariæ in fundo vaſis deſcriptæ; tale filum ſignabit lineam horæ eiuſdem in planitie dicta. & tunc linea fundi cum lineis labrorū connectenda eſt, per lineas in parietibus lateralibus ductas. Nam circulus talis lineæ horariæ ſortitur planam ſuperficiem ductam per cacumen ſtyli, & facientem in fundo, labris & parietibus lineas prædictas;

quæ

quæ ſunt membra continuantia dictam lineam horariam in talibus ſuperficiebus. Vnde Sol exiſtens in plano dicti circuli proiiciet vmbrã dicti fili in lineam talem horariam per fundum, parietes, & labra horologij deductam. Atq; ita vmbra ſtyli ſemper deſinet intra vas horologij ſiue in fundum, ſiue in parietes. Quam ob rem, ſi ſuper planum horologij horizontalis erigantur quatuor parietes ſecundùm celſitudinem ſtyli, duo quidem æquidiſtantes meridiano: & duo circulo verticali; habebis in ipſis parietibus ſingulis lineas horarias prædicto modo deſcriptas. Et ſi a cacumine ſtyli in fundo (vt dictum eſt) erecti, ducantur quatuor ſtyli ſinguli ad ſingulos dictos quatuor parietes perpendiculariter: iam tunc in ſingulis parietibus ſinguli ſtyli erunt indices horarum: ſicut & ipſe ſtylus primum ſuper horizontalem fundum erectus. Sic habes quatuor horologia cum ſtylis ſingula ſuis: bina verticalia, & totidem meridiana. Quod ſi parietes prædicti ponantur aliorſum vergentes, aut quomodocunq; inclinati ad fundum horizontis: eodem modo penitus, hoc eſt, per filum & eius æquidiſtantiã ad lineas fundi, ſequetur in talibus parietibus ſingulis linearum horariarum (ſecundùm ſitum parietum) deſcriptio: ita vt ſemper ſtyli habeant communem verticem cum primario ſtylo ſuper fundum horizontalem fixo.

CVM his nota, quòd ſtylus in parietalibus horologijs ſemper ſiſtẽdus eſt in loco ſupremo, per quod incedit linea horæ vigeſimæquartæ ab occaſu: quandoquidem vmbra ſemper proiicitur deorſum. In horizontali autem horologio ſtylus figendus eſt in puncto lineæ meridianæ ſuperius aſſignato: ita vt vmbra verticis ſtyli deſinat in lineas horarias, aut inter earum ſpacia: & in parietalibus conuenit, vt ſtylus excitetur ex linea meridiana. Quamquam non refert vbi configatur, ſed vbi cacumen habeat, vnde delabitur vmbra.

Deniq; quoniam Sol ſemper verſatur inter parallelos Tropicos: & idcirco in plano horologij omnis, neceſſe eſt vmbram ſtyli terminari inter periferias talium parallelorum in ipſo plano delineatorum per doctrinam quinti & ſexti capitum: propterea ſatis erit lineas horarias intra tales periferias quaſi limites terminari: quod tamen nõ eſt neceſſarium: ſemperq; licebit omnem lineam horariam produci per fundum parietes, & labra totius inſtrumenti. Sicut planum circuli talis horæ productum, & ſecans quamcunque planitiem facit in ſectionem lineam horariam ſui nominis. Vnde ſi ponatur imaginarius parallelus extra tropicum, atq; ibi poſitus Sol, aut aſtrum radiare intelligatur; ſic iam neceſſaria eſt prædicta linearum extra Tropicos productio.

SI quis porrò vult horologium iam deſcriptum coarctare, idem

breuiet omnia proportionaliter. Exempli gratia: ſi dimidiet ſtylum, dimidianda erunt ſingula ſpacia, ſeruatis angulis. & ſic in augmento.

De locatione Solarij. Cap. X.

CIRCVLVS in plano horizontis deſcribatur: & ab eius centro ſtylus perpendiculariter erigatur. cuius vmbra ante meridiana in periferiam circuli deſinat: & poſt meridiana rurſus in periferiam. Mox arcus punctis periferiarum interiacens per æqualia ſecetur. Nam linea per punctum ſectionis, & circuli centrum ducta erit linea meridiana: ſicut docent Victruuius, Proclus, & Ioannes Regimontius. Nam dum vmbra ſtyli cadet quolibet die ſuper iſtam lineam, erit inſtans meridiei. In quo inſtanti vmbra cuiuslibet perpendicularis fili in quodcunq; planum proiecta faciet lineam meridianam. Super quam locanda eſt linea meridiana tui horologij per regulas ſuperiores constructi, ſiue ad eius æquidiſtantiam, vt in ſitu debitum ſiſtatur horologium. Sed & ſagitta, vel acus nauticæ pyxidis per magnetem lapidem attemperata (quod eſt recentiorum inuentum) indicat meridianam. Conuertitur enim, quaſi res animata, vel ſenſibilis, ad Septentrionē, ſicut lapis, à quo virtutem talem recipit.

Tandem ſcito, quòd in deſcribendis horarijs lineijs præſertim occaſualibus, opus eſt inſtrumentis optimis & magna diligentia, planoq;, & amplo ſpacio: quod recipiat linearum concurſus, quantū cunque opus eſt. Nunc aliqua occurrunt circa magnetis proprietatem, (quando conſideratio talis huc pertinet) dicenda.

CIRCA MAGNETEM PROBLEMATA.

1 CVR magnes attrahit ferrum? An propter ſimilitudinem lapidis cum metallo, cum vix aliunde cauſa petenda ſit, quàm ex hac vniuerſali naturæ lege, quæ ſimilia ſemper copulat, & experientia cauſam quærit?

Num & viciſſim magnes à ferro trahitur? Haud du-
2 bium id quidem: cum experientia id doceat. Nam, ſicut lapis paruam acum: ita & ferrum maius exiguum lapidem attrahere probatur. Nam parua ſunt ad mouendum faciliora. Vnde ſi magnes par ferro appropinquet, (dum à ſingulis funiculis pendent) fit vt viciſſim vtrūque alterum attrahat, & viciſſim in vnum accedant.

3 An & magnes magnetem attrahit? Vtique non aliter quàm lapis ferrum, aut hoc illum.

4 Cur ferrum inſtans attractionis virtutem per contactum lapidis acquirit,

quirit non autem lapis per contactum ferri? An quia prior eſt natura lapidis, qui mineræ vnde abſcinditur, naturam ſapit: & inde ferrum, ſicut riuus à fonte, propagatur? Vnde fit vt & acus acum attrahat: & ordine longo concatenet.

Cur cætera metalla lapidem, à quo trahantur, vel quem trahant, 5
non habent? An quia id proprium ac peculiare fit tenaciſſimi metalli: quod natura fecisſe videtur ad terendum, acuendum, & collimandum cætera? An forte, quia cum cætera recipiant mixturam aliorum, idcircò non ſortiuntur aliquem ſuæ puræ proprietatis, quē imitentur, ſibique adſcribant, lapidem? ſolumque ferrum mixturæ alienæ immune, ſimilem ſibi lapidem, & alterius proprietatis neſciū nanciſcitur?

Vnde dictus Magnes? Siue ab inuentore, qui eum in India inue- 6
nerit, teſte Nicandro Poëta; ſiue à Magneſia regione, in qua ſit inuentus, nihil refert. Nam & in Aethiopia, & in Cantabria, & alijs in locis inueniri, certum eſt. Quo fit vt neque naues in Indico pelago periclitari, neque in Aegypto ſimulacrum ferreum Arſiones Reginæ in medio tholo ex magnetibus conſtructo, per Democratis artificium: Neque in Arabia ferreum Mahumetti ſepulcrum in ædis medio ſimiliter pendere, & ſi fabuloſum eſſet, incredibile putandum eſt.

Cur magnes in vaſe ligneo innatante poſitus, determinatam ſui 7
partem ſemper ad Septentrionem (quamuis aliorſum detortus) conuertitur? An quia, cum corpus homogenum ſit, naturam totius imitatur: & rupis, ſiue mineræ de qua fuit abſciſus, ſitum ſemper quærit: hoc eſt, vt pars lapidis, quæ ibi ad Septentrionem vergebat (eo iam tralato) eodem reſpiciat, & eundem amet: vnde & lapide in quotcunque fruſta diuiſo, vnumquodque fruſtum naturam totius imitatur?

Cur & lapidis fragmentum id ipſum facit? Quia ſcilicet, vt dictum 8
eſt, pars in homogeneis naturam totius imitatur.

Cur & acus ſeu ſagitta, vel lanceola, ſiue obelus ferreus, poſt con- 9
tactum lapidis id idem facit? An quia per contactum partes etiam metalli hauriunt, & imbibunt ſingulæ cognati lapidis partium proprietates: quo fit, vt partes contiguæ ament contrarias mundi plagas, cum ſeparantur?

Cur magnes, vel acus ad eius contactum attemperata non reſpexit 10
potius Ortum, vel Occaſum? An quia Ortus, vel Occaſus non eſt locus fixus, ſed ſecundùm habitantium ſitum mutabilis: ſoluſq; polus in cœlo ſtabilis eſt: quem ſecundùm mineræ ſuæ naturam & poſitionē lapis appetat, & ad eum vergens cum quieſcente quieſcat?

11 Cur nautæ vtuntur iſtoc artificio, & obelo tali ad magnetem temperato? An quia, cognito Septentrione, quem acumen ſagittæ indicat, noſcunt & cæteros per ambitum ventorum tractus, vt ſic certi ſint, quorſum ſit nauigandum? Vnde maiores noſtri, quibus ignotum erat huius nauticæ pyxidis maſticnamentum, vt ſcirent in medio pelago quorſum tenderent; ſtellas circa polum Arcturum, Helicen, & Cynoſuram obſeruabant. atque ita polarem locum notantes, plagas reliquas conijciebant.

12 Sed cur ſagitta, vel obelus à vero Septentrione, quandoque ad dextram, quandoque ad ſiniſtram declinat? An quia ſagitta, ſicut magnes (cuius eſt ſimia) non verum Septentrionem, ſed inſulam quandam (quam Olaus Magnus Gothus in ſua geographia vocat inſulam magnetum) ſemper ex natura inſpicere cogitur? Vnde, quoniam inſula dicta ponitur ab authore prædicto aliquantum remota à polo, ſub longitudine graduum 49. meridianoque tranſeunte per Peloponeſum, vrbemque Coronen; idcirco citra talẽ meridianũ, obelus nauticæ pyxidis Gręcizat (vt vulgato, nauticoq; more loquar) vltra verò dictũ meridianũ maiſtrizat: ſub ipſo verò tali meridiano, recta Septẽtrionẽ, quorſum inſula, reſpicit. Hãc ego declinationẽ obeli ſepius olim admirabar. Sed poſtquã vidi Olai geographiã, hac mihi rõne ſatisfeci, ſiue quietiorẽ animũ reddidi. Exiſtimo tñ ſup iſtoc negocio, cõſulẽdos eſſe peritiores nautas, vtrũ expiẽtiã dictã cauſam cõprobet. aut fortaſſe certius quidquã aſſignẽt. Quiquã ſcio quoſdã de arte nauigãdi ſcribẽtes rẽ in dubio reliquiſſe, adeo nõ ſolũ antiquis ignota, ſed nobis quoq; alicubi dubia ſit. Nec mirũ, cũ multa præterea ſint artificia mechanica à recẽtioribus inuenta, & in dies inueniant. Talis eſt ars ſeparãdi aurũ ab argẽto. inuẽtio bõbardę, ars Impreſſoria, Saccari ex arũdinibus excoquẽdi, Speculorũ vitreorũ planorũ mixtura, Machina piſtorũ cribratoria, Ignis excuſſio per colliſionẽ ſclopettis additus. Omitto propugnaculorũ ſtructuras, machinarum genera, & quidquid quotidie noui hominũ malitia, cupiditasq; & vẽter artifex excogitat. Adeo nimitum facile eſt adinuenire, aut inuentis addere.

13 Cur ſagitta pyxidis ſeu magnes poculo natãti impoſitus, detortus à ſitu ſuo nõ ſtatim ad eũ rediẽs quieſcit, ſed pręterit ſemel, iterũ & deinceps? Nõne facit hoc impetus virtutis ferrũ aut lapidẽ mouẽtis? quẽadmodũ põdꝰ appẽſum ſi à ſitu ppẽdicularitatis dimouet, nõ quieſcit, ſtatim ad eã rediẽs, ſed ab impetu proprio impulſum aliquoties vltra citraq; reuertẽs, tãdẽ remiſſa vi ĩ ppẽdiculo ſtabilit. quẽadmodũ & res grauis ad cẽtrũ vniuerſale liberè dimiſſa faceret, donec in eo qeſceret.

17. Febr. 12. Indi. 1569 aduesperaſcente die Iouis, quem vaſtum aut ſaginatum vocant.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER TREDECIMVS, Solidorum tertius, & Regularium corporum primus

EX TRADITIONE MAVROLYCI,

PRÆFATIO.

QVINQVE ſunt ſolida regularia Geometrarum, ſcilicet cubus, ſiue hexahedrum; quod ſex baſibus quadratis; & octo angulis ſolidis clauditur. Octahedrum, quod octo triangulis baſibus, & ſex angulis ſolidis finitur. vnde hæc duo ſibi inuicem correlatiua ſunt: quia quot baſes habet vnum, tot ſolidos angulos habet reliquum. Sequitur Icoſahedrum viginti triangulis baſibus, & duodecim angulis ſolidis conſtructum. Inde Dodecahedrum ſub duodecim baſibus pentagonis & viginti angulis ſolidis clauſum. & eſt aliud par correlatiuorum corporum viciſſim alternans baſium & angulorum numerum. Quintum verò ſolidum Pyramis vnicum eſt, ac ſolitarium, correlatiuo carens. ipſum enim met ſibi reſpondet: quandoquidem quatuor triãgulas baſes & totidem ſolidos ſortitur. Nec aliud eſſe ſolidum Regulare præter hæc quinq;, certis oſtenditur argumentis. Nam triangulum ęquilaterum, aut triplicatum, aut quadruplicatum, aut quintuplicatum tantum formare poteſt angulum ſolidum (cum anguli plani pauciores tribus non conſtruãt illum) hinc ergo conſurgunt tria ſolida,

ſcilicet pyramis, octahedrum, & Icoſahedrum: ſub quatuor ſcilicet, octo ac 20 triangulis baſibus concluſa. tria inquam tantùm. Deinde quadratum (quę prima triangulum æquilatera, & æquiangula figura ſequitur) triplicatum dumtaxat conſtruit angulum ſolidum: & perinde ſolum generat cubum. & eadem ratione pentagonum æquilaterum & æquiangulum haud pluries quàm ter compactum ad anguli ſolidi formationem conuenit: & dodecahedrum ſolum compaginat. Vnde plura his quinq; regularia corpora non fiunt. Nam ſex, aut plures anguli ex triangulo æquilatero non faciunt angulum ſolidum. Nec plures tribus ex quadrato aut pentagono. Nec minus ex reliquis æquilateris & ęquiangulis figuris. Horum conſtructio in Sphęra, & collatio quo ad latera, quo ad baſes, quo ad ſuperficies, quo ad corpulentias: & mutua inter ea deſcriptio, in quibus tota eorum ſpeculatio verſatur, in tribus his libellis diligentiſſimè traditur, vnde & calculus numerarius elici poteſt.

AD

AD ILLVSTRISSIMVM DOMINVM D. HIERONYMVM BARRESIVM.

MAVROLYCI EPISTOLA.

VERE tibi generoſum, & uiro generoſo, dignum eſt ingenium D. Hieronyme, uir clariſſime: qui, ut de modeſtia, liberalitate, cæteriſq; uirtutibus tuis taceam; bonis artibus, & mathematicis præcipuè diſciplinis tantopere delectaris. Namq; hoc anno, dum Meſſanæ cum illuſtri ſocero tuo, urbis ſtratego commoratus es; cum alia multa, tum Euclidis elementorum libros duodecim, me legente, intellexiſti: & adeo quidem acute, adeo perſpicaciter, ut ante ſingula raperes, quàm ego demonſtrarem. Quin etiam tuis me ingenioſis ſæpe obiectionibus acutiorem reddebas. Vidiſti, quæ Campani placita reijcienda fuerint, quæq; admittenda. Vidiſti Zambertum noua ſua tralatione, neque iniuria exultantem. qui tamen, quoniam uel paucam uel nullam mathematicæ facultatis peritiam tenet, neq; Campanum ſcit reprehendere, neq; ipſe à Græco exemplari tranſuorſum pollicem audet excedere, quaſi hiſtoriam transferret. Nunc autem, cum menſe Iunio, unà cum illuſtri ſocero tuo, urbe, officij cauſa abeſſes: atq; interim ego tres elementorum libros, qui reſtabant, percurrerem: animaduerti in illis nonnulla facilius ac ordinatius demonſtrari potuiſſe, multa quoq; neceſſaria deeſſe. Nec mirum. cum elementorum libri, atq; hi præſertim poſtremi diuerſis traditionibus fuerint immutati. Redegi itaq; horum trium uoluminum propoſitiones in hunc, quem uides, ordinem. In ipſo decimotertio libro addidimus propoſitionem unam, quæ hic ſexta eſt: quoniam ipſa decimæquartæ propoſitioni inſeruit, & decimænonæ. Huc etiam ex ſequenti libro duas propoſitiones tranſtulimus quæ ſunt hic ſeptima, & duodecima. Nam ſeptima facit ad octauæ ipſius & duodecimæ, ac ſecundæ demonſtrationem. & duodecima ad faciliorem decimæquartę concluſionem. Hoc enim ordine, incredibile eſt memoratu, quanto faciliorem, breuioremq; reddiderimus decimæquartæ demonſtrationem. in qua uidelicet pentagoni latus arguitur eſſe ea irrationalis, quæ Minor appellatur, exiſtente circuli, cui pentagonum inſcribitur, diametro rationali. Quartodecimo autem libro adiecimus propoſitiones quinq; ſupra uiginti. Quartam uidelicet cum quatuor & uiginti ſequentibus: & quidem neceſſarias, ut pote ſine quibus huiuſmodi ſolidorum doctrina erat imperfecta. Nam, ſi Dodecahedri & Icoſahedri comparatio, quo ad ſuperficies, & ſolida per Hypſiclis induſtriam laborata circunfertur: cur de comparatione trium reliquorum penitus tacetur? Si Dodecahedri, & Icoſahedri baſes ab eodem circulo comprehenduntur: nonne cubi

atq;

atque Octahedri quoque baſes ab unā periferia circumſcribuntur? Si Dodecahedri & Icoſahedri ſolida ſunt ſuperficiebus proportionalia: & ſicut cubi atq; Icoſahedri latera; nonne cubi quoq; & Octahedri corpulentiæ ſunt ſpoliis proportionales, ac ſicut Pyramidis & Octahedri latera? Sũt omnino: & id nos in noſtris additionibus oſtendimus: & illud pariter Icoſahedrum cubo maius eſſe. Ut, ſicut in ultima Tredecimi fit laterum cõparatio: ita in decimoquarto ſoliditatum magnitudines inter ſe per ordinem conferantur. Suſpicor hæc eadem ab Apolonio, atq; Ariſtero fuiſſe tractata: quæ uel temporis iniuria perierunt, uel hominum inſidia, ſeu potius negligentia deliteſcunt. Quindecimum autem librum intactum dimiſi, ut eum nobis Campanus exhibuit. quamquam ibi ſuperflue, mea quidẽ ſententia, docuit trium ſolidorum ſtructuram: quæ in tredecimo ab Euclide explicatur. Hanc igitur lucubratiunculam tibi dedicamus, Barreſi generoſe, literatorum amantiſſime. Videbis demonſtrationes ſummatim collectas, latius poſthac, ubi tempus & oportunitas dabitur, exarandas. Nam & totum Euclidem quãdoq; emaculare, faciliorem q; reddere decreuimus. interim his utere. Vale & uiue fœlix. Meſſanæ ex ædibus noſtris, 9. Iulij. M. D. XXXII.

Carmen ad eundem.

Quis neget eſſe hominem cæleſti ſemine factum?
Quis neget humanos morte carere animos?
Aſpice, quàm uarios ſpeculetur acuta receſſus
Mens Geometrarum non niſi plena Deo.
Hi pedibus terram calcantes aſtra perennis
Aetheris ingenio ſuppoſuere ſuo.
En bonus Euclides docet hic, Natura quòd æquis
Hæc tantum baſibus corpora quinq; facit.
Pyramidem quatuor: mox octo Trigona ſecundum;
Conſtituunt ſtabilem ſena Quadrata cubum.
Expediunt Solidum uicena triangula quartum
Poſtremum biſſex pentagonæ facies.
Hypſicles horum confert ratione tenaci
Nunc ſpolia & maſſas, nunc latera atq; baſes.
Quin ego ſub tantis ducibus ueſtigia firmans
Multa quidem ſuper his ingenioſa dedi.
Hæc tibi, cui ſacrum eſt, ſoboles Barreſia, nomen,
Mittimus. hæc auro ſunt precioſa magis.
Diuitijs inhiet tetris ignobile uulgus.
At tua te dignus pectora paſcat amor.

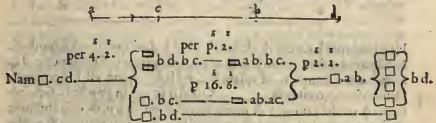
EVCLI-

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER DECIMVSTERTIVS, SOLIDORVM Tertius, & Corporum regularium primus.

Propoſitio prima.

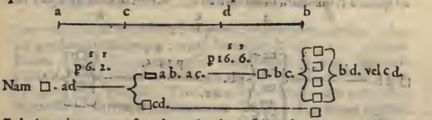
SI recta linea extrema, & media ratione ſecetur; maius ſegmentum admittens totius dimidium, quintuplum poteſt eius, quod ex totius dimidia. Linea a b. in pũcto c. ſecetur ſecundùm mediam extremamq; rationem: & maius ſegmentum ſit b c. At b d. ſit ipſius a b. totius dimidium: Aio, quòd quadratum ipſius c d. quintuplum eſt ad quadratum ipſius b d.

Si recta linea ſui ipſius ſegmento quintuplũ potuerit; dupla prædicti ſegmenti extrema & media ratione diſſecta: maius ſegmentum reliqua eſt pars eius, quæ in principio, rectæ lineæ. Hæc eſt conuerſa præcedentis. & vtriuſq; demonſtratio hæc eſt. 2



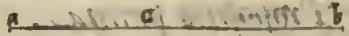
Vnde manifeſtum eſt, quòd data linea ſecundùm mediam extremamq; rationem ſecta, dantur ſingula eius ſegmenta.

Si recta linea media & extrema ratione ſecetur, minus ſegmentũ admittens dimidiam maioris ſegmenti, quintuplum poteſt eius, quod à dimidio maioris ſegmenti, quadrati. Vt ſi a b. linea ſecetur in puncto c. media & extrema ratione: cuius maius ſegmentum b c. in puncto d. biſariam ſecetur. aio; quòd quadratum a d. quintuplum eſt ad quadratum c d. Poteſt oſtendi ſicut antepræmiſſa. Vel ſic. 3



Et huius etiam conuerſa eodem oſtendetur ſyllogiſmo. Si

4 Si recta linea extrema & media ratione ſecetur: quod ex tota & minori ſegmento vtraq; quadrata triplum ſunt eius, quod à maiori ſegmento fit, quadrati. Linea a b. in puncto c. ſecetur extrema & media ratione. & b c. maius ſegmentum: Aio, quòd quadrata ipſarum a b. a c. triplum ſunt ad quadratum ipſius b c. Namq;



□. b a. } per 7. 2. { □. b c. / □ b a. a c. } per 16. 6. { □. b c. / □. b c.
□. a c.

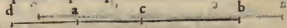
huius quoq; conuerſa eodem concludetur diſcurſu.

5 Si recta linea extrema & media ratione ſecetur: apponaturq; ei linea æqualis maiori ſegmento: Tunc & tota recta linea extrema & media ratione ſecabitur: & maius ſegmentum erit ea, quæ in principio recta linea. Sit linea a b. in puncto c. extrema & media ratione, ſecta. & maius ſegmentum b c. cui æqualis apponatur b d. Aio tunc, quòd & tota a d. extrema & media ratione ſecatur in puncto b. & quòd maius ſegmentum eſt a b. Quod ſic oſtenditur



Nam a b. ad ipſam b c. vel b d. eſt ſicut b c. vel b d. ad ipſam c a. ex hypotheſi. & conuerſim b d. ad ipſam b a. ſicut c a. ad ipſam b c. Et coniunctim d a. ad ipſam b a. ſicut a b. ad ipſam b c. vel b d. quod eſt propoſitum. Demonſtratio conuerſæ. Quòd ſi ſit a d. in puncto b. ſecta extrema & media ratione: & maius ſegmentum ſit a b. de quo abſcindatur b c. æqualis b d. Tunc a b. in puncto c. ſecabitur extrema & media ratione. & maius ſegmentum b c. Nam d a. ad ipſam a b. ſicut a b. ad ipſam b d. vel b c. & ideo per decimamnonam quinti, ſic erit d b. vel b c. ad ipſam a c. quod eſt propoſitum.

6 Si recta linea extrema & media ratione ſecetur, apponaturq; ei æqualis minori ſegmento: Tota quintuplum poterit eius, quod à maiori ſegmento, Quadrati. Linea a b. in puncto c. ſecetur extrema & media ratione. Cuius minori ſegmento a c. æqualis applicetur a d. Aio tunc, quod quadratum ipſius d b. ad ipſius b c. quadratum quintuplum eſt. Cuius demonſtratio hæc eſt.

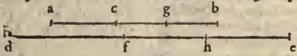


□. d b. per 8. 2. { □ / □ / □ / □ } a b. d a. / a c. per 16. 6. { □ / □ / □ / □ } b c.
□ b c.

Poteſt & ſub hoc proceſſu, huius conuerſa demonſtrari.

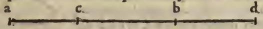
Si

S i duæ rectæ lineæ extrema ſingulæ & media ratione ſecentur, to- 7
tæ ad maiora ſegmenta eandem habebunt rationem. item totæ ad minora eandem. Item ſegmenta ſegmentis proportionalia erunt. Vt ſi a b. in puncto c. & ipſa d e. in puncto f. extrema & media ratione ſecentur; quarum maiora ſegmenta ſint b c. e f. Aio quòd a b ad ipſam b c. & d e. ad ipſam e f. proportionales erunt. item a b. ad ipſam c a. & d e. ad ipſam f d. proportionales. Demum b c. ad ipſam c a. ſicut e f. ad ipſam f d. Secentur enim b c. e f. ſingulæ per æqua-



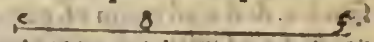
lia in punctis g h. Eritq; per tertiam huius, quadratum ipſius a g. ad quadratum ipſius g b. quintuplum. Itemq; quadratum ipſius d h. ad quadratum ipſius h e. quintuplum. Quare, per vigeſimam primam ſexti, erit a g. ad ipſam g b. ſicut d h. ad ipſam h e. Ergo & coniunctim, a b. ad ipſam g b. ſicut d e. ad ipſam e h. Sed ſicut g b. ad ipſam b c. ſic e h. ad ipſam e f. Igitur ex æquali, erit ſicut a b. ad ipſam b c. ſic d e. ad ipſam e f. & euerſim ſicut a b. ad ipſam a c. ſic d e. ad ipſam d f. & diſiunctim ſicut b c. ad ipſam c a. ſic e f. ad ipſam f d. Quæ demonſtranda proponũtur. Quod ſi ſit. a b. in puncto c. vt ſupra, diuiſa. & d e. in puncto f. ſecta ad eandem rationem: iam facilè concludetur & ipſa d e. in puncto f. extrema ſimiliter & media ratione ſecari. Vnde linea in vno tantùm puncto ſecatur extrema & media ratione.

S i recta linea rationalis extrema & media ratione ſecetur; vtrunq; 8
ſegmentorum irrationale eſt: appellaturq; Apotomè. Linea a b. longitudine rationalis, in puncto c. extrema & media ratione ſecetur, ſitq; maius ſegmentum b c. Aio quòd tam b c. quàm a c. Apotomè eſt. Sit enim b d. dimidim ipſius a b. Eritq; per primam huius, quadratum ipſius c d. quintuplum ad quadratum ipſius d b. quæ rationalis eſt. Itaque c d. d b. ſunt potentia tantùm commenſurabiles. Quare, cum c d. maius nomen ſit potentia ſolum rationale; ſequitur vt b c. ſit Apotomè quinta, vt docet calculus.

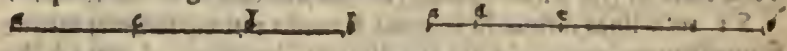


Item comparetur ad ipſam a b. lõgitudine rationalem, æquum ipſius b c. quadrato rectangulum: eritq; ſecundùm latus a c. per decimamſextam, ſexti: & per nonageſimamſeptimam, decimi, Apotomè prima. Quod ſi a b. ſit potentia tantum rationalis: erit adhuc tam b c. quàm c a. Apotomè. Tunc enim ſit e f. longitudine rationalis, in puncto g. extrema & media ratione diuiſa: & f g. maius ſegmentum.

tum . Eritq; (ſicut dudum oſtenſum eſt) tam f g. quàm g e. Apotomè . & quoniam per hypotheſim e f. ipſi a b. potentia communicat : & tota e f. toti a b. & per præcedentem , ſicut f g. ad ipſam b c. ſic g e. ad ipſam c a. ideo ſegmenta ſegmentis in potentia communicant . per vndecimā decimi : igitur, p 109. decimi, tā b c. quàm c a. Apotomè eſt. Item lineæ a b. in puncto c. vt prius

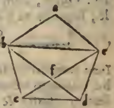


ſectæ maius ſegmentum b c. ſit rationale. Aio, quòd a c. apotomè eſt : & a b. binomium. Secetur enim b c. in puncto d. per æqualia . eritq; per tertiam huius , quadratum ipſius a d. quintuplum ad quadratum ipſius c d. Sed c d. rationale. Ergo a c. Apotome quinta. Ad quam ex b c. rationali comparata latitudo , cum per decimanſextam ſexti efficiat ipſam a b. erit per 113. decimi, a b. binomium . Rurſus ſi a c. minus ſegmentum ſit longitudine rationale ; Aio, quòd a b. erit binomium primum. & b c. tunc binomium. Secetur enim c a. in puncto d. extrema & media ratione : ſitq; c d maius ſegmētum : eruntq; a b. b c. c a. c d. d a. continue proportionales . & ideo per æquam proportionem a b. c a. d a. in proportione continua. igitur ab ipſa c a. ad ipſam a d. Apotomen primam comparata latitudo efficiet per 113. decimi a b. binomium primum. Eſto igitur ipſius a b. maius nomen a e, quod maius erit, quàm a c. quippe quæ minor eſt , quàm dimidium a b. erit igitur a e. longitudine rationale . Cumq; ſit a c. longitudine rationale, erit & c e. longitudine rationale . Sed e b. rationalis tantum potentia . ergo b c. binomium .

8 

Quod ſi b c. ſit potentia tantum rationale : erit adhuc a c. Apotomè & a b. binomium . & ſi ſit a c. potentia tantum rationale, erit demū a b. binomium . & b c. binomium , eo ſyllogiſmo , quo in principio de tota vſi ſumus .

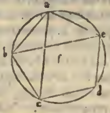
9 S I Pentagoni æquilateri tres anguli continui , aut non continui æquales fuerint ; æquiangulum erit pentagonum. Vt ſi pentagonum a b c d e. æquilaterum habeat tres angulos , vt a. c. d. vel b. c. d. æquales; æquiangulum erit . Nam ductis lineis b e. & e c. b d. ſe in puncto f. ſecantibus, iam per quartam, quintam & ſextam primi facile demonſtratur æqualitas angulorum : & id quod proponitur .



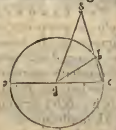
10 S I Pentagoni æquilateri & æquianguli binos continuos angulos binæ rectæ ſubtendant ; extrema & media ratione ſe inuicem ſecabunt. & maiora ſegmenta ſingula erunt pentagoni lateribus æqualia . Eſto pentagonum æquilaterū & æquiangulū a b c d e.

circulo

circulo a b c. inſcriptum. connexis a c. b e. in puncto f. ſe inuicem ſecantibus; Aio, quod tam a c. in puncto f. quàm b e. in eodem puncto ſecundùm extremam & mediam rationem ſecatur. & ipſa maiora ſegmenta c f. e f. ſingula ſunt ipſis a b. a e. æqualia. Nam ipſa triangula a b c. b a e. a f b. ſunt ſimilia: quoniam ad inuicem æquiangula. Et quoniam angulus a f e. duplus eſt per trigeſimamſecundam primi ad angulum f b a. & per vltimam ſexti angulus c a e. duplus eſt ad angulum f b a. dictum. ideo anguli e a f. & e f a. inuicem æquales. & illis ſubtenſæ e f. e a. inuicem æquales. & ſimiliter b c. c f. oſtendentur æquales. Quare, propter triangulorum ſimilitudinem, ſicut b e. ad ipſam e a. & ideo ad e f. ſic erit a b. & ideo e f. ad ipſam f b. idemq; concludes de ipſa c a. ſecta in puncto f. Quam ob rem tam b e. quàm c a. linea in puncto f. ſecundùm extremam mediamq; rationem ſecatur. Conſtat ergo totum propoſitum.



SI ſexanguli & decagoni in eodem circulo deſcriptorum latera cōponantur, compoſita tota extrema & media ratione ſecatur: & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus. Vt ſi in circulo a b c. deſcripti latus decagoni ſit b c. cui adnectatur in rectum b e. latus hexagoni in eodem circulo deſcripti, cuius diameter a d c. centrumq; d. Aio, quòd c e. in puncto b. extrema & media ratione ſecatur: & maius ſegmentum b e. latus hexagoni. Erit enim angulus a d b. duplus ad angulum d b c. per trigeſimāſecundam primi. & angulus d b c. duplus ad angulum e. ergo angulus a d b. quadruplus ad angulum e. Sed idem angulus a d b. quadruplus ad angulum d b c. per vltimam ſexti. igitur anguli e. & b d c. æquales. & idcirco triangula e d c. c b d. inuicem æquiangula & ſimilia. Quare ſicut eſt e c. ad ipſam c d. hoc eſt ad ipſam e b. ſic erit c d. vel e b. ad ipſam b c. Atque ideo e c. in puncto b. extrema & media ratione ſecatur. quod erat demonſtrandum. 11



Quod ſi lineæ extrema & media ratione diuiſæ maius ſegmentum ſit latus hexagoni in aliquo circulo deſcripti; tunc minus ſegmentum erit latus decagoni in tali circulo clauſi. Item ſi minus ſegmentum ponatur latus decagoni; tunc maius erit latus hexagoni eiuſdem circuli. hæ ſunt quaſi conuerſæ huius vndecimæ. & per ipſam vndecimam & ſeptimam huius demonſtratur.

SI latus ſexanguli extrema & media ratione ſecetur, maius ſeg-

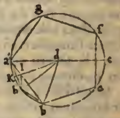
mentum

mētū erit Decagoni latus circunſcripti in circulo ſexāgulum circūſcri bente. Latus ſexanguli cuiuſpiam a b. ſecūdùm mediam extremamq; rationem ſecetur in puncto c. ſitq; maius ſegmentum b c. Aio, ꝙ b c. eſt latus decagoni in circulo, qui hexagonū circūſcribit, deſcripti. Sit. n. latus decagoni b d. eritq; per præcedentē a d. in puncto b. per extremam & mediam ratio-

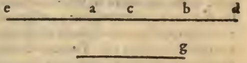


nem diuiſa: maiusq; ſegmentum a b. Ergo per ſeptimam huius: ſicut d a. ad ipſam a b. ſic a b. ad ipſam b c. Sed ſic etiam a b. ad ipſam b d. igitur b c. & b d. æquales. Sed b d. latus decagoni: quare & b c. idem latus eſt, in circulo, ſcilicet, cuius ſemidiameter a b. inſcripti. quod eſt propoſitum. Vel ſic. ſit ipſi b c. æqualis b d. eritq; per quintam huius a d. in puncto b. extrema & media ratione ſecta. Sed a b. latus hexagoni. ergo per primam conuerſarum præcedentis b d. latus decagoni. Quare & b c. idem latus. Quod ſi linea quæpiam extrema & media ratione ſecetur: & maius ſegmentum ſit latus decagoni in circulo deſcripti: tunc tota linea erit latus hexagoni, ſiue ſemidiameter talis circuli. Hæc eſt conuerſa huius duodecimæ. & per ipſam duodecimam & ſeptimam huius oſtenditur. Hinc manifeſtum eſt, quòd ſi circuli decagonum circunſcribentis diametros, fuerit rationalis longitudine vel tantum potentia; ipſum decagoni latus erit Apotomè. Hoc enim ſequitur ex hac duodecima & octaua huius. Item ſi de latere hexagoni abſcindatur latus decagoni: erit maius ſegmentum hexagonici lateris extrema & media ratione diuiſi.

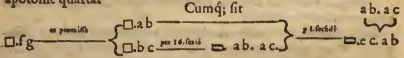
13 PENTAGONI latus poteſt hexagoni & decagoni latus in eo circulo, in quo pentagonum clauditur, deſcriptorum. Sit enim a b. latus pētagoni: a h. latus decagoni in circulo a b c. cuius diameter a d c. centrumq; d. inſcriptorum: Aio, quòd quadratum ipſius a b. æquum eſt quadratis ipſarum a d. & a h. ſimul ſumptis ducatur d l k. per ęqua ſecans latus & arcum decagoni. item chordæ a h. h b. & h l. Eruntq; duo triangula a b h. & a h l. ſimilia. quoniam æquiangula. & ideo tres lineæ a b. h a. a l. continue proportionales. Quare quadratum h a. æquum ei, quod fit ex a b. in ipſam a l. Itē duo triangula a b d. d b l. ſimilia, quandoquidem æquiangula: & idcirco tres lineæ a b. b d. b l ſunt in proportione continua. & propterea quadratum b d. ęquale ei, quod fit ex a b. in ipſam b l. Verùm hæc duo producta, ſcilicet quod ex a b. a l. quodq; ex a b. b l. ſimul ſumpta, ſunt per ſecundam ſecundi, æqualia quadrato ipſius a b. igitͬ quadratū ipſius a b. æquale eſt quadratis ipſarū h a. & a d. ſiue b d. ſimul ſumptis. Quod fuit demōſtrādū.



Si in circulo rationalem habente diametrum Quinquangulum æquilaterum inſcribatur: quinquanguli latus irrationale eſt, appellaturq; minor. Sit circuli ſemidiameter a b. longitudine primum rationalis. latus autem pentagoni circulo inſcripti f g. Aio, quòd f g. irrationalis eſt, quæ minor. Secetur enim a b. in puncto c. media, extremaque ratione. eritq; b c. maius ſegmentum latus decagoni eidem circulo inſcripti per ante præmiſſam. Sit quoque b d ipſius a b. dimidium & ideo rationalis. Et a e. ipſi a b. æqualis, & ideo rationalis. eritq; tota e d. long^te rationalis. & hoc vtere ſyllogiſmo. Quadratum ipſius c d. quincuplum eſt ad quadratum ipſius d b. per primã huius. & per ſextam. Quadratũ ipſius e c. quincuplũ eſt ad quadratum



ipſius c b. Quare p 22^a. ſexti, ſicut e c. ad ipſam c b. ſic c d. ad ipſam d b. Et permutatim, ſicut e c. ad ipſam c d. ſic c b. ad ipſam d b. Et coniunctim, ſicut e d. ad ipſam d c. ſic c d. ad ipſam d b. Sed quadratũ ipſius c d. quincuplum ad quadratum ipſius d b. ergo & quadratum ipſius e d. quincuplum ad quadratum ipſius d c. Cumque e d. ſit longitudine rationalis: erit e c. apotomè. Et quoniam quadratum ipſius e d. quincuplum eſt ad quadratum ipſius d c. ideo quadratum ipſius e d. ad quadratum, quo ipſa e d. potentior eſt, quam d c. eſt ſicut quinque ad quatuor. Quare per nonam decimi, e d. potentior eſt, quàm d c. In quadrato lineæ ipſi e d. longitudine incommenſurabilis. Igitur e c. eſt apotomè quarta.

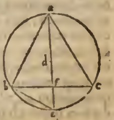


Idcirco quadratum ipſius f g. æquum eſt ei, quod fit ex ipſa e c. apotome quarta in ipſam a b. lõgitudine rationalẽ. Quare per 94^a. decimi, ipſa f g. eſt irrationalis illa, quæ minor dicitur.

Quod ſi ponatur a b. potentia tantum rationalis: tunc f g. latus pentagoni circulo, cuius ſemidiameter a b. inſcripti adhuc erit minor. Nam tunc f g. communicabit in potentia lateri pentagoni deſcripti in alio circulo, cuius ſemidiameter longitudine rationalis ponitur propter ſemidiametrorum & laterum proportionem. Sed illud latus erit linea minor: ſicut dudum oſtenſum eſt. Ergo per 105. decimi f g. adhuc erit minor.

Si in circulo triangulum æquilaterum deſcriptum fuerit: ipſius trianguli latus, potentia triplum eſt ad circuli ſemidiametrum. Circulo

culo a b c.triangulum æquilaterum a b c. ſit inſcriptum cuius circuli centrum d. & diameter ſit a d e: Aio quòd quadratum ipſius a b.lateris triplum eſt ad quadratum ipſius a d.vel d e.ſemidiameter. Connectatur enim b e. quod eſt latus hexagoni: & ideo æqualis ipſi a d. Et hoc vtere argumento. Nam quatuor quadrata ipſius a d. ſiue b e. ſimul accepta, ſunt æqualia quadrato ipſius a e. diametri. Sed quadratum a e.per penultimam primi, æquum eſt quadratis ipſarum a b.b e.ſimul ſumptis. Igitur quadrata hæc ſimul ſumpta, æqua ſunt quatuor quadratis ipſius b e. Quare dempto vtrinque quadrato vno ipſius b e.ſuperſunt tria quadrata b e.æqualia ipſi quadrato ipſius a b. Triplum eſt ergo quadratum ipſius a b. ad quadratum ipſius b e.ſiue ipſius a d. quod fuit demonſtrandum.



Vnde manifeſtum eſt quod circuli diameter poteſt trianguli æquilateri & hexagoni æquilateri ſibi inſcriptorum latera.

Item patet, quòd a b.latus trianguli ad perpendicularem a f. potentialiter ſeſquitertium eſt. Et quòd d e.ſemidiameter per æqualia ſecatur in puncto f. ✳ *Pro reliquarum figurarum lateribus additio. Item pro ſcientia chordarum.*

Quadrati quoque latus in circulo deſcripti potentialiter duplum eſſe ad ſemidiametrum circuli conſtat per ſextam quarti

Deſcriptio autem Pentagoni intra datum circulum fit per decimam & vndecimam eiuſdem.

Hexagoni verò latus æquum eſſe ſemidiameter circuli, concluſum eſt in quindecima eiuſdem.

Ex his diuiſo per æqualia arcu lateris quadrati, noteſcit latus Octogoni. Arcu quoque hexagonici lateris ſimiliter ſecto, cognoſcitur Dodecagoni latus. Namque chorda dimidiati arcus eſt media proportionalis inter diametrum circuli, & eius portionem, quæ à chorda totalis arcus abſcinditur.

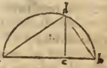
Porrò, ſi ponatur circuli diameter longꝰ vel ſaltem potentia rationalis, latus Octogoni intra circulum deſcripti, erit irrationalis linea, quæ minor dicitur. Latus vero dodecagoni linea irrationalis, quæ apotomè vocatur. Quod quidem ex ipſo calculo conſtare poteſt: ſicut & de lateribus Pentagoni & Decagoni in circulo rationalem diametrum habente deſcriptorum: & de lateribus Icoſahedri & dodecahedri facere poſſemus.

Item pro calculo chordarum illud notandum, quòd duæ chordę ſemicirculum complentes, continent angulum rectũ: vnde vna earum data, dabitur & reliqua per penultimam primi.

Et ſi

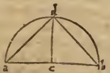
Et ſi quadrilaterum circulo inſcriptum ſit: tunc duo, quæ producuntur ex binis oppoſitis lateribus, pariter accepta rectangula ſunt æqualia ei, quod ſub diametris eius comprehenditur, rectangulo, vt Ptolemæus oſtendit. Vnde, ſi duorum arcuum datæ ſint chordæ, dabitur tam eorum aggregati, quàm differentiæ chorda. Hinc arcuum per totum ſemicirculum chordæ & ſinus recti noteſcent. Et omnis Chordimetria, quæ tam ad planorum; quàm ad ſphæralium triangulorum ſcientiam neceſſaria eſt. Nunc redeamus ad ſolida.

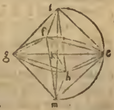
PYRAMIDEM conſtituere, & data ſphæra comprehendere: & demonſtrare, quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia ſeſquialter eſt ad latus ipſius Pyramidis. Sit datæ ſphæræ diameter a b. & ipſa a c. dupla ad ipſam c b. tum ducta c d. perpendiculari, erit per 17^{a}. ſexti, quadratū ipſius a c. duplū ad quadratum ipſius c d. & per penult. primi, quadratū ipſius a d. triplū ad quadratum ipſius c d. Ponatur ipſi a b. æqualis k l. & ipſi a c. æqualis k e. & erecta perpendiculari e f. in ſemicirculo k f l. ſuper centro e. fiat circulus f g h. & in eo triangulum æquilaterum f g h. & ducantur rectæ f k. g k. h k. Sic pyramis f g h k. conſtabit intra ſphæram, quam deſcribet ſemicirculus f k l. æquilatera. Nam vnumquodque trium laterum k f. k g. k h. quadratū triplum erit ad quadratum ipſius e f. ſicut quadratum triplum eſt ad quadratum ipſius c d. & per præcedentem vnumquodque trium laterum f g. g h. h f. quadratum triplum eſt ad quadratum ipſius e f. Igitur cuncta latera pyramidis k f g h. inuicem æqualia. Item quoniam b a. ſeſquialtera eſt ad ipſam a c. propterea per 8^{a}. & 17^{a}. ſexti, quadratū ipſius a b. ſeſquialterum eſt ad quadratum ipſius a d. Igitur & quadratum ipſius k l. quę eſt ſphærę diameter, ſeſquialterum eſt ad quadratum ipſius k f. quod eſt latus pyramidis, quod eſt propoſitum. 16





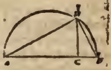
Octahedrum conſtruere, & data ſphæra comprehendere: & oſtendere, quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia lateris ipſius octahedri duplus eſt. Sit a b. datæ ſphæræ diameter. quæ in puncto c. per æqualia ſecetur, & excitetur c d. perpēdicularis. Mox deſcribatur quadratū e f g h. cuius latus ſit ipſi a d. ęquale. Et productis diametris e g. f h. ſe in puncto k. ſecantibus, educatur l k m. plano quadrati perpēdicularis. 17

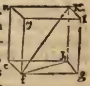




dicularis. vtrinque ad æqualitatem ipſius k g. prominens. Connexiſq; tam l. quàm m. puncto cum 4^or angulis e f g h . completum eſt Octahedron quæſitum. & in ſphæra , cuius diametri l m. e g. f h. & quam deſcribit ſemicirculus l e m. comprehenſum. Ad cuius diametrum g l. ipſe ſphæræ dimetiens l m. potentialiter duplus eſt.

18 Cubum conſtruere, & data ſphæra comprehendere, & oſtendere quòd ipſius ſphæræ dimetiens potentia triplus eſt ad latus ipſius cubi. Sit datæ ſphæræ diametros a b. ponaturque a c. dupla ipſius c b. ſicut in pyramide. & ipſi b d. æquum ſit e f. latus cubi e f g h k l m n. ſuper baſim quadratam e f g h. erecti lateribus ad perpendiculũ excitatis conſtructi. Ipſe enim in ſphæra , cuius diameter a b. clauditur. Cum enim a b. ipſius b c. tripla ſit. Ideo per 8^a. & 17^a ſexti. quadratum ipſius a b. triplum eſt ad quadratum ipſius b d. & ſimiliter in cubo f k. diameter, connectens oppoſitos ſolidos angulos, qui demetiens eſt ſphæræ cubum circumſcribẽtis, potẽtialiter triplum ipſius e f. lateris cubiti cui æqualis linea b d. Igitur f k. æqualis ipſi a b. propoſitæ ſphæræ diametro. Et perinde cubus ab ipſa propoſita Sphæra circumſcribitur. quod faciendum & demonſtrandum proponitur.

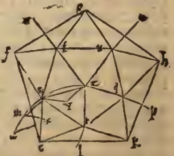




□.f k { □.k h. / □. h f. { □. f g. / □.g h. } } Igr̃ potentia ipſius f k. ter continet potẽtiã cubiti lateris.

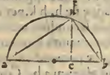
Manifeſtum eſt igitur, quòd quadrata laterum pyramidis & cubi pariter ſumpta, ſũt æqualia quadrato diametri ſphæræ, in qua deſcribunt. Hoc enim quadratũ vni illorum ſeſquialterũ per ante præmiſſam, reliquo triplum eſt per præſentem. Item patet quòd a c. altitudo pyramidis ad b d. latus vel altitudinẽ cubi potentialiter, eſt ſeſquitertia.

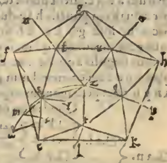




19 ICOSAHEDRVM conſtruere & data ſphæra comprehendere, & oſtendere, quòd ipſius icoſahedri latus irrationale eſt, appellaturq; minor. Sit datæ ſphæræ diametros a b. & a c. quadrupla ſit ipſius b c. & excitata c d. perpendiculari: ductiſq; ad d b. fiat primũ ex ſemidiametro b d. circulus e f g. intra quẽ claudatur Penta-

Pentagonum e f g h k: & decagonum l m n o p. A quibus punctis excitentur perpédiculares ad circulum l r. m ſ. n t. o u. p q. Quæ ſingulæ ſint æquales ipſi b. d. A punctis autem q r ſ t u. ſingulis deducantur hypothemiſæ binæ ad angulos Pentagoni; quæ ſint q k. q h. v h. v g. t g. t f. ſ f. ſ e. r e. r k. Et quinque aliæ tranſuerſæ ſcilicet q r. r s. s t. t v. v q. connectant vertices harum perpendicularium; & faciunt pentagonum q r s t v. æquilaterum primo. Quæ cum lateribus vtriuſq; Pentagoni facient decem triangula æquilatera. Nam vnaquæque illarum hypothemiſarum, per penultimam primi, poteſt perpendicularem, quæ eſt latus hexagoni circuli f g. & latus decagoni. & ideo, per 13ª. huius, eſt æqualis lateri pentagoni. Item à centro circuli e f g. quod ſit punctum x. excitetur ipſi circulo perpendicularis x y. quę ſit ipſi b d. æqualis, ſicut aliæ prædictæ quinque perpendiculares. Cui apponatur in rectum y z. æqualis ipſi ſ n. lateri ſcilicet decagoni: & eidem æqualis x ω. Támq; z. quàm ω. connectatur cum quinque





punctis pentagoni ſubiectis. Videlicet z. cum punctis q r s t v. At vero ω, cum punctis e f g h k. Vnde fient, quina vtrinque, hoc eſt decem alia triangula prioribus æquilatera. Quinque ſtilum concurrentia ad z. punctum; & totidem ad ω. punctum. Vnaquæque enim linearum poterit hexagoni & decagoni latus. & ideo ſingulæ erunt æquales ipſi e f. ipſæ enim m x. s y. ſunt ſemidiametri circulorum e f g. & q r s. æqualium & latera hexagonica eorundem: ſic completa ſunt viginti triangula icoſahedrum totum claudentia.

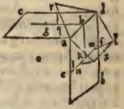
Et quoniam recta a b. quincupla eſt ad ipſam b c. ideo per 8ª. & 7ª. ſexti, quadratum ipſius a b. quincuplum eſt ad quadratum ipſius b d. ſed per 11ª. & 16ª. huius. quadratum ω z. quincuplum eſt ad quadratum ipſius x y. quæ fuit æqualis ipſi b d. igitur ω z. æqualis eſt ipſi a b. & quoniam x y. media proportionalis eſt inter z y. & z x. & ideo inter ipſas z y. & y ω. Ideo tam y s. quam x m. ipſi x y. æqualis media proportionalis erit inter portiones diametri z ω. Quare ſemicirculus deſcriptus ſuper z ω. diametro, ibit per ipſa s m. pūcta. & ſemicirculus igitur ſuper axe z ω. ſtante ſemel reuolutus deſcribet ſphæram contingētem ſingulos icoſahedri angulos. & perinde ipſum icoſahedrum circumſcribentem. Cumque ω z. ſit ipſi a b. æqualis, iam ſolidum ipſum à data

ſphæra comprehendetur. Et quoniam rationalis eſt b d. quandoquidem in potentia commenſurabilis eſt ipſi a b. per hypotheſim rationali: ideo & m x.Jll: æqualis rationalis eſt: ſemidiameter ſcilicet circuli, cui pentagonum e f g. inſcriptum eſt. Ergo per 14ª huius, & ipſum e f. pentagoni latus, quod eſt & icoſahedri latus, irrationalis eſt, quæ minor factum eſt g. quod faciendum, & oſtenſum quod oſtendendum proponitur.

20 DODECAHEDRVM conſtruere, & data ſphæra comprehendere: & oſtendere ꝙ dodecahedri latus irrationale eſt, & appellatur apotomè. ſi rationalis fuerit ſphæræ diametros. Duarum baſium cubi contiguarum a b. a c. latera duo. a d. & d b. Cum oppoſito ſecentur ſingula per æqualia in punctis h f e. ductiſq; e f. g h. h k. per centra baſium g k. Secentur ipſæ g h. k e. k f. ſingulæ ſecundùm mediam extremamque rationem, in punctis q l m. ſuntque maiora ſegmenta g q. k l. k m. quibus ſingulis æquales ſint ſingulæ perpendiculares q r. quidem ad planum a c. ipſæ autem l n. m p. ad planum a b. Connexiſque punctis a n p d r. fiet pentagonum æquilaterum & æquiangulum

Quòd enim ſit æquilaterum, ſic patet.

□. a n. { □. a l. { □. k æ. vel a e. □. e l. } —14 huius— { □ □ □ } k l. vel l n.
□. l n. ———————— □. l n.



Ergo a l. dupla ipſius k l. quare æqualis ipſi l m. & ideo ipſi n p. Et ſimiliter oſtendemus, quòd d p. ipſi n p. quodque a r. r d. ſingulæ ſunt ipſis a n. d p. ſingulis æquales.

Quod autem totum pentagonum a r d p n. ſit in vno plano; Sic patet.

Exeat k s. ipſis l n. k p. parallelus: & ideo eiſdem æqualis. & plano a b. perpendicularis. Eritque ſicut r q. ad ipſam q h: ſic h k. ad ipſam k s. Nam in linea ſecta extrema & media ratione, ſic eſt tota ad maius, ſicut maius ad minus ſegmentum. Ergo triangula r q h. h k s. ſunt ſimilia: & quia ſunt in vno plano, & latera r q. h k. Item ipſa q h. k s. ſunt æquidiſtantia: ideo per 30ª ſexti, linea r h s. eſt vna recta. Quare per 2ª vndecimi r h s. & a h d. rectæ ſunt in vno plano: & pentagonum ipſum in vno plano.

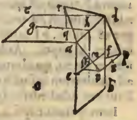
Quòd verò ſit æquiangulum, ſic conſtat.

Cum e k. ſit ſecta in puncto l. ſecundùm mediam & extremam rationem: & k m. ſit æqualis k l. maiori ſegmento: ideo per 5ª huius, ipſa quoque e m. in puncto k. ſimiliter ſecta eſt: & maius ſegmentum e k. Vnde ſic argue.

□. a p.

□. a p { □ m p. vel m k. / □. a m { □ e m. / □. a e. } —— per 4 huius. —— { □ □ □ } e k. vel a e.
□. a e. —————————— □. a e.

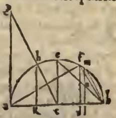
Ergo quadratum a p. quadruplum ad quadratum a e. & ideo a p. dupla eſt ipſius a e. Et perinde æqualis lateri cubi a d. Similiter oſtendemus, quòd d n. æqualis eſt eidem a d. Quare per 8ᵃ. primi, tam angulus a n p. quàm angulus n p d. æqualis eſt angulo a r d. Eſtque pentagonum æquilaterum: ſicut dudum fuit demonſtratum. Igitur per 9ᵃ. huius, pentagonum a n p d r. æquiangulum eſt. Non aliter ſuper vnumquodq; reliquorum vndecim laterum cubi comparetur pentagonum. Itaque duodecim pentagona component dodecahedrum. Et circumſcribitur ab eadem ſphæra, à qua & cubus. Quod ſic demonſtratur.



Duo plana per rectas h k. e f. ſecent cubum: quorum planorum communis ſectio ſit ipſa recta o k. quæ ſecabitur à diametro cubi. & ſecabat viciſſim eam per æqualia in centro cubi, per 40. vndecimi. Sit itaque o. centrum cubi. & ſic argumentare. In primis lineæ o a. o d. æquales: quoniam ſemidiametri ſunt tam cubi, quàm ſphæræ. per 40ᵐ. vndecimi & 18ᵘᵐ. huius. & quoniam o k. ipſi e k. & k s. ipſi k m. ſunt æquales: Ideo o s. in puncto k. ſecatur extrema & media ratione. Vnde ſic procede.

□. o p. { □. p s. vel s k. / □. o s. } —— per 4. huius. —— { □ □ □ } o k. vel a e.

Ergo quadratum ipſius o p. triplum eſt ad quadratum ipſius a e. Sed a e. dimidium eſt lateris cubi. Igitur per 18. poteſtatem o d. ſemidiameter eſt ſphæræ. Et ſimiliter oſtendemus, quòd à puncto o. rectæ vniuerſæ ad reliquos angulos dodecahedri ſunt ſemidiametri ſphæræ cubum circumſcribentis. Cumque 8. ex angulis dodecahedri ſint ſimul cũ angulis cubi, ſicut qui ad ipſa a d. puncta: patet quòd ſphæra ipſa, quæ cubum, circũſcribet dodecahedrũ. Quod tandẽ latus ipſum dodecahedri ſit apotomẽ, ſic patet.



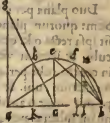
Agatur r p. quæ ſecabit ipſam a d. ſecundùm extremam & mediam rationẽ per 10ᵐ. huius. & maius ſegmentum erit ipſi a r. æquale: cumque adſit potentia rationalis (quoniam ſphæræ diameter rationalis) ideo

 a r. latus

a r.latus dodecahedri, per 8.huius, erit apotome.

Vnde manifeſtum eſt, quòd cubi latere, in ſphæra quapiam clauſi, extrema & media ratione diuiſo; maius ſegmentum eſt dodecahedri in eadem ſphæra conſtituti latus.

21 PROPOSITA ſphæræ diametro, quinque corporum regularium ab ipſa ſphæra comprehenſorum latera exponere, & inuicem conferre. Eſto ſphæræ datæ diametros a b. quæ ſecetur in puncto c. per æqualia: & deſcripto ſuper ea ſemicirculo: ſit a d. dupla ipſius d b. & excitentur perpendiculares c e, d f. & connectantur a f. b e. f b. Et ſic procede. Quoniam a b. ſeſquialtera eſt ipſius a d. Ideo per 8. & 17. ſexti, quadratum ipſius a b. ſeſquialterum eſt ad quadratum ipſius a f. ergo, per 16. huius, a f. latus eſt pyramidis in ſphæra propoſita clauſi. Item quoniam a b. tripla eſt ipſius b d. ideo per 8. & 17. ſexti, quadratum ipſius a b. triplum eſt ad quadratum ipſius b f. Itaque, per 18. huius, b f. latus erit cubi, in propoſita ſphæra deſcripti. Adhuc, quoniam per penultimam primi, quadratum ipſius a b. duplum eſt ad quadratum ipſius b e. Ideo, per 17. huius, b e. latus erit octahedri in ipſa ſphæra conſtituti.



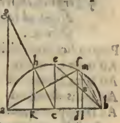
Item ponatur ipſi a b. perpendicularis & æqualis a g. & acta g c. ſecundæ periferiam in puncto h. ducatur h k. perpendicularis ad a b. Et quoniam g a. ipſius a c. dupla eſt, ideo propter triangulorũ ſimilitudinem h k. dupla eſt ipſius k c. ergo quadratum ipſius h k. ad quadratum k c. quadruplum. Quare, per penul. primi, quadratum ipſius h c. vel c b. quincuplum ad quadratum ipſius k c. Item tota a b. totius b c. dupla, & abſciſa a d. abſciſæ d b. dupla. Ergo relicta d b. dupla eſt relictæ d c. per 19. quinti. Sic b c. tripla ipſius c d. Quare quadratum ipſius c b. nonuplum eſt ad quadratum ipſius c d. & ideo c k. maior, quàm c d. Sit ergo ipſi c k. æqualis c l. & excitata perpendiculari l m. connectatur m b. eritque l b. æqualis ipſi a k. & k l. æqualis ipſi l m. quoniam ſcilicet vtraque dupla eſt ipſius k c. Quoniam itaque quadratum ipſius b c. quincuplum eſt ad quadratum ipſius c k. Ideo & quadratum ipſius a b. quincuplum erit ad quadratum ipſius k l. quoniam ſcilicet, ſicut ſimplum ad ſimplum, ſic duplum ad duplum. Igitur per 19 huius, k l. & ei æqualis l m. eſt latus hexagoni, vel ſemidiameter circuli circumſcribentis pentagona baſim anguli ſolidi icoſahedri. & a k. l b. ſunt latera decagoni eiuſdem circuli. Quare per penultimam primi & 15 huius m l. erit latus pentagoni eiuſdem circuli, quod & ipſum per 19 huius, eſt latus icoſahedri. Tandem ſecetur f b. latus cubi ſecundùm extremam

& mediam

& mediam rationem in puncto n. Cuius maius ſegmentum b n. per præcedentis corollarium erit latus dodecahedri in eadem ſphæra locati. Et quia quadratum ipſius a d. quadruplum eſt ad quadratum ipſum d b. & quadratum ipſius b f. triplum ad quadratum ipſius d b. per 8. & 17. ſexti. Ideo a d. maior, quàm b f. & eo magis a l. quàm b f. Sed a l. in puncto k. per 11. huius b f. vero in puncto n. per hypotheſim, extrema & media ratione ſecatur. Ergo, per 7. huius, k l. & ideo l m. maior, quàm b n. & eo magis b m. maior, quàm b n. hoc eſt icoſahedri latus maius, quàm dodecahedri latus. Inuenta ſunt ergo latera quinque corporum regularium à data ſphæra comprehenſorum: & ſimul oſtenſum, quòd maximum latus eſt a f. pyramidis. proximum in magnitudine latus h c. octahedri. Tertio dein loco latus b f. cubi. Poſt hæc latus b m. icoſahedri, vt patet per arcus aſſumptos. Sed b m. maius quàm b n. eſſe dudum oſtendimus. Quare b n. latus dodecahedri minimum.

Scholium ſuper calculo laterum figurarum æquilaterarum.

ILLVD autem non ignotum debet eſſe ingenioſo lectori, quòd ſicut ſpecies linearum & magnitudinum tam rationalium, quàm irrationalium per terminos numerarios proponuntur, calculantur & noteſcunt cum omnibus his, quæ ad Symmetriam decimi elementorum pertinent: ita & latera prædictarum iſopleurarum figurarum, tam ſcilicet planarum, quàm ſolidorum, per memoratos numerorum terminos & congruum calculum dignoſcuntur. Nam calculus demonſtrationem comprobat, & pro demonſtratione vſuuenire poteſt. Sicut nos in 2. Arithmeticorum noſtrorum libello tradidimus. Sed ecce hic in tabella planarum & ſolidarum figurarum latera per dictos terminos exarabimus. vbi calculus theoriæ reſpondebit.



¶ *Latera figurarum æquilaterarum circulo inſcriptarum: cuius diameter ponitur partium duodecim.*

Latus trianguli	℞.108
Latus quadrati	℞.72
Latus hexagoni, quod eſt ſemidiameter	6
Latus decagoni	℞.45.m̄.3
Latus pentagoni	℞ v 90. m̄. r.1620
eſt enim linea minor. 3.℞ v. 45.p.r.1620.minus.℞ v.45.m̄.r.1620	
Latus octogoni	℞ v—72.m̄.r.2592
eſt.n. linea minor. ſcilicet ℞ v—36.m̄.r.648.minus.℞ v-36.m̄.r.648	

Latus

Latus dodecagoni ℞ v—72. m̄. r.3888
eſt enim apotomè ſcilicet ℞. 54. m̄. r. 18
Lineæ partium 6. extrema & media ratione diuiſæ maius ſegmentum eſt. ℞ 45. m̄. 3. Minus verò. 9. m̄ r. 45.

¶ Latera quinque corporum regularium intra ſpheram inſcriptorum: cuius diameter habet partes duodecim.

Latus tetrahedri ſiue pyramidis ℞. 96
Latus hexahedri, ſiue cubi ℞. 48
Latus octahedri ℞. 72
Latus icoſahedri ℞ v—72. r. m̄ 1036 $\frac{4}{5}$
eſt enim linea minor, ſcilicet ℞ v— 36. p. r. 1036 $\frac{4}{5}$ minus. ℞ v— 36. m̄. r. 1036. $\frac{4}{5}$
Latus dodecahedri ℞ 60. m̄. r. 12
Nam lineæ. ℞ 48. (quod eſt latus cubi) extrema & media ratione ſectæ maius ſegmentum eſt. ℞. 60. m̄. r. 12. Minus verò. ℞. 108. m̄. r. 60

¶ Perpendiculares à centro circuli, cuius diameter eſt partium duodecim ad latera figurarum æquilaterarum, intra ipſum deſcriptarum.

Perpendicularis ad latus trianguli 3
Ad latus quadrati ℞. 18
Ad latus Hexagoni ℞. 27
Ad latus decagoni ℞ v—22 $\frac{1}{2}$ p̄ r. 101 $\frac{1}{4}$. linea maior.
Ad latus pentagoni ℞ v—13 $\frac{1}{2}$ p̄ r. 101 $\frac{1}{4}$
& eſt Binomium, ſcilicet ℞. 11 $\frac{1}{4}$ p̄ 1 $\frac{1}{4}$
Ad latus Octogoni ℞ v—18. p̄. r. 162. linea maior.
Ad latus dodecagoni. ℞ v—18. p̄. r. 243
& eſt Binomium, ſcilicet ℞ 13 $\frac{1}{2}$ p̄. 1 $\frac{1}{2}$

¶ Perpendiculares à centro ſphæræ, cuius diameter eſt prtium duodecim ad baſes quinque corporum regularium ab ipſa ſphæra circumſcriptorum.

Perpendicularis ad baſim pyramidis 2
Ad baſim tam octahedri, quàm cubi ℞. 12
Ad baſim tam icoſahedri, quàm dodecahedri. ℞ v—12. p̄. r. 115 $\frac{1}{5}$
& eſt linea maior.

¶ Semidiametri circulorum circumſcribentium baſes quinque corporum regularium à ſphæra, cuius diameter eſt partium duodecim circumſcriptorum.

Semidiameter circuli circumſcribentis baſim Pyramidis ℞. 32

Cir-

Circumſcribentis triangulum octahedri & quadratum cubi ℞. 24
Circumſcribentis triangulum icoſahedri & pentagonum dodecahedri ℞ v — 24.m̄.r.115 $\frac{1}{5}$. linea minor.

Quæ quidem praxis, quo ad latera figurarum, bene reſpondet iis, quæ in hoc præmiſſo libro demonſtrantur. Quo verò ad perpendiculares & baſes, & ex eodem libro per calculum & elementarem doctrinam extrahi poſſunt. Qui calculus demonſtrationis vicem agere poteſt, ſicut & calculus laterum. Sed & in ſequenti libro tam perpendicularium & baſium: quàm ſuperficierum & corpulentiarum collatio pleniſſimè demonſtrabitur: Et in poſtremo libro, mutua corporum inſcriptio & circumſcriptio breuiſſimè tradetur.

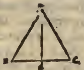
Elementorum Euclidis tredecimi, ſolidorum tertij, & regularium corporum primi libri finis.

EVCLIDIS ELEMENTORVM
LIBER QVATVORDECIMVS, SOLIDORVM Quartus, & Corporum regularium ſecundus.

Ex traditione Maurolyci.

TRIANGVLI æquilateri latus ad perpendicularem, quæ ab angulo ad baſim, potentia ſeſquitertium eſt. 1

In triangulo æquilatero a b c. ab angulo a. cadat a d. b c. perpendicularis. a d. Aio quòd a b. latus ad perpendicularem a d. potentia ſeſquitertium eſt. Nam quadratum ipſius a b. ad quadratum ipſius b d. quadruplum eſt. quandoquidem dupla eſt a b. ipſius b d. per penul. primi. Vnde ſequitur vt quadratum ipſius a b. ſit ſeſquitertium ad quadratum ipſius a d. Et hoc triplum ad quadratum ipſius b d. cum quadratum ipſius a b. ſit æquum aggregato b d. a d. quadratorum.



Si trianguli æquilateri latus fuerit rationale, ſuperficies eius eſt medialis. Quod enim fit ex a d. in ipſam b d. æquum eſt ipſius triãguli a b c. ſuperficiei. Sed quadratum ipſius a d. ad quadratum ipſius b d. triplum eſt per præcedentem. Igitur per 9ª decimi a d. b d. potentia tantum ſunt commenſurabiles: Quare per 21ª decimi, productum ex a d. in ipſam b d. quæ eſt area trianguli, mediale eſt. Quod eſt proprium. 2

TOTA

3 TOTA ſuperficies Pyramidis, vel octahedri, intra ſphæram, cuius diameter rationalis eſt, deſcripti medialis eſt. Nam ſi ſphæræ diameter ſit rationalis: erit ipſum ſolidi latus, per 16. vel 17. libri præcedentis, rationale. Quare, per præcedentem, vna baſium ſolidi medialis eſt, Igitur & omnium baſium congeries, hoc eſt tota ſuperficies ſolidi, medialis eſt, ſicut proponitur.

4 PYRAMIDIS latus ad perpendicularem, quæ à vertice ad baſim delabitur, potentia ſeſquialterum eſt. Inſpice deſcriptionem 16. præmiſſi libri. in qua ſicut eſt k l. ad ipſam k f. ſic eſt k f. ad ipſam k e. Sed k l. ipſius k f. potentia ſeſquialterum eſt. Ergo k f. latus ſolidi ad ipſam k e. perpendicularem potentia ſeſquialterum eſt. Quod eſt propoſitum.

5 A SPHÆRÆ centro ad baſim circumſcriptæ pyramidis recta perpendicularis eſt ſexta pars ſphæricæ diametri. Nam in deſcriptione 16. præſenti libri, k l. diameter ad k e. perpendicularem eſt ſicut 6. ad 4. Ergo ſemidiameter ad ipſam k e. ſicut 3. ad 4. ſed exceſſus ipſius k e. ſuper ſemidiametrum eſt ipſa à centro ad baſim perpendicularis. Ergo ipſa perpendicularis eſt ſemidiametri pars tertia. Quare diametri ſexta.

6 SPHÆRÆ ſemidiameter ad perpendicularem à centro ad baſim octahedri circumſcripti, potentia triplum eſt. Vnde latus ipſius ſolidi ad eandem perpendicularem potentia ſextuplum erit.

7 Nam per 17. præteriti, ſemidiameter ſphæræ ad latus octahedri potentia eſt, ſicut 3. ad 6. latus autem octahedri ad ſemidiametrum circuli, qui baſim octahedri circumſcribet. per 15. præmiſſi, eſt ſicut 6. ad 2. in potentia. Ergo, per æquam proportionem, ſemidiameter ſphæræ ad ſemidiametrum dicti circuli, eſt ſicut 3. ad 2. Sed per penultimam primi, quadratum ſemidiametri dicti circuli cum quadrato perpendicularis æquum eſt quadrato ſemidiametri ſphæræ. Igitur quadratum ſemidiametri ſphæræ ad quadratum perpendicularis triplum. Quare latus octahedri ſexcuplum potentialiter ad eandem, ſicut proponitur.

8 PERPENDICVLARIS à centro ſphæræ ad baſim octahedri, potentialiter tripla eſt ad perpendicularem ab eodem centro ad baſim pyramidis in eadem ſphæra locatæ. Nam, per præmiſſam perpendicularis octahedri ad ſemidiametrum ſphæræ potentia eſt ſicut 3. ad 9. Per ante præmiſſam autem, ſemidiameter ſphæræ ad perpendicularem pyramidis, potentialiter eſt, ſicut 9. ad 1. Per æquam ergo proportionem, perpendicularis octahedri ad perpendicularem pyramidis, potentia. ſicut tertium ad vnum, ſicut proponitur.

PERPEN-

Perpendicularis à centro ſphæræ ad baſim cubi ab ipſa ſphæra comprehenſi, eſt dimidium lateris cubi. Patet hoc ex 18.19. & 40. vndecimi. 8

Dvæ perpendiculares, vna à centro ſphæræ ad baſim octahedri: altera ab eodem centro ad baſim cubi in eadem ſphæra comprehenſorum ſunt æquales. Nam ex præmiſſa & 18. præcedentis, ſphæræ ſemidiameter potentialiter tripla eſt ad perpendicularem cubi. Et per 6ᵃ.huius, eadem ſemidiameter potentialiter tripla eſt ad perpendicularem octahedri. Quare perpendiculares ipſæ ſunt inuicem æquales. quod eſt propoſitum. 9

Basis pyramidis ad baſim octahedri in eadem ſphæra comprehenſi eſt ſeſquitertia. Nam quadratum lateris pyramidis ad quadratum diametri ſphæræ, eſt ſicut 2.ad 3.per 16.præcedentis. & ideo ſicut 4.ad 6. ſphæricæ autem diametri quadratum ad quadratum lateris octahedri, ſicut 6.ad 3.per 17.præcedentis. Quare per æquam proportionem, quadratum lateris pyramidis ad quadratum lateris octahedri erit ſicut 4.ad 3. Quare ſic triangulum ad triangulum per 18.ſexti. 10

Hinc ergo manifeſtum eſt, quòd tota pyramidis ſuperficies ad totam octahedri ſuperficiem eſt ſicut 16 ad 24. videlicet ſubſeſquialtera. 11

Ratio ſexcupla ſuperpartiens tres quartas, dupla eſt ad rationem, quam habet octahedri ſolidum ad pyramidis ſolidum in eadem ſphæra exiſtentium. E ductis à centro ſphæræ ad angulos ſolidorum rectis, ſecetur octahedrum in 8. pyramides: Tetrahedrum verò ſeu pyramis in quatuor. eruntque 8.pyramidum celſitudines ipſæ perpendiculares à centro ſphæræ ad baſes octahedri. Quatuor vero pyramidum celſitudines ipſæ perpendiculares ab eodem centro ad baſes tetrahedri. Sit itaque pyramis a.cuius baſis ſit ſuperficiei octahedri æqualis: celſitudo vero æqualis perpendiculari octahedri. Sit item b. pyramis, cuius baſis ſuperficiei tetrahedri, celſitudo vero perpendiculari tetrahedri ſit æqualis. Eritque per 6ᵃ. vndecimi, pyramis a. octahedro: pyramis vero b.tetrahedro æqualis. Quibus ſuppoſitis, erit per 7ᵃ huius, celſitudo pyramidis a. ad celſitudinem pyramidis b. potentialiter tripla. & ideo ſicut 27. ad 9. baſis verò pyramidis a.ad baſim pyramidis b. per corollarium præcedentis: erit ſeſquialtera: & ideo 12



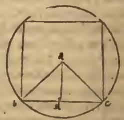
potentialiter, ſicut 9. ad 4. Ergo per æquam proportionem, ratio pyramidis a.ad pyramidem b. (quæ ex rationibus celſitudinum & baſium componitur) duplicata erit, ſicut 27.ad 4. ſicut enim ſimplæ ſimplam, ſic duplæ duplam rationem componunt. Igitur & eadem ratio octahedri ad tetrahedrum, ſicut proponitur demonſtrandum.

Cvbi

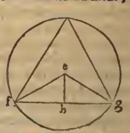
12 CVBI quadratum & octahedri triangulum ab vna ſphæra comprehenſorum, ab eodem circulo circumſcribuntur. Per 9^a. enim huius, perpendiculares à centro ſphæræ ad baſes huiuſmodi ſolidorum ſunt inuicem æquales. Quæ autem à centro ſphæræ ad angulos baſium, ſunt ſemidiametri ſphæræ. Ergo per penultimam primi, ſi quadrata perpendicularium ſubtrahãtur à quadratis ſemidiametrorum ſphæræ; relinquentur quadrata ſemidiametrorum circulorum qui baſes ipſas circumſcribunt, per communem conceptum, æqualia. Quare & ipſæ circulorum ſemidiametri æquales erunt. quod eſt propoſitum. Idem aliter oſtendetur, ſic. Quadratum lateris octahedri ad quadratum diametri ſphæræ, per 17ª præmiſſi, eſt ſicut 3. ad 6. Quadratum verò diameter ſphæræ ad quadratum lateris cubi, per 18^a. eiuſdem, eſt ſicut 6. ad 2. Per æquam ergo proportionem, latus octahedri ad latus cubi, potentialiter eſt, ſicut 3. ad 2. Capiatur ergo circulus, cuius ſemidiametri quadratum ſit dimidium quadrati cubici. eritque idem tertia pars quadrati lateris octahedri. Hic ergo circulus, per penultimam primi, circumſcribet quadratam baſim cubi: & per 15^a præcedentis libri, triangulam baſim octahedri, quod eſt propoſitum.

Vnde rurſus perpendiculares à centro ſphæræ ad baſes octahedri atq; cubi circumſpectorum arguentur æquales, adducta penul. primi.

13 QVOD ſub perpendiculari à centro baſis cubi ad latus, & ſub ipſo latere comprehenditur, rectangulum eſt totius cubicæ ſuperficiei pars duodecima. A centro baſis cubi a. ad latus b c. exeat perpendicularis a d. Aio, quòd id, quod ſub a d. b c. comprehenditur, rectangulũ eſt totius cubicæ ſuperficiei pars 12^a. Patet: nam tota cubi ſuperficies diuiditur in 12. triangula ſingula æqualia, & ſimilia ipſi triangulo a b c. Et ex a d. in b c. producitur duplum trianguli a b c. per 41^a. primi.



14 QVOD ſub perpendiculari à centro baſis octahedri ad latus, & ſub ipſo latere comprehenditur, rectangulum eſt totius ſolidi areæ pars 12^a. A centro baſis octahedri e. ad latus f g. cadat perpendicularis e h. Aio, ꝙ id, quod ſub e h. f g. comprehenditur, rectangulum eſt totius octohedri ſuperficiei pars 12^a. Patet hæc, ſicut præcedẽs. habet enim tota octahedri ſuperficies 24. triangula æqualia ſingula ipſi $\triangle^{lo}$ e f g. adducta 41^a. primi.



Manifeſtum

Manifeſtum eſt ergo, quòd cubica ſuperficies ad octahedri ſuperficiem, eſt ſicut rectangulum, quod ſub latere cubi & ei perpendiculari à centro comprehenditur; ad rectangulum quod ſub latere octahedri & ei perpendiculari à centro circuli continetur.

A CENTRO circuli ad latus trianguli æquilateri in circulo deſcripti perpendicularis dimidium eſt ſemidiametri eiuſdem circuli. In circulo a b c. ſit triangulum æquilaterum a b c. A cuius centro d. exeat perpendicularis d e. Aio, quòd d e. eſt dimidium ſemidiameter d b. Producatur enim d e. ad periferiam in punctum f. & connectatur b f. quod erit latus hexagoni: & ideo æquale ſemidiameter per 15^{a}. quarti. Quare, ſi à quadratis ipſarum d b. b f. æqualibus auferatur quadratum ipſius b e. per penultimam primi, ſupererunt quadrata ipſarum d e. e f. æqualia. Quare d e. e f. æquales. & ideo d e. perpendicularis dimidium eſt ipſius d f. ſemidiameter. quod eſt propoſitum. Idem conſiſtit in 3° corollario 15. præmiſſi. 15



SESQVITERTIA ratio dupla eſt eius, quam habet tota cubi ſuperficies ad totam octahedri ſuperficiem. Inſpice figurationes 13^{a}. & 14^{a}. præcedentium. ſitque a. baſis cubi: e. vero baſis octahedri intra duos circulos inuicem æquales deſcriptæ per 12ª huius. quoniã ſolida in eadem ſphæra locari ſupponuntur. Quoniam igitur quadratum a. & triangulum e. in circulo ſunt æqualibus: ideo ratio dupla eius, quam habet b c. ad ipſam f g. erit ſicut 4. ad 6. per 15^{a}. præmiſſi. Dupla verò ratio eius, quam habet a d. ad ipſam e h. eſt ſicut 6. ad 3. Nam, per præcedentem e h. eſt dimidium ipſius a c. ad quod dimidium ipſa a d. potentialiter dupla eſt. Sed ex his duabus duplis, per 24^{a}. ſexti, componitur ratio dupla eius, quam habet rectangulum ſub ipſis b c. a d. contentum ad rectangulum ſub ipſis f g. e h. comprehenſum. Igitur, per æquam proportionem, ratio 4. ad 3. dupla eſt eius, quàm habet rectangulum ipſarum b c. a d. ad rectangulum ipſarum f g. e h. Sed hæc ratio, per corollarium antepræmiſſæ, eſt ſicut cubica ſuperficies ad octahedricam ſuperficiem. Ergo & ratio 4. ad 3. dupla eſt rationis, quam habet cubica ſuperficies ad octahedricam ſuperficiem. hoc eſt ſeſquitertia: ſicut proponitur demonſtrandum. 16

CVBICA ſuperficies ad octahedri ſuperficiem eſt ſicut pyramidis latus ad octahedri latus in eadem ſphæra. Nam pyramidis latus ad ſphæræ diametrum, per 16^{a}. præmiſſi, potentialiter eſt ſicut 4. ad 6. ſphæræ autem diameter ad octahedri latus, per 17^{am} eiuſdem, eſt ſicut 6. ad 3. potentialiter. Ergo per æquam proportionem, pyramidis latus ad octahedri latus, potentialiter erit, ſicut 4. ad 3. hoc eſt ſeſquitertia: 17

Sed

ſed per precedentem, cubica ſuperficies ad octahedri ſuperficiem ſeſquitertia eſt potentialiter. Sequitur ergo vt cubica ſuperficies ad octahedri ſuperficiem, ſit ſicut pyramidis latus ad octahedri latus. quod eſt propoſitum.

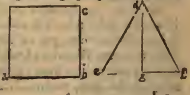
18 SICVT eſt cubi ſuperficies ad octahedri ſuperficiem, ſic cubi ſolidum ad octahedri ſolidum in eadem ſphæra. Exeant enim à centro ſphæræ ad ſingulos ſolidorum angulos ſemidiametri. Sic enim cubus ſecabitur in ſex pyramides quadratas: octahedrum verum in octo pyramides triangulas. Eruntque perpendiculares à centro ad baſes tam illarum, quam harum pyramidum, per 9^am^ huius, vel per corollarium 12^æ^ huius, inuicem æquales. Intelligantur itaque geminæ pyramides ſub faſtigio dictæ perpendicularis ambæ. Quarum vna a. cuius baſis ſit omnibus cubi baſibus æqualis. altera b. cuius baſis ſit omnibus octahedri baſibus æqualis. Eritque per ſextam vndecimi pyramis a. æqualis cubo. pyramis verò b. æqualis octahedro. Et quoniam ſub eodem ſunt faſtigio, erit pyramis a. ad pyramidem b. ſicut baſis a. ad baſim b. Quare & cubi ſolidum ad octahedri ſolidum erit, ſicut cubi ſuperficies ab cubi ſuperficiem. Quod fuit demonſtrandum.

Manifeſtum eſt ergo, quòd cubi ſolidum ad octahedri ſolidum eſt, ſic pyramidis latus ad octahedri latus in vna ſphæra contentorum, hoc eſt potentialiter ſeſquitertium.

19 DVPLA, decemque viceſimas ſeptimas ſuperpartiēs ratio eſt, ſicut ratio cubicæ baſis ad octahedricam baſim duplicata, ſolidorum in eadē



ſphæra locatorum. Eſto a b c. quadratum cubi. d e f. triangulum octahedri eiuſdem ſphæræ. Aio, ꝙ ratio 64. ad 27. dupla eſt eius, quā habet quadratum a b c. ad triangulum d e f. Cadat enim d g. ad baſim e f. perpendicularis. Et quoniam quadratum a b c. & triangulum d e f. per 12^am^ huius, in eodem circulo inſcribuntur: ideo latus a b. ad ipſum d e. potentialiter erit ſubſeſquialterum, hoc eſt, ſicut 8. ad 12. per quindecimam præmiſſi & ſequentia corollaria. Sed d e. ad ipſam d g. per primam huius, ſicut 12. ad 9. Per æquam ergo proportionem a b. vel b c. ad ipſam d g. potentialiter erit, ſicut 8. ad 9. Item d e. ad ipſam e g. potentialiter eſt, ſicut 12. ad 3. Rurſus ergo per ęquā proportionē, a b. ad ipſam e g. potentialiter erit, ſicut 8. ad 3. verùm ratio quadrati



abc.ad triangulum d e f. componitur ex ratione a b.ad ipſam e g. & ex ratione b c. ad ipſam a g. Ergo ratio dupla quadrati a b c. ad triangulum d e f.componetur ex duplis rationibus earundem. & quoniam, dupla eius,quam habet a b.ad ipſam e g.fuit, ſicut 8.ad 3.hoc eſt,ſicut 64.ad 24.Dupla autem eius,quam habet b c.ad ipſam d g. fuit ſicut 8. ad 9. hoc eſt,ſicut 24.ad 27. Ideo, per æquam proportionem, dupla eius,quam habet quadratum a b c.ad triangulum d e f.erit ſicut 64.ad 27. quod fuerat demonſtrandum.

SESQVITERTIA ratio dupla eſt eius, quam habet cubica baſis ad pyramidis baſim in eadem ſphæra. Patet. Nam per præmiſſam, ratio 64. ad 27. dupla eſt eius, quam habet cubica baſis ad octahedricam baſim. Item per 10^{am} huius, ratio 9.ad 16. hoc eſt ratio 27. ad 48. dupla eſt eius, quam habet octahedrica baſis ad pyramidis baſim. Per æquam ergo proportionem, ratio dupla eius, quam habet cubica baſis ad pyramidis baſim,eſt ſicut 64. ad 48. & ideo ſicut 4.ad 3. hoc eſt, ſeſquitertia.ſicut proponitur.Hoc idem poſſes concludere laterum rationes componendo,ſicut in præcedenti. 20

Hinc manifeſtum eſt, quòd cubica baſis ad pyramidis baſim eſt ſicut tota cubi ſuperficies ad totam octahedri ſuperficiem. Et ſicut ſolidum ad ſolidum. & ſicut pyramidis latus ad octahedri latus. conſtat enim hoc ex præſenti 16^{a}. 17^{a}. & 18^{a}. præmiſſis.

TRIPLA ratio dupla eſt eius, quam habet cubica ſuperficies ad pyramidis ſuperficiem in eadem ſphęra. Nam,per 16^{am} huius,ſeſquitertia ratio, ſcilicet 12. ad 9. dupla eſt eius, quam habet cubica ſuperficies ad octahedricam ſuperficiem.Item per corollarium. 10^{e}. ratio 9. ad 4. dupla eſt eius, quam habet octahedri ſuperficies ad pyramidis ſuperficiem. Per ęquam ergo proportionem, ratio 12. ad 4. hoc eſt, tripla, dupla eſt eius, quam habet cubica ſuperficies ad pyramidis ſuperficiem. Quod eſt propoſitum. 21

CVBVS triplus eſt ad pyramidem in eadem ſphęra deſcriptam. 22
Nam,per 18^{am} huius,ratio ſeſquitertia,hoc eſt 36 ad 27.dupla eſt eius, quam habet cubus ad octahedrum. Item,per vndecimam huius,ratio 27.ad 4.dupla eſt eius,quam habet octahedrum ad pyramidem. Ergo, per ęquam proportionem, ratio 36.ad 4. dupla eſt eius, quam habet cubus ad pyramidem. Sed hęc eadem ratio 36. ad 4.per 11^{am} octaui, dupla eſt eius, quam habet 6. ad 2. Ergo cubus ad pyramidem, ſicut 6.ad 2 hoc eſt ſicut 3.ad 1.videlicet triplus. ſicut proponitur demonſtrandum.

Id idem poteſt aliter oſtendi. Erecta enim pyramide ſuper baſim cubi ad altitudinem cubi: hæc pyramis quadrata erit æqualis tetrahedro. Sed cubus ad hanc pyramidem triplus per 7^{a}. 11. Ergo idem

cubus ad tetrahedrum triplus. Quod autem pyramis ipſa cubi ęqualis ſit tetrahedro, patet. quoniam per 20ª. huius, ſeſquitertia ratio dupla eſt eius, quam habet baſis cubicæ pyramidis ad baſim tetrahedri. Rurſum ſeſquitertia ratio dupla eſt eius, quam habet faſtigium tetrahedri ad faſtigium cubicæ pyramidis, per 2ᵘ corollarium. 18ᵉ præmiſſi libelli. Ergo baſes cubicæ pyramidis, & tetrahedri reciprocæ ſunt celſitudinibus. Quare per 9ª vndecimi, cubica pyramis tetrahedro æqualis eſt. quod ſupererat demonſtrandum.

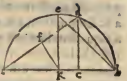
Idem ſequitur, ſi pyramidis vel tetrahedri columnam triangulam erigas: quæ cum ſit tripla tetrahedro & æqualis cubo: rurſus arguitur cubus ad tetrahedrum triplus. Quod autem prædicta columna triangula ſit æqualis cubo: patet, quoniam baſes in ipſis ſunt altitudinibus reciprocæ per corollarium dictum, & per 20ª. huius.

Idem aliter, & quarto modo demonſtrabimus (quæ curioſitas eſt ingeniorum) Sic. Diameter ſphæræ potentialiter tripla eſt ad latus cubi ſibi inſcripti, per 18ª præcedentis. Ergo ad eius dimidium (quanta eſt perpendicularis à centro ſphæræ ad baſim cubi per 8ª. huius) erit duodecupla. Item, per 5ª. huius, ſphæræ diameter eſt trigecupla ſexcupla ad perpendicularem à centro ſphæræ ad baſim pyramidis. Igitur perpendicularis cubi, ad perpendicularem pyramidis potentialiter erit tripla. Quoniam vero ex ductu perpendicularis à centro ſphæræ ad baſim ſolidi regularis, in totam ſuperficiem ſolidi producitur, triplum ſoliditatis: idcirco triplum ſoliditatis cubi ad triplum ſoliditatis pyramidis rationem habet compoſitam ex rationibus duabus, ſcilicet ex ratione perpendicularium & ex ratione ſuperficierum. Sed perpendicularis cubi ad perpendicularem pyramidis, dudum oſtenſa fuit potentialiter tripla. Cubica vero ſuperficies ad pyramidis ſuperficiē, per 21ᵃᵐ huius potentialiter quoq; tripla eſt. Igr̃ ratio tripli ſoliditatis cubicæ ad triplū ſoliditatis pyramidis, potētialiter ſumpta, cōponetur ex duabus triplis rationibus. Quare potētialiter erit nonupla. Et ideo triplum cubi ad triplum pyramidis erit nonuplum potētialiter. Vnde & cubus ad pyramidem item potentialiter nonuplus: & perinde in magnitudine triplus. ſicut tribus alijs proceſſibus dudum demonſtratum fuit. Et hic eſt quartus demonſtrationis modus.

REPETITIO PRO CALCVLO.

ET QVONIAM, ingenioſe Lector, harū diametrorum, laterum, perpendicularium ratio & collatio conſtat per calculum: ideo repetemus hic omnia, quæ circa ſphæram, pyramidem, octahedrum & cubum tradita ſunt, in lineamento & calculo, vt repetita melius teneantur. Sic. Super diametrum a b. centrumque k. ſtet ſemicirculus

a d b.

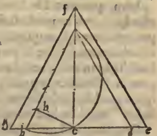


a d b.ſitq; a c.dupla ipſius c b.& excitatis perpẽdicularibus c d. k e. k f. Connectantur a d.d b. b e.Vnde conſtabit ex 16^{am} præmiſſi, quòd poſita a b.diametro ſphæræ,erit a d.latus pyramidis in ſphæra deſcripti. Per 17^{am} e b.latus octahedri. Per 18^{am} b d.latus cubi Per 4^{am} huius,a c.perpẽdicularis à vertice pyramidis ad baſim. Per 5^{am} huius,k c.perpendicularis à centro ſphæræ ad baſim pyramidis. Per 6^{am} huius k f.perpendicularis à cẽtro ſphæræ ad baſim octahedri. Nam per 8^{am} eſt dimidium ipſius b d. Et per 9^{am} æqualis perpendicularis à cẽtro ſphæræ ad baſim cubi. Item ex 16ª præmiſſi, conſtat c d.eſſe ſemidiametrum circuli circũſcribentis baſim pyramidis. Per 12^{am} quoq; huius,patet triãgulũ octahedri,& quadratum cubi ab eodem circulo circumſcribi. Namq; b e.latus octahedri ad ſemidiametrũ dicti circuli triplum: & b d.latus cubi ad eandem ſemidiametrum eſt potentialiter duplum. Cum illud latus ad hoc ſit potẽtialiter ſeſquialterum. Exponetur nunc in tabella numerarius calculus, per quem nihilominus omnia demonſtrantur.

A b.diameter ſphæræ ſupponitur	12
b k. ſemidiameter eius	6
a d.latus pyramidis	r. 96
b e.latus octahedri r. 72 | b d. latus cubi	r. 48
a c.perpendicularis à vertice pyramidis ad baſim	8
c b.exceſſus diameter ſuper dictam perpendicularem	4
k c. perpendicularis à centro ſphæræ ad baſim pyramidis	2
k f. perpendicularis à centro ſphæræ ad baſim octahedri & etiam ad baſim cubi.	r. 12
c d. ſemidiameter circuli circumſcribentis baſim pyramidis	r. 32
Semidiameter circuli circumſcribẽtis quadratum cubi & triangulum octahedri	r. 24

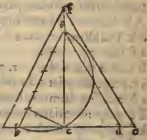
Ad quam videlicet latus octahedri (quod & trianguli) triplum: latus vero cubi(quod & quadrati)duplum eſt.

Quæ quidem pertinent ad tria ſolida, ſcilicet pyramidem, octahedrum & cubum.



ET NE quid intẽtatum relinquatur, ſubiungemus nunc duorum, quæ reſtant,ſolidorũ lineamentum & calculũ. Ponatur a b.ſemidiameter ſphæræ:ſuper quam deſcribatur ſemicirculus b c a. Et in diametro,ſit a h.quadrupla reſidui b h. Et excitata h c. perpendiculari, coniungatur b c. c a. & producantur vtrinque. Sitq; ipſi a b.æqualis b d.atque cõnectatur a d.quæ,per 21^{am}.

præmiſſi, erit latus icoſahedri deſcripti in ſphæra, cuius ſemidiameter a b. Et quoniam a h. quadrupla eſt ipſius h b. Ideo quadratum ipſius a c. quadruplum erit quadrati b c. & a c. dupla ipſius b c. & b d. æqualis ipſi a b. Iam, per 11ª. ſecundi, quod fit ex a c. in ipſam c b. æquum eſt quadrato ipſius c d. atque ideo per 16ª. ſexti. ſi a c. ſecetur ſecundùm extremam & mediam rationem; maior eius portio erit c d. Vel quoniam a b. ad ipſam b c. potentialiter quincupla eſt: ideo a c. (quæ dupla eſt ipſius b c.) diuiſa ſecundùm extremam & mediam rationem, maior eius portio erit c d. per 2ᵃᵐ præmiſſi libri. Producatur c a. & ponatur c f. latus cubi in dicta ſphæra locati. Quod quidem ad ſemidiametrum potentialiter ſeſquitertium eſt. ad ipſam vero a c. ſicut 5. ad 3. & agantur e f. f g. ipſis d a. a b. æquidiſtantes. Vnde ex ſimilitudine triangulorum ſequetur proportio linearum. Atque per 7ᵃᵐ præmiſſi, ſicut ipſius a c. ſecundùm extremam & mediam rationem diuiſę maior portio eſt c d. ita & ipſius c f. ſimiliter ſectę maior pars erit c e. Cumque c f. ſit latus cubi: iam per 20ᵃᵐ præmiſſi, c e. ſiet latus dodecahedri in eadem ſphæra clauſi.



Si autem ponatur a c. ſemidiameter circuli vel latus hexagoni: Tunc, quoniam a c. per mediam & extremam rationem ſectæ maior portio eſt c d. Ideo per 12ᵃᵐ præmiſſi c d. erit latus decagoni à tali circulo circumſcripti. & per 13ᵃᵐ a d. latus pentagoni.

Et quoniam a c. ad ipſam a b. ſemidiametrum ſphæræ potentialiter eſt ſicut 4 ad 5. Et ipſius a c. dicto modo diuiſę maior portio eſt c d. Ideo ſequitur hoc corollarium, quòd ipſum a d. latus icoſahedri poteſt ipſas a c. c d.

Item, quoniam a b. ſemidiameter ſphæræ potentialiter quincupla eſt ad ipſam b c. quod eſt dimidium ipſius a c. ideo diameter ſphæræ potentialiter etiam quincupla eſt ad totam a c. quæ eſt ſemidiameter circuli circumſcribentis pentagonum, cuius latus eſt ipſum a d. latus icoſahedri in tali ſphæra locati. Quod autem linea a d. ſit latus pentagoni in dicto circulo poſiti, patet per 13ª. præmiſſi: quoniam poteſt ipſa a c. c d. latera hexagoni & decagoni à tali circulo clauſulorum. Et habes ſecundùm hoc corollarium.

Conſtat etiam quòd ſphæræ ſemidiameter æqualis eſt dimidio lateris hexagoni & lateri decagoni in circulo prædicto deſcriptorũ pariter acceptis. Namque a b. ſphæræ ſemidiameter æqualis fuit ipſi b d.

quæ

quæ componitur ex b c, dicto dimidio, & ex c d. latere decagoni. Et hoc eſt tertium corollarium.

Notandum etiam quòd hæc eadem corollaria ſequebantur in deſcriptione & lineamento 19. prætendentis libri.

Si ſphæra circumſcribat dodecahedrum & cubum: tunc latus cubi eſt linea, quæ ſubtendit angulum in pentagono dodecahedri. Et hoc etiam corollarim conſtat in 20. præmiſſi.

Nunc veniamus ad praxim calculi theoriam comprobantes: & ſphæræ ſemidiametrum partium 6. ſicut antea, ponentes.

A b. ſemidiameter ſphæræ	6	c f. latus cubi	r. 48
a h.	$4\frac{4}{5}$	c g.	r. 12
h b.	$1\frac{1}{5}$	c e. latus dodecahedri. r. 60. m̃	r. 12
c h	$2\frac{2}{5}$		
a c	r. $28\frac{4}{5}$	Quæ ſingula reſpondent	
b c	r. $7\frac{1}{5}$	iis, quæ ſuperius de-	
a d. latus icoſahedri. ſcilicet r. v. 72. m̃. r. $1036\frac{4}{5}$		monſtrantur.	

Hactenus quæ circa latera & baſes ac perpendiculares pyramidis, octahedri, atque cubi & eorum collationes. nec non circa latera icoſahedri atque dodecahedri conſyderanda ſunt, tradidimus. Deinceps ad perpendiculares, baſes, ſuperficies ac ſoliditates horum duorum, & collationem demonſtrandam venlemus. & hinc ſecundum hunc libellum terminabimus.

A Centro ſphæræ ad baſim icoſahedri recta perpendicularis maior eſt, quàm perpendicularis ab eodem cētro ad baſim cubi in eadem ſphæra conſtituti. Patet. Nam circulus circumſcribēs quadratum cubi, maior eſt circulo circumſcribente triangulum icoſahedri. Nam ille circulus, per 12ª huius, circumſcribit triangulum octahedri. quod triangulum maius eſt triangulo icoſahedri, quod circumſcribit hic. Ergo ſi quadrata horum ſemidiametrorum ſingula ſubtrahantur à quadrato ſemidiametri ſphæræ; ſupererunt per penultimam primi, quadrata perpendicularium à centro ſphæræ ad ipſas ſolidorum baſes. Per ſubtractionem igitur minoris quadrati, ſupererit maius quadratum, & ideo maior perpendicularis. Quoniam igitur minor eſt circulus circumſcribens baſim icoſahedri, & ideo minus quadratum eius ſemidiameter; ideo maior erit perpendicularis à cētro ſphæræ ad baſim icoſahedri, quàm ab eodem centro perpendicularis ad baſim cubi. Quod eſt propoſitum. Poterat & prius oſtendi, quòd 23

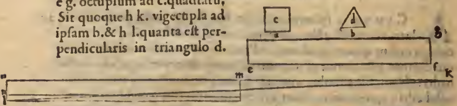
perpendicularis icoſahedri maior eſt, quàm perpendicularis octahedri (quoniam illius triangulum minus eſt) & ideo maior, quàm perpendicularis cubi, ſicut demonſtrandum proponitur.

24 Maius eſt icoſahedri latus ſphæræ, intra quam deſcribitur, ſemidiametro. Intuere deſcriptionem vltimæ præcedentis libelli: in qua a h. & m b. ſunt æquales: & harum vtralibet maior, quàm m l. & ideo maior, quàm k l. & ideo maior, quàm h m. Igitur m b. aſſumit de ſemicirculo pluſquàm tertiam partem: ergo maius eſt m b. quàm latus hexagoni in ipſo circulo deſcripto. Quare latus icoſahedri maius ſemidiametro ſphæræ. quod eſt propoſitum. Idem conſtat in lineamēto prædictæ repetitionis. vbi a d. longum quàm a b. quoniā c d. longior, quàm b c. & ſimiliter conſtat propoſitum.

25 Dvo quadrata, quæ ex ſphæræ diametro ſimul ſumpta æqualia, ſunt ſuperficiei cubi in ſphæra conſtructi. Per 18a enim præmiſſi libelli, quadratum, quod eſt ſphæræ diametro triplum, eſt quadrato cubiti lateris: cumque ſex quadrata cubi perficiant cubicam ſuperficiem, patet propoſitum.

Hinc manifeſtum eſt, quòd octo quadrata, quæ à ſphærica ſemidiametro, adæquant cubicam ſuperficiem.

26 Viginti triangula æquilatera maius ſunt, quàm octo quadrata ſuper eiſdem deſcripta lateribus. Vt ſi ſint ſuper lineas a b. æquales, quadratum c. & triangulum d. æquilaterum: Aio, quòd 20. triangula æqualia ſingula triangulo d. maius ſunt, quàm 8. quadrata ſingula æqualia quadrato c. Sit enim e f. octupla ad lineam a. & f g. æqualis ipſi a. eritque rectangulum e g. octuplum ad c. quadratū. Sit quoque h k. vigecupla ad ipſam b. & h l. quanta eſt perpendicularis in triangulo d.



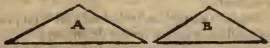
Et erit triangulum h k l. vigecuplum ad triangulum d. Secta quoq; per æqualia h k. in puncto m. erit rectangulum l m. æquum rectangulo h k l. per 41a. primi. Eritque f g. ad ipſam h l. potentialiter ſeſquitertia; per primam huius. Sed h m. ad ipſam e f. per hypotheſim, ſicut 5. ad 4. & ideo potentialiter ſicut 25. ad 16. Maior ergo eſt ratio h m. ad ipſam e f. quàm ratio ipſius f g. ad ipſam h l. Sit itaque ſicut h m. ad ipſam e f. ſic f g. ad ipſam h n. Eritq; per 8a quinti h n. minor, quàm h l. Fiat ergo rectangulum m n. quod, per 13am ſexti, erit æquum rectangulo e g. propter reciprocam laterum rationem. Quare rectangulum l m.

maius

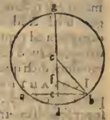
maius erit rectangulo e g. fuit autem rectangulum l m. æquum triangulo h k l. & ideo vigecuplum ad triangulum d. Et rectangulum e g. octuplum ad c. quadratum. Igitur dictum vigecuplum maius dicto octuplo: Quod erat demonſtrandum. Imò 19. triangula huiuſmodi excedunt dicti quadrati octuplum. vt docet ipſa rationum compoſitio.

ICOSAHEDRI ſuperficies maior eſt, quam cubi in eadem ſphæra 27
poſiti ſuperficies. Nam, per præcedentem, viginti triangula æquilatera ſuper ſemidiametro ſphæræ cõſtituta maius ſunt, q̃ octo quadrata ſup eadẽ ſemidiametro deſcripta. Sed p 24^{am} huius, latus icoſahedri maius eſt ſphæræ, in qua locatur, ſemidiametro. A' fortiori ergo 20. triangula ſuper latus icoſahedri conſtituta, maiora ſunt, quàm octo quadrata ſup ſemidiametro ſphæræ deſcripta. Sed 20. triangula huiuſmodi cõponũt totam icoſahedri ſuperficiẽ. Et octo quadrata ſemidiametri ſphæralis, per 25^{am} conflant totam cubi ſuperficiẽ. Ergo & icoſahedri ſuperficies maior erit, quàm cubi ſuperficies. ſicut demonſtrandum proponitur.

ICOSAHEDRVM maius eſt cubo ſecum in vna ſphæra deſcri- 28
pto. Patet. Nam perpendicularis à centro ſphæræ ad baſim icoſahedri maior eſt, per 23^{am} huius, quàm perpendicularis ab eodem centro ad baſim cubi. Et, per præcedentem, ſuperficies icoſahedri maior eſt, quàm cubi ſuperficies. Quam ob rem, ſi eductis à centro ſphæræ rectis ad angulos ſolidorum diſtinguantur ipſa ſolida in pyramides: deinde fiat pyramis, cuius baſis ſit omnibus icoſahedri ſimul ſumptis baſibus æqualis, celſitudo verò æqualis perpendiculari à centro ſphæræ ad baſim ſolidi: quæ pyramis ſit, A. Mox fiat alia pyramis, cuius baſis ſit æqualis toti cubi ſuperficiei: celſitudo verò æqualis perpendiculari ad baſim cubi: quæ pyramis ſit B. Iam per 6^{am} duodecimi, pyramis a. icoſahedro, pyramis vero b. cubo æqualis erit. Et quoniam pyramis A. & baſi & faſtigio ſuperat B. pyramidem: erit proculdubio maior eadem. Quare & icoſahedrum cubo maius erit. quod eſt propoſitum.



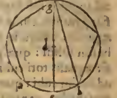
QVÆ à circuli centro in pentagoni latus in ipſo circulo deſcripti 29
perpendicularis ducitur, dimidia eſt ſimul vtriuſque & eius, quæ ex centro & lateris decagoni in eodem circulo deſcripti. In circulo a b g. cuius centrum c. ſit e c. perpendicularis ad a b. latus pentagoni: quæ producatur ad periferiam in punctum d. eritque b d. latus decagoni: Tunc aio, quòd c e. æqualis eſt dimidio ipſius c d. & dimidio ipſius bd. in rectum coniũctis. Sumatur enim ipſi e d. æqualis e f. & connectatur



b f. & quoniam angulus g c b. duplus eſt ad angulũ d. vel b. p 32ᵃᵐ primi: & quadruplus ad angulum b c d. per vltimam ſexti. ideo angulus d. vel b. duplus eſt ad angulum b c d. Quare angulus b f d. ipſi d. angulo æqualis duplus eſt ad angulum b c d. & per 32ᵃᵐ primi, ad ipſum angulum f b c: ipſi igitur b c f. f b c. anguli inuicem æquales. Quare lineæ c f. f b. b d. inuicem æquales. Cumque ipſæ f c. c d. iunctæ faciant duplum ipſius c e. iam & ipſæ b d. c d. ſimul ſumptæ facient duplum eiuſdem c e. Ergo & dimidia ipſarum b d. c d. coniuncta facient ipſam c e. ſicut proponitur demonſtrandum.

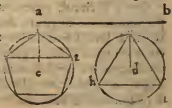
30 QVADRATA, quod à latere pentagoni, quodque ex eius angulum ſubtendēte, ſimul ſumpta, quincuplum ſunt quadrati, quod ex circuli pentagonum circumſcribentis ſemidiametro. Sit a b. latus pentagoni b e. latus decagoni: b c. ſubtendens angulum pentagoni c d e. diameter circuli a b c. centrum autem d. Aio, quòd quadrata linearum a b. b c. ſimul quincuplum faciunt quadrati d c. vel c d. Quod ſic oſtenditur.

□.d e.
□.d e. } — p pen. primi — □ e.c — { □.c b.
□.d e.
□.d e. { □.b e. } — p 13 ſimiſt. — □.a b.
□.d e ———————— □.d e.



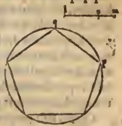
Hinc manifeſtum eſt, quòd quadrata, ex latere dodcahedri & ex latere cubi in eadem ſphæra locatorum ſimul ſumpta, quincuplum faciunt quadrati, quod ex ſemidiametro circuli pentagonum dodecahedri circumſcribentis, fit. Nam ſi ſphæra circumſcribit dodecahedrum & cubum, latus dodecahedri cum ſit a b. erit cubi latus a b c. ſicut in 20ᵃ præmiſſi, vel per poſtremum corollarium repetitionis conſtitit.

31 IDEM circulus comprehendit dodecahedri quinquangulum & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorum. Eſto in ſphæra, cuius diameter a b. clauſi dodecahedri baſis c. & in eadem ſphæra deſcripti icoſahedri baſis d. Sintque hæ duæ baſes intra circulos e f g. & h k. quorum ſemidiameter c f. d k. centra c d e Aio, quòd æquales ſunt c f. d k. Si enim a b. potentialiter quincupla ad ipſam l m. quæ in puncto n. ſecetur ſecũdùm mediam & extremam rationē.



& maior

& maior portio ſit l n. Sitque circulus p q. cuius ſemidiameter ſit l m quod erit latus hexagoni: & l n. latus decagoni, in circulo p q. deſcriptorum per 12ª præmiſſi. Quare quadratum lateris p q. pentagoni ſcilicet in ipſo circulo p q. deſcripti, erit æquum quadratis ipſarum l m. l n. per 13am præcedentis. Per corollarium autem ſecundum repetitionis, h k. latus icoſahedri eſt æquale ipſi p q. & ideo quadratum ipſius h k. erit æquale quadratum ipſarum l m. l n. Sed a b. potentialiter tripla eſt a d. e g. latus cubi, per 18am præmiſſi. qui.ſ.cubus dictæ ſphæræ inſcribitur per vltimum coroll.repetitionis. Et ſi e g. ſecetur ſecundùm extremam & mediam rationem: maior portio erit e f. per 10ª præmiſſi. Ergo per 7ª. euſdem. ſicut e g. ad ipſam l m. ſic e f. ad ipſam l n. Quare per 21ª ſexti, quadratum ipſius e g. ad quadratum ipſius l m. ſicut quadratum ipſius e f. ad quadratum ipſius l n. Et ideo, per 13ª quinti, ſicut aggregatum quadratorum e g. e f. ad aggregatum quadratorum l m. l n. ſic quadratum ipſius e g. ad quadratum ipſius l m. Et per 15ª quinti, & permutatam proportionem, triplum quadratorum e g. e f. ad aggregatum quadratorum l m. l n. ſicut triplum quadrati ipſius e g. ad triplum quadrati ipſius l m. Triplum autem quadrati ipſius e g. eſt quadratum ipſius a b. per 18am præmiſſi. Sed quadratum ipſius a b. quincuplum ad quadratum ipſius l m. Ergo triplum quadrati ipſius e g. quincuplum ad quadratum ipſius l m. Quare triplum aggregati quadratorum e g. e f. quincuplum eſt ad aggregatum quadratorum l m. l n. & ideo ad quadratum ipſius h k. Per 15am autem præmiſſi, quincuplum quadrati ipſius h k. quindecuplum eſt ad quadratum ipſius d k. & per 3cam huius, triplum aggregati quadratorum e g. e f. quindecuplum eſt ad quadratum ipſius e f. Itaque quindecuplum quadrati ipſius e f. æquale eſt quindecuplo quadrati ipſius d k. Igitur quadrata ipſarum e f. d k. ſunt inuicem æqualia. Et perinde ipſæ e f. d k. æquales. Quod fuerat demonſtrãdum.



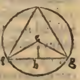
PERPENDICVLARES à centro ſphæræ ad baſes dodecahedri & icoſahedri ab ipſa ſphæra circumſcriptorum ſunt æquales. Namque huiuſmodi perpẽdiculares cum ſemidiametris circulorum baſes ipſas circumſcribentium & ſemidiametris ſphæræ ad angulos baſium excitatis faciunt triangula rectangula. In quibus cum duo latera, ſcilicet ſphæricæ ſemidiametro, & duo latera, ſcilicet ſemidiametri circulorum baſes circumſcribentium, per præcedentem ſint æqualia, erunt per penultimam primi: duo reliqua latera, ſcilicet perpendiculares, inuicem quoque æqualia, ſicut oſtendendum proponitur. 32

QVOD

33 Qvod ſub perpendiculari à centro baſis dodecahedri ad latus, & ſub ipſo latere comprehenditur, rectangulum eſt totius ſuperficiei dodecahedricę pars triceſima. A centro baſis dodecahedri a. ad latus eius b c. exeat perpendicularis a d. Aio, quòd id, quod ſub a d. b c. comprehenditur, eſt totius dodecahedri ſuperficiei pars 30ª. Patet. Nam tota dodecahedri ſuperficies diſſecatur in 60. triangula æqualia ſingula & ſimilia ipſi a b c. triangulo. Et ex a d. in b c. producitur duplum trianguli a b c. per 41ª primi. hoc eſt duo triangula, quæ ſunt pars 30ª. ſexagenarij.

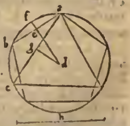


34 Qvod ſub perpendiculari à centro baſis icoſahedri ad latus & ſub ipſo latere continetur, rectangulum eſt totius icoſahedricæ ſuperficiei pars triceſima. A centro baſis icoſahedri e. ad latus f g. cadat perpendiculari e h. Aio, quòd id, quod ſub e h. f g. eſt totius icoſahedri ſuperficiei pars 30ª. Patet. Nam tota icoſahedri ſuperficies diſpenſatur in 60. triangula æqualia ſingula & ſimilia e f g. triangulo. & ex e h. in f g. producitur ipſius e f g. trianguli duplum. quod de ſexaginta ſuſcipit partem triceſimam.



Manifeſtum eſt ergo, quòd dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem eſt, ſicut rectangulum quòd ſub latere dodecahedri & ei perpendiculari à centro continetur, ad rectangulum, quod ſub latere icoſahedri & ei perpendiculari à centro baſis comprehenditur. Patet ex præmiſſis & ex 15ª quinti.

35 Dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, eſt ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, in ſolidis ſcilicet ab eadem ſphæra contentis. Eſto a b. quidem latus pentagonæ baſis dodecahedri: a c. verò latus trianguli icoſahedrici in eodē circulo a b c. (vt præmiſſa 31ª. oſtendit) deſcriptorum: quoniam ſolida ipſa in eadem ſphæra contineri ſupponuntur. Sintque à centro d. ad ipſa latera perpendiculares d g. & d e. quæ ad periferiam producta diſtinguat ipſum pentagoni latus fa. Tādem h. linea ſit latus cubi eiuſdem ſphæræ. Demonſtrādum eſt, quòd dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem eſt, ſicut h. linea ad a c. lineam. Hoc modo. Nam d fa. in rectum poſita, per 11ª præcedenti ſecūdùm mediam & extremam rationem ſecta eſt. & maior eius portio d f. Sed per 29ª. huius, dimidio ipſius d fa. æqualis eſt d e. At d g. per 15ᵃᵐ. huius, eſt dimidium ipſius d f. Ergo, per conuerſam, ſeptimæ præmiſſi, ipſius d e. diuiſæ ſecundùm mediam



extre-

extremamque rationem, maior portio eſt d g. Ex 20ª. autem præmiſſi, patet, quòd ipſius h. lateris cubici media & extrema ratione diuiſi maior portio eſt a b. latus dodecahedricum. Igitur, per 7ª præcedentis, ſicut h. ad ipſam a b. ſic e d. ad ipſam d g. Quare, per 15ª. ſexti, quod fit ex h. in d g. æquale eſt ei, quod ex a b. in ipſam e d. Sed per primam ſexti, ſicut quod fit ex h. in ipſam d g. ad id, quod fit ex a c. in ipſam d g. ſic eſt h. ad ipſam a c. Ergo erit ſicut h. ad ipſam a c. ſic quod fit ex a b. in e d. ad id, quod ex a c. in d g. Verùm ea eſt per corollarium præcedentis, ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. Quam ob rem & illa ſuperficies ad hanc, ſicut h. cubicum latus ad ipſum a c. icoſahedricum latus. ſicut proponitur.

Ex dodrante diametri in dextantem lineæ angulum pentagoni ſubtendentis fit æquale pentagono, quod à circulo circumſcribitur, rectangulum. Eſto in circulo a b c. pentagonum æquilaterum a b c. vbi centrum ſit d. diameter b d e. quam a c. linea ſubtendens angulum pentagoni a b c. ſecet in puncto g. Dico itaque quòd ex a h. quæ ſit dextans, hoc eſt $\frac{5}{6}$ ipſius a c. in b f. quæ dodrans eſt ipſius b c. hoc eſt $\frac{3}{4}$ producitur rectangulum æquum areę pentagoni totius a b c. Hoc modo. Per 41ª. primi, quod fit ex b d. in a g. duplum eſt ad triangulum a b d. ergo, quod fit ex b f. in a g. triplum trianguli a b d. quodque ex b f. in g h. duplum ad triangulum a b d. Quare quod fit ex b f. in a h. quincuplum trianguli a b d. & ideo æquale toti pentagono: ſicut demonſtrandum fuit. 36

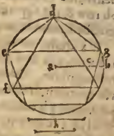


Rvrsvm oſtendere, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic eſt dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, in eadem ſphæra conſcriptorum. Deſcriptioni præcedentis addatur triangulum æquilaterum b k l. Eritque pentagonum a b c. baſis ipſius dodecahedri. Et triangulum b k l. baſis ipſius icoſahedri in eadem ſphæra locatorum. per 31ªm huius. Item a c. latus cubi, adhuc in eadem ſphæra deſcripti per 20ªm præcedentis. Per præmiſſam itaque, ex b f. quæ terminatur in latere trianguli k l. per 15ªm huius vel præmiſſi. in ipſam a h. producitur area pentagoni a b c. & ex b f. in f k. producitur triangulum h k l. per 41ªm primi. Quare, per primam ſexti, pentagonum a b c. ad triangulum b k l. ſicut a h. ad ipſam k f. Igitur per 15ªm quinti & æquam proportionem duodecuplum pentagoni a b c. tota videlicet ſuperficies dodecahedri, ad vigecuplum trianguli b k l. totam ſcilicet ſuperficiem icoſahedri: ſicut duodecuplum. lineæ a h. ad vigecuplum lineæ k f. Sed duodecuplum ipſius a h. eſt decuplum ipſius a c. (quoniam a h. eſt 37

dextans

dextans ipſius a c.) At vigecuplum ipſius k f. eſt decuplum ipſius k l. (quoniam k f. dimidium ipſius k l.) Ergo ſuperficies dodecahedri ad ſuperficiem icoſahedri, eſt ſicut decuplum ipſius a c. ad decuplum ipſius k l. & ideo ſicut a c. quod eſt latus cubi, ad k l. quod eſt latus icoſahedri: quod rurſus demonſtrandum proponebatur.

38 Si ſecetur linea ſecundùm extremam & mediam rationem: potens quod ſub tota & quod ſub maiori portione ad potentem, quod ſub tota & quod ſub minori comprehenditur, erit ſicut cubi latus ad icoſahedri latus in eadem ſphæra locatorum. Secetur a b. in puncto c. ſecundum extremam & mediam rationem. ſitq; maior eius portio a c. & ſuper a. centro, ad ſpacium a b. deſcribatur circulus d e f. in quo ſit pentagonū d e f. ſcilicet baſis dodecahedri. & d f. latus icoſahedri eiuſdē ſphæræ per 31ª huius. Eritq; e g. latus cubi, in eadem ſphæra per 20ªᵐ. præmiſſi. Linea verò h. poſſit quadrata ipſarum a b. a c. linea verò k. poſſit quadrata ipſarum a b. b c. Et demonſtrandum erit, quòd ſic eſt e g. ad ipſam d f. ſicut h. ad ipſam k. ſic. Per 11ªᵐ præcedentis, linea a c. eſt latus decagoni in circulo d e f. Quare, per 13ªᵐ eiuſdem, d e. latus pentagoni poteſt ipſas a b. & a c. & ideo æqualis ipſi h. Per 15ªᵐ quoque præmiſſi, d f. potentialiter tripla eſt ad ipſam a b. Et per 4ªᵐ eiuſdem k. tripla eſt potentialiter ad ipſam a c. Ergo, per 21ªᵐ ſexti, ſicut d f. ad ipſam a b. ſic k. ad ipſam a c. Et permutatim d f. ad ipſam k. ſicut a b. ad ipſam a c. Et quia per 10ªᵐ præcedentis, diuiſa e g. ſecundùm medium extremamque rationem, maior eius portio eſt e d. Ideo, per 7ªᵐ eiuſdem e g. ad ipſam d e. ſicut a b. ad ipſam a c. Igitur per 11ªᵐ quinti e g. ad ipſam d e. ſicut d f. ad ipſam k. Et permutatim e g. ad ipſam d f. ſicut d e. ad ipſam k. Sed d e. ad ipſam k. ſicut h. ad k. (quoniam d e. & h. æquales) propterea e g. ad ipſam d f. ſicut h. ad k. Quod fuit demonſtrandum.



39 Dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum, in eadem ſphæra, eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem. Nam excitatis à ſphæræ centro ad ſingulos ſolidorū angulos ſemidiametris, diſtinguetur dodecahedrum in 12. icoſahedrum verò in 20. pyramides. Perpendiculares autem à centro ad baſes tam illarum, quàm harum pyramidum, per 32ªᵐ huius ſunt æquales, quæ ſunt ipſæ pyramidum celſitudines. Conſtruantur itaque geminæ ſub præfata celſitudine pyramides, quarum vna A. cuius baſis ſit omnibus dodecahedri baſibus æqualis: altera B. cuius baſis ſit omnibus icoſahedri baſibus æqualis. Eritque per 6ªᵐ. vndecimi, pyramis A. æqualis dodecahedro.

pyramis

pyramis verò B. æqualis icoſahedro. & quoniam eiuſdem ſunt celſitudinis: erit pyramis A. ad pyramidem B. ſicut baſis A. ad baſim B. Quare & dodecahedrum ad icoſahedrum, ſicut illius ſuperficies ad huius ſuperficiem. Quod fuit demonſtrandum.



Manifeſtum eſt ergo, quòd ſicut cubi latus ad icoſahedri latus, ſic dodecahedri ſolidum ad icoſahedri ſolidum.

Oſtenſum eſt ergo, quòd prædictorum quinque ſolidorum in vna ſphæra conſtructorum maximum eſt dodecahedrum. Nam per præcedens corollarium, hoc maius eſt icoſahedro. Item icoſahedrum maius fuit cubo, per 28^{am} huius. Cubus quoque per 18^{m} corollarium, excedebat octahedrum. Hoc quoque, ſi non mentitur vndecima, pyramide corpulentius extiterat. Superficierum quoque ordo non alius erit. Nam per 35^{s}. vel 37^{s}. huius, dodecahedri ſuperficies maior erat icoſahedri ſuperficie. Hæc autem per 27^{s}. ſuperabat cubicam. Rurſus hæc per 27^{s} maior erat octahedri ſpolio. Quod tandem ad totam pyramidis aream, per 10^{m} corollarium erat ſeſquialterum.

Nec minus manifeſtum eſt, per præcedens corollarium & vltimam præcedentis libelli, quòd cuius ex his corpus eſt maximum & ſuperficies maxima, eiuſdem latus eſt minimum. Contra verò, cuius ſoliditas minima & ſuperficies minima, eiuſdem latus eſt maximum. Et in totum magnitudinis laterum ordo conuerſus eſt ad ordinem ſuperficierum, & ſoliditatum.

EVCLIDIS ELEMENTORVM
LIBER QVINDECIMVS, SOLIDORVM Quintus, & Corporum regularium tertius,

Ex traditione Maurolici

PROPOSITIONES.

1 IN DATO cubo pyramidem deſcribere. Protrahe ſex baſium cubi diametros ad quatuor ex cubi angulis concurrentes. Tales enim diametri erunt ſex latera intus locatæ pyramidis.

2 IN pyramide octahedrum conſtruere. Diuide ſingula pyramidis latera per æqualia,& diuiſionum puncta per 12. rectas coniunge. Nam tales coniunctæ continebunt latera inſcripti octahedri.

3 IN cubo octahedrum includere.Coniunge ſex baſium cubi centra per duodecim rectas:quæ quidẽ incluſum octahedrum configurabũt.

4 IN octahedro cubum fabricare. Octo triangulorum centra continua per duodecimam rectas.quippe quæ & latera incluſi cubi erunt.

5 IN octahedro pyramidem collocare. Octahedro cubum per præmiſſam: & cubo pyramidem include per primam. Eadem enim ab octahedro circumſcribetur.

6 IN icoſahedro dodecahedrum coaptare. Coniunge 20.triangulorum cubi centra per 30ta. lineas. quæ quidem dodecahedrum ita formabunt,vt eius anguli dictis centris ſinguli ſingulis incidant.

7 IN dodecahedro icoſahedrum effingere. Duodecim pentagonorum centra collige productis 30.chordis.Sic enim anguli clauſi icoſahedri tangent centra baſium claudentis dodecahedri.

8 IN dodecahedro cubum ſtatuere.In ſingulis pentagonis, ſingulas rectas, quæ pentagoni ſubtendunt, angulos, protrahe. Sic 12. rectæ conflabunt ſex quadrata cubum conſtruentia incluſum.

9 IN dodecahedro octahedrum componere. Sex dodecahedri latera, quarum bina ſunt per diametrum oppoſita & æquidiſtantia per æqualia diuide. & puncta diuiſionum connecte per duodecim lineas, quæ incluſum octahedrum formabunt.

10 IN dodecahedro pyramidem accommodare. Inſcribe dodecahedro cubum per 8^{a}. Et cubo pyramidem include per primam. Nam pyramis claudetur etiam à dodecahedro.

11 IN icoſahedro cubum condere. Icoſahedro dodecahedrũ per 6^{a}. Et dodecahedro cubũ.p 8^{a}.iugere.qui & ab icoſahedro circũſcribetur.

IN icoſahedro pyramidem figurare. Icoſahedro cubum ex præcedenti, cuboque pyramidem ex prima ad commoda. Ipſa enim & in icoſahedro ſtatuetur. 12

SCHOLIVM.

Notandum, quòd hæ mutuæ corporum regularium inſcriptiones eſſent & eſſe poſſent viginti. Sed pyramidi ſolum octahedrum cõuenit inſcribi. Cubo autem pyramidem & octahedron ſolummodo. octahedro ſolum pyramidem & cubum. Icoſahedro quidẽ tria, Pyramidẽ, cubum & dodecahedrum. Denique dodecahedro cætera quatuor ſingula coaptari poſſunt. Vnde non iniuria ſolidum hoc cœlo cuncta comprehendenti aſſimilauere. Quandoquidem pyramidem, propter formam, igni; cubum propter ſtabilitatem terræ; Icoſahedrum propter mobilitatem, Aquæ; Octahedrum, propter ſenos cardinalium locorum angulos, Aëri & huic magno elementorum inani vendicaſſent.

IN quolibet dictorum ſolidorum ſphæram inſcribere. A centro ſphæræ ſolidum circumſcribentis duc ad vnam baſium ſolidi lineam perpendicularem per 11am vndecimi: ad cuius ſpacium ſuper centro ſemicirculum, & ſemicirculo circumducto ſuper diametrum, ſphærã deſcribe. quippe quæ (propter æqualitatem perpendicularium) tanget ſingulas ſolidi baſes, cui inſcribitur: tanget, inquam, in punctis illis, quæ perpendicularium caſus ſuſcipiunt. 13

Vnde manifeſtum eſt, quòd ſphæræ inſcriptæ intra octahedrum & cubum, à ſphæris æqualibus comprehenſos ſunt æquales. Idemque de icoſahedro & dodecahedro dicendum. Cum per 9am. & 32am. pręmiſſi, perpendiculares à centris ſphærarum ad baſes talium corporum ſint æquales. quæ perpendiculares ſunt, per præmiſſam, ſphærarum corporibus inſcriptarum ſemidiametri. FINIS.

Sequitur calculus laterum & perpendicularium figurarum planarum & ſolidarum.

Latera figurarum æquilaterarum circulo inſcriptarum, cuius diameter ſupponitur pedum 12. ſecundùm terminos numerarios.

Trianguli	r. 108
Quadrati	r. 72
Hexagoni	6
Decagoni	r. 45. m̃. 3
Pentagoni	r v — 90. m̃. r. 1620
Octogoni	r v 72. m̃. r. 2592
Dodecagoni	r 54. m̃. r. 18

Lineæ pedum 6. ſecundùm extremam & mediam rationem diuiſæ maior portio eſt. r 45. m̃. 3. Minor verò portio. 9. m̃. r. 45

Latera

Latera quinque corporum regularium ſphæra inſcriptorum, cuius dia-meter ſupponitur pedum 12. ſecundùm terminos numerarios.

Pyramidis, ſiue tetrahedri	r. 96
Cubi ſiue hexahedri	r. 48
Octahedri	r. 72
Icoſahedri	r. v—72. m̄ r. 1036 $\frac{4}{5}$
Dodecahedri	r. 60. m̄ r. 12

Lineæ r. 48. ſecundùm extremam & mediam rationem diuiſæ maior portio eſt r. 60. m̄. r. 12. Minor verò portio. r. 108. m̄ r. 60

Perpendiculares à centro circuli, cuius diameter pedum 12. ad latera figurarum æquilaterarum in ipſo circulo inſcriptarum.

Ad latus trianguli	3
Ad latus quadrati	r. 18
Ad latus hexagoni	r. 27.
Ad latus decagoni	r v — 22 $\frac{1}{2}$ p. r. 101 $\frac{1}{4}$
Ad latus pentagoni	r. 11 $\frac{1}{4}$ p̄ 1 $\frac{1}{4}$
Ad latus octogoni	r. v — 18. p̄ r. 162
Ad latus dodecagoni	r. 13 $\frac{1}{2}$ p̄. 1 $\frac{1}{2}$

Perpendiculares à centro ſphæræ, cuius diameter pedum 12. ad baſes ſingulorum corporum regularium in ipſa ſphæra inſcriptorum.

Ad baſim pyramidis	2
Ad baſim octahedri & cubi	r. 12
Ad baſim icoſahedri & dodecahedri	r. v. — 12 p̄. r. 115 $\frac{1}{5}$

Semidiametri circulorum circumſcribentium baſes ſingulas quinque corporum regularium, in ſphæra cuius diameter duodecim pedum, inſcriptorum.

Circuli circumſcribentis baſim pyramidis	r. 32
Circumſcribentis triangulum octahedri & quadratum cubi	r. 24
Circumſcribentis triangulum icoſahedri, & pentagonum dodeca-hedri.	r v — 24. m̄ r. 115 $\frac{1}{5}$

Hinc poſſunt elici tam areæ, quàm ſoliditates. & multa, quæ curioſioribus relinquo.

MVSICÆ TRADITIONES CARPTIM COLLECTÆ.

Vel Muſica elementa Maurolyci ſtudio congeſta

AD LECTOREM.

Vt quàm pauciſſimis exponam Muſicæ principia, rationem, ac theoriam; exordium capiam à Boëtij clariſſimi ſententijs: qui ea, quæ à Græcis hauſit authoribus, optime literis mandauit, & de huiuſmodi negocio abunde diſſeruit: & rem omnem in compendium redigam.

BOETIANÆ MVSICÆ EPITOME.

MVSICAM non modò ſpeculationi, verùm etiam moralitati conducere. vnde modos canendi adcommodatos fuiſſe gentium, à quibus denominantur, moribus: vt Phrygium Phrygijs, Lygdium Lygdijs.

Thaletem Cretenſem, Gortynium magno precio conductum Lacedæmone pueros muſicam inſtruxiſſe.

Contrà, Timotheum Mileſium (cùm muſicam, adinuento chromatico genere multiplicaſſet, animoſque puerorum ob id molliores reddidiſſet) Spartiatas ſuccenſuiſſe.

Taurominitanum adoleſcentem ebrium, ſub phrygij modi ſono irritatum contra riualem à Pythagora, ſpondei ſuccentu redditum mitiorem.

Terpandrum quoque & Arionem Methymneum, Leſbios atque Iones grauiſſimis morbis cantus præſidio eripuiſſe. Similiter Iſmoniam Thebanum Bœotios ſciatico dolore cruciatos.

Empedocles, cùm quidam hoſpitem eius gladio furibundus impeteret, quòd eius ille patrem accuſatione damnaſſet; inflexiſſe modum dicitur canendi, & adoleſcentis iracundiam temperaſſe.

In bello quoque pugnantium animos tubarum clangore, ac tympanorum pulſu accendi liquidò conſtat.

Singulis ergo tonis ſuam ineſſe proprietatem, ſiue incitandi, ſiue ſedandi. vt poſtea patebit.

Triplicem eſſe Muſicam, mundanam, humanam, inſtrumentalem

vt ſcilicet prima ad maioris mundi. Secunda ad minoris compagem, tertia ſpectet ad artem naturæ diſcipulam.

Sonum eſſe percuſſionem aeris, ad auditum delatam. Percuſſionem autem ex motu corporum fieri.

Corpora verò maiora tardius ac rarius, minora velocius ac crebrius moueri.

Dein ex tardiore ac rariore motu grauiorem: ex celeri ac ſpiſſo acutiorem reddi ſonum.

Hinc ergo craſſiorem, longiorem, ac remiſſiorem neruum in cithara grauius ſonare: graciliorem verò, breuiorem aut intentiorem acutius. ſecundùm quantitatum aut intentionum rationem.

Sonum autem tunc fieri ex tremore tactæ chordæ crebris ictibus aerem percutientis.

Quod in tibijs, tubis, atque cannis, aer flatu, aut follibus impulſus, ac per foramina illiſus, reciproco ac tremebundo motu, anguſtias laterum reuerberans efficit.

Vnde viciſſim ad aeris aliunde tremefacti motum neruos intactæ citharæ tremere experientia nouimus.

Conſonantiam eſſe non æqualium, ſed diſſimilium vocum concordiam, vt ait Nicomachus: quamuis poſtulet ratio, vt vniſonæ voces à ſymphoniæ diffinitione non excludantur. ſicut nec vnitas à numeri, nec æqualitas à proportionis diffinitione.

Motus itaque corporibus proportionales eſſe, & ſonos motibus, ſecundùm ictuum numeroſitatem.

Et ideo ſonorum proportionem ex numerorum proportione ſumi.

Oportet enim muſicarum vocum proportionem eſſe rationalem. quandoquidem ex incommenſurabilibus ſonis nulla poteſt conſonantia exoriri.

Superpatientem tamen proportionem harmoniæ non conuenire, vt Pythagoricis & quibuſdam, excepto Ptolemæo, videtur.

Præcipuas conſonantias à primis quatuor numeris, vnitate ſcilicet, binario, triade, ac tetrade proportionem ſuſcipere. In his enim quatuor numeris contineri duplam, triplam, quadruplam, ſeſquialteram ac ſeſquitertiam proportiones.

Ex dupla diapaſon. Ex quadrupla diſdiapaſon. Ex tripla diapaſon cum diapente. Ex ſeſquialtera diapenten ſolam. Ex ſeſquitertia diateſſaron. Ex his duabus diapaſon conſtare.

Tonum autem ſeu phthongum eſſe differentiam, qua diapente ac diateſſaron inter ſe differunt: hoc eſt ſeſquioctauam proportionem.

Diphthongum verò, hoc eſt, ditonum ſuperari à diateſſaron ſemitonio minori: & eodem vinci tritonum à diapente. hoc eſt, dieſi. cuius

proportio

proportio eſt ſicut 256. ad 243.

Porrò dieſeos ab integro tono differentiam eſſe apotomen, quæ ſemitonium maius dicitur, terminos habens. 2187. & 2048.

Dieſeos & apotomes differentiam eſſe comma, qui exceſſus repræſentatur in his numeris 531441.& 524288.

Hinc autem propagari omnium vocalium interuallorum proportiones.

Senſus quandoque in iudicando falli. Ideoque magis rationi credendum.

Pythagoram caſu prætereuntem fabrilem per officinam, ex ictibus malleorum ſonitu audito, per eorum pondera exploraſſe conſonantiarum proportiones. Eaſque ſub his numeris contentas 12.9.8.6. In quibus patet dictarum proportionum & exceſſuum inter ſe cõnexio.

Hinc quoque Pythagoram in vaſibus canoris ac neruis temperaſſe menſuras ad reddendos talium proportionum ſonos: vt praxis ſpeculationi,& experimentum arti reſpondeat.

Quod autem infinitatem vocum humana ratio terminauerit, neceſſarium eſt. Omnis enim artis, non tantùm muſicæ, ſubiectum infinitum cùm ſit: opera tamen noſtra finem ſibi in ſpeculando, & operando ſtatuit. Solus enim Deus infinitus.

Auditum fieri ex aere percuſſo atque commoto ad aurem fluctuante. fluctuare quidem aerem ex ictu, quaſi aquam ex iactu lapidis circulariter, quàmuis non adeò velociter aqua fluctuet: & remiſſo paulatim motu, lenteſcere tandem ac ceſſare ſonum.

Muſicam vetuſtam ex quatuor neruis, aſſerit Nicomachus, conſtitiſſe ad exemplum muſicæ mundanæ ex totidem elementis cõſtructæ. Mercurium autem tetrachordi huius inuentorem fuiſſe, teſtudinis in Nilo, arefactis iam neruis, repertæ argumento.

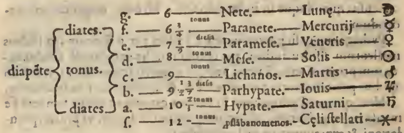
Quintam chordam adiectam à Chorebo, Attidis filio, Lydorum Rege. Sextam ab Hyagne Phrygio. Septimam à Terpandro Leſbio. Octauam à Lycaone Samio. Nonã à Prophraſto. Decimam ab Eſtraco Colophonio. Vndecimam à Timotheo Mileſio.

Verùm expoſito octochordo, ſuccedunt eodem ordine atque proportione, & interuallorum diſtributione chordę in infinitum.

Nam in primis à grauiſſima chorda, per binos tonos ac dieſim aſcendentes, terminamus diateſſaron. Rurſum per totidem tonos ac dieſim, & inde tonum repetentes complemus diapenten, & diapaſon ex vtraque conſtantem. Et quoniam hìc in tonum deſinimus: & idem ordo repetitus poſſit duos tonos; ecce iam fit tritonus. Verùm tertius illorum in dieſim & apotomen in chromatico genere diſpenſatur, ad temperandam tritoni duriciem. Quæ diuiſio per ſingulos etiam

tonos fieri poteſt : ſicut in cithara , cæteriſque inſtrumentis fieri conſueuit.

Hic eſt ordo, hæc ſeries, hæc proportio, & proceſſus naturalis. Neruorum Græca vocabula, aut characteres nihil ad ſpeculationem conferre. Exponatur nunc cum ſuis interuallis & proportionibus octochordum: quod theoriæ ſatis eſſe poteſt.



Harum chordarum grauiſſimam ſtellato cœlo. Sequētem Saturno. Tertiam Ioui. Quartam Marti. Quintam Soli, mediam non immerito vocatam, ſicut Sol eſt planetarum medius. Sextam Veneri. Septimam Mercurio. poſtremam Lunæ. Namque grauiori chordæ, quæ craſſior, conuenit maior orbis. Quamuis M. Cicero hunc ordinem inuerterit.

Sed neque in diſtantijs orbium dictas vocum proportiones ſeruari, neque ex eorum motu ſonum fieri, aut audiri, philoſophicis rationibus conſtat.

Quare non dubium eſt eam collationem eſſe ſimplicem numeri, aut ordinis: nec quiſpiam aliter eſſe ſibi perſuadeat.

Tonum non poſſe diuidi per æqualia: quandoquidem toni ratio ſeſquioctaua non eſt, quæ quadrati ad quadratum numerum: & perinde medium proportionalem numerum, qui proportionem per æqualia ſecet, non ſuſcipit.

Sic non datur locus Ariſtoxeno tonum per æqualia ſecari debere, aſſerenti.

Nec minus erraſſe Philolaum: qui tonum in numeris 27. & 24. ſtatuens, 13. tribuit Dieſi. 14. Apotomæ. vnitate commati relicta.

Semitonium minus, hoc eſt dieſim maius eſſe tribus commatibus, minus verò quatuor.

Apotomen maiorem eſſe, quàm quatuor commata: minorem verò, quàm quinque.

Propterea tonum maiorem eſſe octo, minorem verò nouem commatibus. vt conſtat rationes componenti, aut ſubtrahenti.

Sequentes autem chordas ſynemmenas, hoc eſt coniunctas: par-

timque,

timque diezeugmenas, id eſt, diſiunctas: aut hyperboleas, ſcilicet excellentes vocari.

Cantilenarum genera eſſe tria, vt ait Archytas: ſcilicet diatomicum, quod per binos tonos, ſingulis dieſibus interiectis, procedit. Chromaticum mollius, cùm (tertio tono in dieſim & apotomē, vt iam dictum eſt, diuiſo) continuantur tria hemitonia. Enarmonicum, quod per armonica ſyſtemata vagatur.

Commenſurabilitatem percuſſionum efficere conſonantiam: & diapaſon eſſe principium conſonantiarum, ait Nicomachus.

Verùm poſtularet ratio, vt ſicut punctum continuorum, vnitas numerorum, æqualitas proportionum eſt baſis & principium; ita & vniſonus ſit conſonantiarum exordium.

Muſicas voces ſemper eſſe in ratione numerorum, & commenſurabiles. Nam incommenſurabilitas non recipit conſonantiam, nec vocis ſcitum terminum, cùm ſit ignota.

Optimas conſonantias in multiplicibus & ſimplicioribus proportionibus conſiſtere.

Neruum non aliter tremere, quàm ſecundùm tenorem proprium, poſſe: vnde aer per neruum tremefactus, viciſſim non alij, quam vniſono neruo communicat tremorem.

Tropos, vel modos octo, eſſe totidem interuallorum diapaſon ſpecies, ſecundùm diuerſa exordia ſumptas. Eos autem eſſe Dorium, Hypodorium. Phrygium, Hypophrygium. Lydium, Hypolydium. Mixolydium, Hypomixolydium.

Vocales differentias, ſecundùm graue & acutum Ariſtoxenus in qualitate, Pythagoras & Ptolemæus in quantitate ponebant. Et vtriq; verum dicere, meo iudicio, poſſe videntur. Quid enim obſtat, qualitatem per quantitatis gradus intendi ac remitti? Nonne Phyſici rerum frigiditatem aut calorem quantitatiuis (vt ſic dicam) terminis metiuntur?

Licebit ergo & muſicis, has vocum qualitates (quando à corporibus, quorum ex motu generantur, ortum habent) proportionalibus determinare numeris.

MAVROLYCVS AD LECTOREM.

Hactenus ſummam Boëtianæ Muſicæ exarauimus. Eſt enim operæprecium vniuerſam materiam paucis perpendere. Nunc ſub paucis concluſionibus eiuſdem ſcientiæ ſpeculationem perſtringemus, ordinem fortaſſe meliorem ſequentes, aut aliquid omiſſum reſarcientes.

1 SONVS fit ex motu, ictu, colliſione, aut fragore corporum, aerem tremefaciente.

2 Corpus magis denſum tremit velocius, ſicut chorda ænea neruo. & intentus neruus remiſſo.

3 Item corpus minus tremit velocius. ſicut neruus magis tenuis, vel breuior. & cãna vel tibia minor propter velociorẽ motum aeris illiſi.

4 Tremor velocior facit ſonum acutiorem.

coroll. Vnde ſequitur, vt denſius corpus, vt ænea chorda, quàm neruus, & ænea canna, quàm plumbea ſonet acutius. Vtque minus corpus, vt neruus ſubtilior vel breuior, & anguſtior fiſtula ſonet acutius.

5 Itaque cùm acumen & grauitas ſint qualitates vocum aut ſonorum; fiunt etiam à qualitatibus & magnitudinibus corporum, aerem motu tremefacientium.

6 Si denſitates corporum ſonos generantium, fuerint in proportione, fuerint magnitudinibus reciprocæ; fit vt generentur ſoni vniſoni.

7 Hoc autem totum intellige, ſi ſeruetur ſimilitudo corporum. Nam diuerſitas formæ (quamuis corpora ſint eiuſdem materiei & quantitatis) diuerſificat ſonum.

coroll. Vnde manifeſtum eſt, qualitatem ſoni diuerſificari ex qualitate materiæ, magnitudine corporis, & forma inſtrumenti.

8 Aerem à neruo à neruo, & viciſſim hunc ab illo ad eundem tenorem tremente tremefieri. Hinc fit, vt intactæ citharæ neruus, ſecundùm vniſoni nerui prope tacti, tremefiat tantùm.

9 Vniſonum eſſe initium conſonantiarum: ſicut vnitas numerorum. æqualitas proportionum: & baſis graduum principium eſt. Et perinde perfectiſſimam eſſe ſymphoniarum, propter correſpondentium ictuum eiuſdem numeri.

10 Conſonantias conſiſtere in proportionibus commenſurabilibus.

Nam

Nam incommenſurabiles ſonos impoſſibile eſt concordare : ſicut impoſſibile eſt correſpondere tremores incommenſurabilium velocitatum, quandoquidem concordantia, ſiue conſonantia fit ex ictuum correſpondentia.

Præcipui numeri generant concinniores ſymphonias. Vnde poſt vniſonum, qui ſedem habet in baſi monadica, proportio dupla, quæ ſignificatur ab vnitate & binario, præcipuis numerorum, facit præcipuam conſonantiam,& quæ propagantur ab ea, faciunt conſonantias perfectas,propter correſpondentiam ictuum. 11

Inde proportio ſeſquialtera ſignificata per binarium & ternarium facit diapente non tantæ perfectionis : quoniam in correſpondentia ſecatur integrum, cum vnitas tardioris poſcat vnum cum dimidio velocioris. 12

Poſt hanc ſeſquitertia conſiſtens in ternario & quaternario facit diateſſaron,adhuc minus ſuauem,adeò vt dubium ſit an conſonantijs ſit adnumeranda:cum à Ptolomæo ſolo admittatur. 13

Vnde ex dictis conſtat,quòd multiplicitas perfectiorem facit conſonantiam , quàm ſuperparticularitas. & præcipui numeri, quàm ſuccedentes.Quoniam vbi manifeſtior eſt ictuum correſpondentia,ibi ſymphonia conſurgit ſuauior. Coroll.

Diapente cum diateſſaron continuata cõſtituit diapaſon. quoniam ſeſquialtera cum ſeſquitertia proportionibus componunt duplam. 14

Earum verò differentia tonus eſt, vt patet in octochordo, per hos numeros 12. 9. 8. 6. 15

Tonus bis ablatus à diateſſaron, relinquit minus quàm dimidium toni: quod interuallum dieſis dicitur. 16

Vnde & tonus ter ablatus à diapente reſiduat eandem dieſim.Cum ipſarum diateſſaron & diapente differentia ſit tonus. 17

Sic diapaſon ex dictis duabus compacta,conſtabit ex quinque tonis & dieſibus,vt in octochordo apparet. 18

Ex quibus quidem liquet,quod naturalis cantus non per anfractus proportionum,hoc eſt non per incognitas proportiones,ſed per interualla ex præcipuis numeris propagata procedit. Id eſt, vt per tonum, tonũ,ac dieſim aſcendens inueniat diateſſaron: percurſoq; alio tono, diapenten terminet : Adhuc per tonum, dieſim & tonum , (quæ eſt alia diateſſaron) diapaſon totumque octochordum perficiat. Hic ergo vocabitur legitimus & à natura conſtitutus ordo vocum : ſicut poſtulat & dictat ratio:quem vocat diatonicum:ꝙ per tonos & ſemitonia procedat.Qui proceſſus iterum,atque iterum & deinceps infinities repetitus ita binos tonos & ſingulas dieſes admittit, triplicato inter repetendum tono:vt octauo quoque loco generetur diapaſon. Coroll.

19 Admiſſio autem triplicati toni, & ſi ad perficiendum vbique diapaſon interuallum neceſsaria, dura tamen fuit canentibus. Vnde, ad talem duritiem temperandam, artifices diuiſere tertium ex continuis illis tonum in ſemitonia. Itaque, ablata ex tertio tono dieſi, hoc eſt legitimo ſemitonio (quod eſt minus, quàm dimidium toni) relinquitur ibi apotomè, quæ maior eſt dimidio toni: & ideo ſemitonium maius dicitur. Atque ita recipiuntur immediatè tria ſemitonia.

20 His notatis, patet, quòd ſicut naturalis cantus procedit per binos tonos & ſingulas dieſes: ita tritonicos per tritonos. Chromaticus per ſemitonia ſuauior: quæ ſunt tria cantilenarum genera.

21 Hexachordum comprehendit ſimplices Symphonias, ſcilicet vniſonum, ditonum, diateſsaron, diapente, hexachordum. ſiue vniſonum, tertiam, quartam, quintam, ſextam. Hinc ratio hexaſyllabici contextus.

22 Nam diapaſon his ſingulis addita, generat compoſitas ſymphonias eiuſdem qualitatis, in ordine ſecundo, ſcilicet diapaſon, decimam, vndecimam, duodecimam, tredecimam.

23 Rurſus diapaſon his ſingulis continuata, componit ordinis tertij ſymphonias, ſcilicet diſdiapaſon, ſeptemdecimam. Duodeuiceſimam, vndeuiceſimam, ac viceſimam; à numero neruorum vocatas. Quæ complentur in ipſo Guidonis ingenioſiſſimi per manus ſiniſtræ iuncturas diſtincto icoſichordo.

24 Eodemque proceſsu, & per eandem diapaſon continuationem; quarti & quinti ordinis & ſequentium conſonantiæ coaptantur, ſicut in maioribus inſtrumentis, in infinitum fieri poteſt.

25 Sed cùm ſeptem hexachorda conficiant totum Guidonis icoſichordum, ſingula ſcilicet ſenas per ſyllabas, vt. re. mi. fa ſol. la. pronunciata, ſeptenis repetitis literis (vt octauo quoque loco eadem litera repetita diapaſon indicet) iam ex hexachordis primum, quartum, ſeptimum, quoniam admittit tritonum, ex tali duritie, ♮ quadrati, durique nomen ſortitur. Secundum autem & quintum, quoniam per binos tonos, ſingulaſque dieſes legitimè procedit, ac naturaliter, vocatur diatonicum. Tertium vero ac ſextum, quoniam tertium tritoni tonum in dieſim & apotomen, ad temperandam duritiem, partitur, ab ipſo b. rotundo. molliq; nomen accepit. Quæ diuiſio non ſolum hìc, ſed in ſingulis quoque tonis fieri poteſt. ſicut peritiſſimi cantores faciunt, & in inſtrumentis apparet.

26 Hexachordum ♮. quadrati ac duri & ſonori, iure incipit apud g. literam ſonoram. Diatonicum verò, naturale ac mediũ, rectè apud c. mediam inter ſonoram & aſpiratam. Chromaticũ vero, ac molle b. rotũdi, apud f. quæ ſapit naturã ipſius ✠. aſpiratæ molliſq; prolatiõis.

Item

Item B.litera eadem recipit fa.hexachordi mollis: & mi.hexachordi 27
duri: vt tranſitus hic vitaretur à cantoribus: quod eſt interuallum
apotomes. Tamen diuerſificat figuram apud fa. b.rotundi, vt denotet
facilitatem chromaticam. apud mi ♮. quadrati ad ſignificandam
tritonici generis duritiem. Atque ita cum figuræ varietate diuer-
ſitatem iudicat verum.

Exceſsus apotomes ſuper dieſim dicitur Comma. hoc eſt, ſectio. 28

Dieſis excedit tria commata & dimidium: minor autem quàm 29
quatuor.

Apotome maïor eſt, quàm quatuor commata & dimidium: minor 30
verò quàm quinque. Vnde manifeſtum eſt,

Tonum eſse maiorem quàm octo: minorem, quàm nouem com- corol.
mata. hæc ex calculo Boetij conſtant.

Neque igitur Ariſtoxenus qui tonum per æqualia: neq; Philolaus, 31
qui aliter diuiſit, audiendus eſt.

Tonos eſse modos canendi ſecundùm vſum nationum, ſcilicet 32
Dorium, Hypodorium. Phrygium, Hypophrygium. Ly-
dium, Hypolydium. Mixolydium, Hypomyxoly-
dium. Quorum ſedes ac proprietates
infrà exponentur.

Habes, Lector ingenioſe, vocum muſicarum originem, proportionem ac proceſſum. Conſonantiarum ac ſyſtematum colligātiam, Hexachordi ratione & triplicis generis tritonici, diatonici, atque chromatici contextum. Hinc tota muſicæ ſpeculationis ratio dependet. Exponam nunc icoſi. hordum Guidonis cum literis, numeris, ſyllabis & intervallis, vt hexachordorum proprietates, proportiones, voces, & conſonantiæ ſub vnum conſyderentur aſpectum.

4		c	la	
				tonus
$4\frac{1}{2}$		d	la ſol	
				tonus
$5\frac{1}{16}$		e	ſol fa	
				dieſis
$5\frac{1}{3}$	$5\frac{89}{128}$ apotome dieſis	{ ♮ b	mi fa	
				tonus
6		a	la mi re	
				tonus
$6\frac{3}{4}$		g	ſol re vt	
				tonus
$7\frac{19}{32}$		f	fa vt	
				dieſis
8		e	la mi	
				tonus
9		d	la ſol re	
				tonus
$10\frac{1}{8}$		c	ſol fa vt	
				dieſis
$10\frac{2}{3}$	$12\frac{25}{64}$ apotome dieſis	{ ♮ b	mi fa	
				tonus
12		a	la mi re	
				tonus
$13\frac{1}{2}$		g	ſol re vt	
				tonus
$15\frac{3}{16}$		f	fa vt	
				dieſis
16		e	la mi	
				tonus
18		d	ſol re	
				tonus
$20\frac{1}{4}$		c	fa vt	
				dieſis
$21\frac{1}{3}$	$25\frac{22}{32}$ apotome dieſis	{ ♮ b	mi	
				tonus
24		a	re	
				tonus
27		Γ	vt	

Notãdum, quòd pyramis habet quatuor angulos, & totidem baſes, quot vnitates ſupremus numerus in icoſichordo. Octahedrum ſex angulos, quot vnitates quintus numerus. & cubus totidem baſes. Item cubus octo angulos, & octahedrũ totidem baſes, quot vnitates octauus numerus. Icoſahedrum duodecim angulos, & dodecahedrum totidem baſes, quot vnitates duodecimus numerus. In quibus quidem numeris continentur præcipuæ conſonantiæ. Demum dodecahedrum ſortitur viginti angulos, & totidem baſes icoſahedrum, quot ſunt vniuerſæ chordæ huius icoſichordi Guidonici. Quod tam iucundum ſcitu, quàm notatu dignum & admirabile fuit.

Conſtat autem totum icoſichordum ex duplicata diapaſon & hexachordo. Siue ex triplicata diapente & vna diapaſon. Siue ex quadrudruplicata diapente, & vna diateſſaron. Siue ex quatuordecim tonis, & quinque dieſibus. vt patet numerorum proportiones conſyderanti.

AD LECTOREM.

Ut autem intelligas octo modorum ſeu modulaminum rationem & ordinem; repetenda eſt ſeptichordæ lyræ diſpoſitio, & ſeptem diſcrimina vocum.

SEPTICHORDÆ citharæ chorda media, quæ Meſe dicitur, quę ſoli aſſimilatur, habet tres chordas ſuperiores, & totidem inferiores, ſicut Sol tres planetas ſuperiores & totidem inferiores. Superiores chordæ ſunt Neate vel Nete, hoc eſt acuta: Paranete, hoc eſt, iuxta acutam. Parameſe, hoc eſt iuxta mediam. quæ ſingulæ ſingulis planetis ſuperioribus attribuuntur. Saturno, Ioui & Marti, ſecundũ Ciceronis ordinem. Inferiores chordæ ſunt, Lichanos, quæ indici digito adſcribitur. Parhypate, hoc eſt iuxta principalem. Hypate, hoc eſt principalis. ſub qua, Proſlambanomenos, chorda 8ª poſtremò addita, & coaſſumpta. Inferiores ſingulæ ſingulis planetis inferioribus vendicantur, Veneri, Mercurio, Lunæ. Duo tetrachorda conficiunt has ſeptem chordas, habentia communem terminum in chorda media. In chordis ſuperioris tetrachordi locantur quatuor modi canendi, qui dicuntur autentici, duces, ac præcipui, Dorius, Phrygius, Lydius, Mixolydius. In chordis inferioris tetrachordi ponuntur totidem modi canendi, placales, ſubiugales ac ſecundarij, Hypodorius, Hypophrygius, Hypolydius, Hypomixolydius. ſinguli ſingulis autenticis per diateſſaron ſubiacentes. Ita vt media chorda ſuſcipiat dorium autenticum Hypodorij infimi. & Hypomixolydium ſubiugalem ſupremi Mixolydij.

Mixolydij. Et quoniam in icoſichordo Guidonis ditonus & tritonus per interuallum dieſis diſtinguuntur alternis: idcirco non plures, quàm ſeptem chordarum poſitiones, hoc eſt, ſeptuplex varietas chordę fieri poteſt. Vnde, cùm modi ſint octo neceſſe eſt vt vna ex chordis ſuſcipiat duos modos. Itaque ex ſeptem chordis apud a. ♮. c. d. e. f. g. ſeptem literas poſitis. quæ apud d. eſt media in ditono. ♮ quę apud a. eſt ſuperior in tritono. Quæ apud e infra dieſim altam. Quæ apud ♮ infra dieſim imam. Quæ apud f. ſupra dieſim altam. Quæ apud c. ſupra dieſim imam. Quæ apud g. eſt inferior in tritono. Quam ob rem. litera d. ſuſcipit modum primum. a. ſecundum. e. tertium ♮ quartum f. quintum. c. ſextum. g. ſeptimũ. cui oportet aſſignari ſuum ſubiugalem apud d. qui locus eſt primi. Igitur primus adſcribitur Soli planetarum medio & præcipuo, qui dicitur dorius. Secũdus Lunæ, hypodorius. Tertius Marti phrygius. Quartus Mercurio hypophrygius. Quintus Ioui Lydius. Sextus Veneri hypolydius. Septimus Saturno Mixolydius. Octauus octauo cęlo, vel ſoli, cuius dies ſequitur diem Saturnì. Nam hæc modorum diſpoſitio imitatur ordinem planetarum in diebus hebdomadæ dominium & nomen habentium. Primus igitur modus, tertius, quintus & ſeptimus, ſunt autentici. Secundus autem, quartus, ſextus, octauus, ſunt ſubiugales: & ſinguli ſingulis autenticis per diateſſaron ſubiacentes, ſecundùm ordinem ſphærarum cœleſtium.

♮ ———
tonus
a. ———
tonus
6 ——— g ——— ♄ Nete.—Inferior in tritono.—Mixolydius 7
tonus
$6\frac{3}{4}$ —— f. ——— ♃ Paranete. Super dieſim altam.—Lydius 5
dieſis
$7\frac{1}{9}$ —— e. ——— ♂ Parameſe. Infra dieſim altam—Phrygius 3
tonus
8 ——— d. ——— ☉ Meſe.—Media in ditono. — Dori⁹ hypomixolydius 8
tonus
9 ——— c. ——— ♀ Lichanos.-Super dieſim imam- Hypolydius 6
dieſis
$9\frac{13}{27}$ ♮ ——— ☿ Parhypate. Infra dieſim imam—Hypophrygius 4
tonus
$10\frac{2}{3}$ —— a ——— ☽ Hypate—Supior in tritono—Hypodorius 2
tonus
12 —— g ———
tonus
f ———

Ex præ-

Ex prædictis patet, ꝙ in ſeptem literis cõſummatur omnis varietas in recipiendis modorum qualitatibus: adeo vt neceſſe ſit, in mediam chordam coincidere duos modos. Quod autem Ptolemæus addit hypermixolydium apud ſequentem literam A. quæ eſt octaua ab a. infima: hæc mihi non videtur additio, ſed tralatio hypodorij, ad eandem literam, eandem poſitionem chordæ ſuperioris in tritono: quæ tralatio fieri poteſt in vnoquoq; modo, ſi ſurſum per diapaſon transferatur, ad eandem ſcilicet literam. Nam ibi ſeruatur in modo idem ſpaciorum proceſſius. nec refert vtrum modulatus fiat acutior.

Primus igitur modus dorius, Solis ponitur in d. ſol. re.
Secundus Hypodorius, Lunæ. in A. re.
Tertius Martis Phrygius. in e. la. mi.
Quartus Hypophrygius Mercurij. In ♮ mi.
Quintus Lydius Iouialis. in f. fa. vt.
Sextus Hypolydius Veneris. in c. fa. vt.
Septimus Mixolydius Saturni. in g. ſol. re. vt.
Octauus Hypomixolydius, quoniam oportet vt (ſicut alij ſubiugales ſuis autenticis) per diateſſaron ſubiaceat Mixolydio; cadit in D. ſol. re. ſicut Sol quartus eſt à Saturno. Et ſicut ſolaris dies ſuccedit ſabbato. Quanquàm idem octauus modus (quando anteriores ſortiuntur ſingulos planetas) octauo cælo iure, quod ſaturnum ſequitur, adſcribi poteſt.

Formantur autem autentici à loco proprio aſcendendo per diapēte & diateſſaron. hoc eſt, per diapaſon: & inde tantundem deſcendendo. Plagales autem à ſede ſui quiſque autentici per diapenten aſcendunt: & inde per diapenten ac diateſſaron deſcendunt: vnde rurſus per diateſſaron aſcendunt, & in locum autenticorum ſimul deſinunt. Miſcentur tamen quandoque, & aut deficiunt, aut limites prætereunt, vt artificibus placet.

Primus modus (quia Solis eſt) ſonnolentiam ac pigritiam expellit: verbiſque iocoſis, lepidis ac facetis conuenit.

Secundus, Lunaris, ſomnum quietum ac lenem inducit: quo Pythagorici curas quiete, aut ſomno temperabant. Verbis enim mœſtitiam, fletumque prouocantibus: quietem ab anguſtijs & à ſeruitute libertatem vendicantibus congruit.

Tertius, Martialis, eſt incitatiuus, ſeuerus, aſper, iracundus, verbiſq; de prælio agentibus competit.

Quartus, Mercurij, blandus, garrulus, laſciuus, adulatorius, mitigatiuus, verbiſque monitorijs, blandientibus, ac detractorijs adſcribitur.

Quintus, iouialis, delectabilis, hilaris, modeſtus, nonnihilo petulans: lapſos ac deſperantes reuocat, verbiſque gaudium aut victoriam narrantibus vendicatur.

Sextus, Veneris, lacrymabilis, pius, deuotus, amatorius, verbiſque ad lacrymandum ob deuotionem, compaſſionem, vel lætitiam inducentibus attribuitur.

Septimus, Saturni, eſt partim iucundus, partim incitatiuus; quæſtuoſus, per ſaltum procedit inimicos, melancholicis & querulis verbis, & ijs, quæ tertio 4.5.& 8. competunt, conceditur.

Octauus, cœli ſtellati, triſtes, ac lentos ad mediocrem reducit lætitiam, eſt ſuauis, moratus, deprecatiuus: quo vtimur, cùm aliquam fœlicitatem, aut gloriam cum lacrymis impetrare optamus. verbiſque profunda, ac cœleſtia tractantibus conformatur.

AD LECTOREM.

Nec præcepta contexendi ſymphonias duarum, aut plurium vocum omittenda ſunt: vt ſicut theoricis, ſic etiam practicis aliquatenus ſatisfaciamus.

PRIMA Cãtoribus regula datur, ꝙ principia modulaminũ debent exordium ſumere à conſonantijs perfectis: quæ nõ eſt neceſsaria.

Secunda regula. Duas perfectas eiuſdem ſpeciei conſonantias non debere ſimul aſcendendo, vel deſcendendo, immediate poni.

Tertia regula. Inter duas perfectas eiuſdem generis conſonantias diuerſis vel conſimilibus motibus intenſas aut remiſsas, vna imperfecta, vt tertia vel ſexta debet media conſtitui.

Quarta regula. Plures perfectæ & diſſimiles cõſonãtiæ aſcẽdẽtes, vel deſcendentes poſsunt conſtitui. vt quinta poſt vniſonum 8ª. poſt 5ª.

Quinta regula. Duæ perfectæ concordantiæ ſimiles poſsunt immediatè poni, modò diſſimilibus procedant motibus. vt ſi octaua in acutum protendatur, altera 8. In graue remittatur. Et ſic de quinta.

Sexta regula. Cãtus, tenor, & grauis dñt inuicẽ eſſe cõtrarij in motu. vt ſi cãtus aſcẽdat, tenor deſcẽdat: & ècõtrario. Sed nõ eſt id neceſſariũ.

Septima regu. Cãtus & tenor ꝑ cõtrarios motus, ſuauiſſime trãſeũt. ex ſexta in octauã, ex vniſono in tertiã: & ecõtrario. Itẽ è ſexta minori ĩ quintã alterius partis motu, reliqua ſtãte. Idẽq; de cõpoſitis intellige.

Octaua regula. Cãtilenam in cõſonãtiam perfectã terminari debere.

Diſcordantiam in minimis notulis concedi.

Tres voces, quarum extremæ per dia paſon, media cum grauiore per diapenten, cum acutiore per diateſſaron ligantur, optimè concordant. ſicut & ab eis compoſitæ.

Tertiarum aut decimarum ſimul aſcendentium aut deſcentidẽrium, iucundum eſſe ac ſuauem proceſſum.

Aliquid

Aliquid nunc de Muſica & inſtrumentorum Authoribus primis dicendum, quantum compendij noſtri exigit anguſtia.

MERCVRIVM perhibēt teſtudinem à Nili vndatione deſtitutam repetiſſe; cuius à putrefactione ſoli inrenti ſuperfuiſſent neruiːquī tactum ſonitum redderent. Atque huiuſmodi ligneum conſtruxiſſe inſtrumentum, primò quidem quatuor fidibus, mox ſeptem inſtructum: vt Homerus eſt author in hymno ad Mercurium.

Mercurius, vt tradunt, Orphea docuit: Orpheus Thamyrim & Linum. Linus Herculem: à quo (quia ob ingenij tarditatem crebro vapulabat) lyra ipſa occiſus eſt. Item Amphionem, qui à ſeptem chordarum numero, totidem portarum vrbem Thebas extruxit.

Interempto autē à Thracibus mulieribus Orpheo, proiecta ipſius in mare lyra, fertur ad Anteiam vrbem perueniſſe Leſbi: & à piſcatoribus inuenta tradita Terpandro: Qui eam in Aegyptum tulit, & Aegyptijs oſtendit ſacerdotibus: à quibus factus eruditior, ac reuerſus dictus eſt ipſam inueniſſe.

Samius porrò Pythagoras in adytis templorum AEgypti fertur hanc Orphei antiquam heptachordon lyram, quam ibi Terpander appenderat, inueniſſe, & octauum ei adiecisſe neruum.

Palladem etiam tibiæ inuentricem fuiſſe perhibent: quam cum inflatis buccis inſonaret, atque ob id deformis in Deorum cœtu rideretur, eam abiecisſe: quæ à Marſya fuerit reperta. Qui ab Apolline ſuperatus non ſolùm palmam, ſed etiam pellem amiſit: quæ ex platani arbore vſque ad Domitiani tempora pependiſſe traditur.

Alceus tamen hanc tibiæ inuentionem Apollini adſcribit: cuius quidem rei fidem fecerit ſtatua quædam ipſius vetuſtiſſima apud Delon: quæ in dextera arcum, in ſiniſtra verò Gratias complectebatur: quarum vna lyram, tibiam altera, media verò fiſtulã ori admotam tenebat. Quod quidē Anticles & Iſter cõteſtãtur.

Iubal, filius Lamechis, pater canentium cithara & organo legitur in ſacris literis, & apud Ioſephum.

Dauidem Regem ac prophetam, multorum inſtrumentorum fuiſſe authorem.

Sambucam Troglodytæ iuuenere, vt Solinus.

Tubam æneam Piſcus Tyrrhenus, vt Plinius, aut multò antea Moyſes, vt Ioſephus.

Arcades primos in Latium inſtrumenta muſica tuliſſe, cùm antea fiſtulis paſtoralibus tantùm vterentur. author eſt Dionyſius.

Lacedæmones primùm tibijs in prælio vſos, Thucydides.

Cretenſes in bellum egreſſos, cithara præcinente. Gellius.

Parthos cum tympanis. Plutarchus, & Appianus.

Fiſtulæ inuentor Pan, teſte Plinio. & Virgil. Plectri Sappho, vt Suidas & Aelianus.

Hæc carptim hìc poſita, alibi latiùs tractantur. Exponetur calculus.



Ex hoc vltimo calculo Boëtius in 3. Arithmetię concludit, tonum eſſe maiorem, quàm 8. commata: minorem autem, quàm nouem.

Item dieſim eſſe maiorem, quàm tria commata, minorem autem, quàm quatuor.

Adhuc apotomen eſſe maiorem, q̃ quatuor cõmata, minorem autem q̃ quinque.

Cum verò apotomes exceſſus ſuper dieſim ſit comma: & earum congeries ſit tonus; ſequitur, vt apotome excedat commata quatuor & dimidium. & vt dieſis excedat tria commata & dimidium. vtque tales exceſſus ſint æquales.

VERVM animaduerte, ingenioſe Lector, q Boetius in determinandis his interuallorum collationibus, debebat vti differẽtijs proportionalibus, hoc eſt in proportione continua creſcentibus: non autem (ſicut facit) differentijs æqualibus. Id aũt fecit, vt vitaret multiplicationis laborem. Et tamen, ſicut nos proportionaliter calculando, experti ſumus, Boetius veritatis ſcopum attigit.

FRANCISCI MAVROLYCI ABBATIS MESSANENSIS DE LINEIS HORARIIS, LIBER PRIMVS.

Ad Illuſtriſſimum, & Excellentiſſimum dominum, D. Franciſcum Santapacium, Buteræ Principem, & Marchionem Lycodiæ, Meſſanenſium ſtrategum.

PRÆFATIO.

INTER *Mathematicas ſpeculationes Illuſtriſſ. princeps, Gnomica, quæ lineas tractat horarias, haud infimo loco ponenda eſt: cum ſit tam iucunda ſcitu, quàm uſui non commoda ſolùm, ſed etiam neceſſaria. Quæ cum diu maioribus noſtris fuiſſet incognita, paulatim mox adinuenta & à perſpicacioribus ingenijs illuſtrata fuit Anaximenes enim Mileſius Lacedæmone primus fertur horologium Sciotericum ab umbris cognominatum inueniſſe. Romæ autem id ſerius uſurpatum: ut cuius ciuibus militaris diſciplina magis curæ, quàm Syderalis eſſet. Primum enim in* XII. *tabulis ortus tantum & occaſus ſolis nominabatur. Poſt aliquot annos adiectus eſt & meridies: quem conſularis Accenſus prænunciabat: Sed hoc ſerenis tantùm diebus uſque ad primum bellum Punicum. Mox uerò horologium ſolarium à M. Val. Meſſala Cos. ſecundùm roſtra in columna poſitum eſt. ut ait M. Varro: Catana in Sicilia capta, Hemicyclium excauatum ex quadrato, ad enclimaque ſuccīſum Beroſus Chaldæus. Scapham ſiue hemiſpherium Ariſtarchus Samius, & diſcum in planitie. Araneam Eudoxus, ſiue prior Apollonius. Plinthum ſiue lacunar (quod in Circo Flaminio Romæ poſitum erat) Scopas Syracuſius: Atque alij alia horologiorum genera perhibentur inueniſſe. Scipio Naſica primus Romæ aquæ fluxu horas diuiſit, clepſydra ſub tecto poſita, anno ab urbe condita* DXCV. *Sed horologium ex aqua & hydraulicas machinas, Vitruuio authore, reperiſſe fertur Cteſibius Alexandrinus. Clepſydris multo poſt ſucceſſere harenariæ ampullæ. Horologia uerò, quæ rotis uerſantur, & æris crepitu horas indicant, ſunt multo recentiora. Verum ne de huiuſmodi machinis, neque de clepſydris, aut ampullis*

L pullis

fullis ſermo nobis erit: ſed tantùm de gnomicis lineis: qui ſunt horarij limites in plano quopiam ita deſcripti, ut erecti gnomonis umbra, ſole radiante, ſemper inſtantem horam, intra cuius fines terminatur, inſpicientibus oſtendat. Quicunque autem hæc noſtra legerint, animaduertent, multa fuiſſe prætermiſſa ab ijs, qui hactenus de huiuſmodi negocio conſcripſere: quæ quidem non ſolùm theoricis iucunda, ſed & practicis utilia tradcmus. Excipe igitur libellum hunc ſereno uultu, Princeps excellentiſſime, ut qui ſeueritate ſimul ac clementia prudentiſſime Mamertini regiminis frena moderaris; literatorum quoque, ut aſſoles, patrocinium ſuſcipias.

Vale, & uiue fœlix.

Aſtronomica quædam præambula. Cap. I.

SCIENDVM in primis, mundum eſſe ſphæram, quæ vertitur ab ortu ad occaſum rapidiſſimo diurno motu ſuper axe quodam, cuius extrema poli dicuntur. Tali autem motu à ſingulis punctis in ſphærica ſuperficie vbicunque receptis, integra conuerſione, ſingulos deſcribi parallelos circulos, quorum qui polo vicinior, minor eſt; qui autem medius inter polos, maximus eſt æquinoctialis vocatus: quem ſcilicet ſol in principio Arietis vel Libræ conſtitutus deſcribit: in ijs enim punctis æquinoctialem ſecat zodiacus, in cuius planā ſuperficiē ſol motu proprio contra mundum fertur. Secat, inquam, obliquè ad angulum, qui recti vnius quadrantem ac nonageſimam ferè habet. Horizon eſt circulus maximus in ſphæra manifeſtum hemiſphærium ab occulto diſterminans. Qui cum tranſit per mundi polos, rectus eſt: Obliquus verò, cum præter polos. Poli autem horizontis vertices habitantium in eo, ſeu zenit, appellantur. Circumferentiæ parallelorum extantes in manifeſto hemiſphærio, arcus diurni: & earum complementa in occulto, nocturni arcus dicuntur. Tamque hos, quàm illos ſingulos meridianus circulus maximus per mundi & horizōtis polos incedens per æqualia diſpeſcit. Horizon rectos parallelos ſingulos in ſemicirculos ſecat: Obliquus verò inæqualiter. Nam arcus diurni ab æquinoctiali ad manifeſtum polum ſumpti maiores ſunt nocturnis, & eo maiores, quò ab æquatore remotiores. Contrarium dic de arcubus ad occultum polum declinantibus. Declinatio ſtellæ, eſt arcus circuli per mundi polos & locum ſtellæ incedentis inter æquatorem & ſtellę locum receptus. Latitudo autem ſtellæ, eſt arcus circuli per zodiaci polos ducti inter zodiacum & ſtellæ locum. Aſcenſio recta, eſt arcus æquatoris cum quopiam zodiaci arcu in horizonte recto cooriens. obliqua verò in obliquo. Deſcenſio autem arcus cooccidens. Differētia

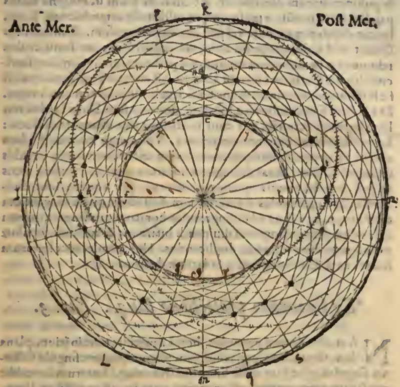
aſcen-

aſceſionalis eſt aſcenſionū rectę & obliquæ exceſſus: & talis ſemper eſt exceſſus quadrantis & arcus ſemidiurni ad eundē locum ſpectātis. Latitudo ciuitātis aut loci cuiuſpiā, eſt arcus meridiani inter æquatorē & loci verticem ſiue zenit receptus. Longitudo autem locorum, arcus æquatoris à meridiano ad meridianum computatus. Paralleli, quos tangit zodiacus, ſunt tropici Cancri & Capricorni, in principijs videlicet talium ſignorum a ſole deſcripti. Paralleli quoque per zodiaci polos ducti Arcticus & Antarcticus nominantur. Coluri autem ſunt duo circuli maximi per mundi polos intellecti: quorum alter per contactus tropicorum, quæ ſunt ſolſtitialia puncta: reliquus per ſectiones æquatoris & zodiaci, quę ſunt æquinoctiorum puncta, incedit. Arcus autem illius inter æquatorem & zodiacū recepti ſunt maximæ declinationes Solis, ſiue quantitates angulorum ſub dictis circulis comprehenſorum. Circulus altitudinis, eſt circulus maximus per verticem horizontis & locum ſtellæ ductus: cuius arcus inter horizontem & locum ſtellæ receptus, altitudo ſtellæ vocatur. Vnde tam Meridianus, in quo meridianæ altitudines cōputantur, quàm verticalis circulus, qui Meridianum & Horizontem orthogonaliter ſecat, per vtriuſque polos incedens, circulus altitudinis vocari poteſt. Vmbra recta eſt illa, quā gnomo ad horizōtē perpendicularis proijcit. Verſa verò vmbra eſt, quā gnomo perpēdicularis ad aliquem circulū altitudinis, ī ipſi circuli plano proijcit. Hæc præmiſſa ſunt, quo dicēda melius intelligantur, ne lector neceſsarios terminos aliūde mēdicare cogatur.

Circulorum & linearum poſitio. Cap. 2.

DIES, eſt tempus, quo Sol motu diurno vnam reuolutionem perficit: hoc eſt, in quo fit integra conuerſio motus diurni, addito paruo æquatoris arcu, qui motui Solis proprio interim peracto reſpondet. Hora æqualis ſiue æquinoctialis, eſt viceſima quarta pars diei, in qua ſcilicet quindeni gradus æquatoris exoriuntur cum dicti additamēti debita portione: ſiue ſpacium temporis, in quo Sol motu diurno peragrat quindenos gradus. Diuiſis itaque quatuor quadrantibus æquatoris inter meridiani & horizontis ſemicirculos receptis ſingulis in ſex arcus æquales; diuiſus erit totus circulus in 24. arcus, quæ ſunt horaria ſphacia. Circuli itaque 12. per polos mūdi & puncta diuiſionum ducti, dicuntur horarij circuli, de quorum numero eſt meridianus & horizon rectus qui horas à meridie initium capientes diſtinguunt. Nam ſicut diuidunt æquatorem, ita & omnes ac ſingulos æquatoris parallelos æqualiter in totidem ſimiles arcus. Sicut autem periferiæ horum circulorum ſecant ſe in polis communibus, ita &

eorum plana ſecant ſe inuicem ſuper axe, cuius extrema ſunt poli. Itaque axis mundi eſt communis ſectio talium circulorum: quòd autem æquatoris & ſingulorum parallelorum arcus inter duos ſemicirculos horarios proximos recepti ſint ſimiles.hoc eſt ſinguli quindenorum gradus, conſtat per 14^a. ſecundi ſphæricorum elementorum Theodoſij: Hoc pacto, cum circuli tales horarij, de quorum numero eſt Meridianus ſint, XII. ſemicirculi fient XXIIII. totidem horaria ſpacia tam in æquatore, quam in ſingulis parallelis diſtinguentes. Qui, cum vt dictum eſt, in omni horizõte, horas à meridiano inceptas numerent, in horizonte recto horas etiã ab ortu vel ab occaſu exorſas diſponunt, cum rectus ipſe horizon ortum & occaſum terminans ſit de numero talium circulorum. In horizonte autem obliquo intelligendi ſunt duo paralleli, æquatoris, tangentes horizontem apud ea pũcta, in quibus horizon ipſe ſecat meridianum: quorum parallelorum, qui circa polum manifeſtum, eſt maximus parallelorum integre apparentium: nam reliqui apparentes magis ac magis approximant dicto polo, minime tangentes horizõtem. Qui autem circa polum occultũ, eſt maximus paralellorum integre occultorum: nam reliqui occulti tali polo viciniores coarctantur magis, ac ſub horizonte deprimuntur. Sicut itaque horizon tangit in dictis punctis ſectionum meridiani geminos parallelos prædictos, ita & alij 23. circuli magni tangunt eoſdem parallelos ſinguli in binis pũctis, in quibus eoſdem parallelos ſecant ſinguli circuli horarij per polos ducti. Sic fit, vt horum XXIIII. ſemicirculi inter oppoſitos per diametrum contactus recepti, de quorum numero eſt ſemicirculus horizontis occidentalis à meridiano diſtinguant totidem horas ab occaſu hoc eſt ab horizontis prædicto ſemicirculo exordium capientes: omnes enim tam æquatoris quàm parallelorum arcus inter duos proximos tales ſemicirculos recepti ſunt ſimiles per 17^a. ſecundi ſphæricorum Theodoſij, hoc eſt ſinguli quindenorum graduum. Et perinde hi ſunt horarij ſemicirculi, qui horas ab occaſu exordientes in horizonte obliquo diſtinguunt. Reliqui autem XXIIII. ſemicirculi inter dictos contactus; de quorum numero eſt ſemicirculus horizontis orientalis à meridiano diſtinguũt totidem horas ab ortu hoc eſt à prædicto horizonti ſemicirculo inceptas: Nam ſimiliter & æquatoris & parallelorũ arcus inter proximos tales ſemicirculos recepti ſunt quindenorum graduum. Quare inſunt horarij ſemicirculi qui horas ab ortu initium ſumentes diſterminant. in eodem horizonte. Sed tales periferiæ in ſolidæ ſphæræ ſuperficie deſcriptæ clarius intelligũtur. Nã in plano nulla cõmodiori via oculo exponi poſsunt, q̃ ad modum araneæ aſtrolabicæ: ſicut hic infra deſcriptæ apparẽt in qua deſcriptione a bcd. circulus repræſentat æquatorem



torem 14 punctis in totidem arcus, quæ ſunt horaria ſpacia, diuiſum: circulus e f g h. parallelũ maximũ integre apparẽtium, Circulus k l m n. parallelũ maximum integre occultorũ: circulus k b g d. horizõtem obliquũ, qui tangit dictos parallelos in punctis g k. in quibus idem ſecat meridianum k a e o g c m. in quo pũctum o. polus extans. Recta p o r q. repręſentat circulũ per polos horę primæ antemeridianæ & vndecimæ poſt meridianæ. Circulus p s r t. eſt horæ primæ ante occaſum vel ortum tãgens dictos parallelos in punctis p r. in quibus circulus p o r q. ſecat eoſdem. Semicirculus ſcilicet p s r. primam ante ortum: reliquus verò r t p. primam ante occaſum. Arcus autem p k. g r. inter cóntactus: Itemq; arcus b s. d t. æquatoris ſinguli ſunt vnius horæ ſpacia. Hoc idem dic de cæteris circulis tã ſecantibus, quàm tangẽtibus dictos parallelos. Nam ſecantes quidem per polos ducti horas à meridiano: tangẽtes verò horas ab occaſu vel ortu exorſas diſterminant.

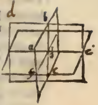
nant. Circulus b f o h d n. per polos horam ſextam ante meridianam & poſtmeridianam determinat. Et circulus c b m d. tangens dictos parallelos in punctis c m. in quibus eoſdem ſecat meridianus k c m. horam duodecimam ante vel poſt ortum vel occaſum. Semicirculus ſcilicet m d c. duodecimam ante, vel poſt ortum: ac ſemicirculus reliquus c b m. duodecimam ante vel poſt occaſum. Similiter ſemicirculus n a f. terminat ſextam ab ortu. Reliquus verò ſemicirculus f c h. ſextam ab occaſu. Itemque ſemicirculus l c h. ſextam ante ortum. Et reſiduus ſemicirculus h a l. ſextam ante occaſum. Duræ crediderim hominem eſſe ceruicis, qui cum prius ſphærica elementa didicerit: hæc noſtra dicto citius non perpendat. Vides ergo quemadmodum circuli tangentes ſe inuicem cancellatim interſecant ſuper circulos ſecantes? Et ſi cui libeat diſtinguere horarum dimidia; rurſum arcus ſinguli tam æquatoris quàm parallelorum per æqualia ſunt diuidenda, & duplicandus numerus tam ſecantium quàm tangentium circulorum: Et adhuc ad diſtinguendos horarum quadrantes, rurſum arcus dimidiarum horarum diuidendi biſariam, & rurſum circulorum vtriuſque ordinis numerus duplicandus. Hinc pendet tota linearum horariarum & horologiorum Solarium doctrina.

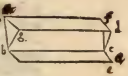
De linearum proiectione ſituq́ue: Cap. 3.

NAM circulorum per polos, horas à meridie terminātium, plana dum ſecant horologij cuiuſpiam planum, faciunt ſingula ſectiones ſingulas, quæ ſunt rectæ lineæ horariæ vocatæ horarum à meridie exorſarum terminatrices: de quarum numero eſt meridiana linea, quam meridianus ſecando facit. Circulorum verò tangentium plana, qui ab occaſu vel ortu diſcernunt horas, dum ſecant item quodpiam conſtruendi horologij planum ſingulas & ipſa ſingula generant in ſectionibus rectas horarum ab occaſu quoque vel ortu inchoatarum indices. Verùm ſicut circuli per polos ſuper axe mundi ſe inuicem ſecant, ita & factæ ab ijs horariæ lineæ in vno ſe viciſſim puncto interſecant: Quod lineis horarijs ductu tangentium circulorum factis non contingit: ſicut neque ipſi tangentes circuli communem rectam pro ſectione ſortiuntur. Quemadmodum itaque in ſingulis horologijs, pro ſitu cuiuslibet loci, tales lineæ generentur, trademus, abſolutis prius præambulis quibuſdam.

Præmittemus duo lemmata; quorum primum erit: Si duo plana ſe inuicem ſecantia tertio quodam plano ſecentur, factæ à tertio plano ſectiones quæ rectæ lineæ ſunt, ſe viciſſim ſecant. Vt ſi duo plana a b c. & c d e.

& c d e.ſecent ſe inuicem ſuper rectam b c.quæ à tertio plano e f.ſecentur : Aio, quòd ſectiones, quas facit planum e f.cum planis a b c.c d e.quæ ſunt rectæ lineæ per tertiã vndecimi, ſe viciſſim ſecant.Nam planum e f.ſecans duo plana a b c.c d e. omnino ſecabit eorum communem ſectionem b c. Secet in puncto d. itaque punctum d.commune erit his tribus planis ſolum:omnino igitur per d.punctum tranſibunt factæ per tertium planum ſectiones cum duobus planis primis , quæ ſint e d. a f. rectæ : ſecant ſe itaque in puncto . Similiter de tribus aut pluribus planis oſtendemus . Alterum lemma erit, ſi tria, vel plura plana ſe inuicem ſuper eadem recta ſecent : quorum vni planum quartum æquidiſtet , reliquam ſecet : factæ à quarto plano ſectiones erunt æquidiſtantes. Vt ſi tria plana a b c.b c d.b c e. communem ſectionem habeant rectam b c.Planum verò quartum f g. æquidiſtet vni illorum vtpote plano b c e.ſecetque reliqua a b c.b c d. ſintque communes ſectiones f a.g d.rectæ. Aio,quòd f a. g d.ſunt æquidiſtantes. Nam, cum planum a b c. ſecet plana b c e.f g.iam per 16^{a}.11^{mi}.cõmunes eorum ſectiones a f.b c.æquidiſtantes erunt: & per eundem g d. æquidiſtabit ipſi b c. Igitur per 9.eiuſdem libelli.ipſæ a f.d g. æquidiſtantes erunt, quod fuit demonſtrandum. Similiter, ſi fuerint quatuor plana & ſuper vnam rectam ſe inuicem ſecantia , & quintum planum vni illorum æquidiſtans reliqua tria ſecuerit ; tres in ijs factæ ſectiones erunt æquidiſtantes . Non aliter ſi quinque planis communem rectam pro ſectione ſortitis,ſuperueniat ſextum vni æquidiſtans & cætera ſecans : quatuor ſectiones æquidiſtantes fient. Quòd ſi ſub dicta conditione ſex planis ſeptimum inducatur, quinque ſectiones æquidiſtantes in ſeptimo apparebunt : Itaque in infinitum. His præmiſſis,ſciendum, quòd quemadmodum circuli horarij tam ſecantes , quàm tangentes,atque æquator & paralleli ſe inuicem cancellatim ſecant ; ita & ab illis factæ horariæ lineæ in plano horologij mutuas etiam inter ſe faciunt ſectiones: & interdum aliquas æquidiſtantias , vt mox conſtabit . Conicæ verò ſuperficies, quarum baſes ſunt paralleli æquatoris, vertices autem in centro mundi ; dum ſecantur à plano horologij , faciunt in ipſo plano curuas quaſdam lineas , quæ ſunt conicæ ſectiones,& quinque circulos. Quos autem parallelos ſecãt circuli horarij , eorundum conicas ſectiones in horologij plano factas ſecant horariæ talium circulorum lineæ . Quos etiam





parallelos tangunt circuli horarij, eorunde m quoq; curuas in horologij plano proiectas tangunt horariæ ipſorum circulorum rectæ. Item quorum circulorum periferia in ſuperficie ſphæræ ſe inuicem in eodem puncto ſecant, eorundem proiectæ in planum horologij lineæ ſuper vnum quoque ſe punctum viciſſim ſecant. Et ſicut circuli horarij per polos ſecant extremos parallelos ſuper puncta contactuum, in quibus ſcilicet eos tangunt horarij tangentes in ſuperficie ſphæræ; ita & illorum lineæ horariæ in planum horologij proiectæ, ſecant in eodem plano parallelorum curuas apud tactuum puncta, in quibus videlicet horariæ rectæ à tangentibus generatæ tangunt curuas prædictas. Sed de curuis lineis in ſecundo libello dicendum.

De mutua ſectione circulorum horariorum ſuper æquatore & parallelis. Cap. 4.

DESCRIPTIS itaque biſſenis circulis horarijs per polos, de quorum numero eſt Meridianus, aut horizon rectus: necnon quatuor & viginti circulis tangentibus, de quorum numero eſt horizon obliquus, quemadmodum prædiximus: intelligendum eſt, quòd mutuæ tangentium ſectiones fiunt ſuper ſecantium, hoc eſt per polos euntium periferijs, nec non ſuper parallelorum ſeriatim & vtrinque ab æquatore deductorum periferijs: qui paralleli ſunt 24. Ponatur enim Sol in æquatoris ac Meridiani ſectione: certum eſt inſtare iam horam ſextam ab ortu, & itē ſextam ante occaſum: omnino igitur Meridianus & duo circuli tāgentes, quorum alter ſextā ab ortu, alter 6ª ante occaſum terminat, in vno puncto ſe inuicem ſecant ſuper æquatorem. Item peragat Sol horæ ſpacium poſt meridiem: inſtabit iam hora 7. ab ortu: & hora 5. ante occaſum: ergo & circulus ſecās primam poſt meridiem: & circuli duo tangentes 7. ab ortu, & 5. ante occaſum terminantes, cum æquatore in vno puncto, qui Solis locus eſt, ſe viciſſim ſecabunt: Id idem neceſſe eſt fieri in ſingulis 24. punctis in periferia æquatoris horaria ſpacia diſtinguentibus. Non aliter in ſingulis parallelis hinc & inde ab æquatore acceptis, per ſingula puncta horariarum diuiſionum ternos ſemper horarios circulos ſe inuicem ſecare oſtendemus: exceptis parallelis extremis, in quibus fiunt

contactus

contactus & ſectiones. Exempli gratia: capio parallelum ab æquatore ad partes poli extantis, in quo arcus diurnus ſit XIII. horarum: Sitque Sol in puncto, in quo talis parallelus ſecat meridianum: Inſtat igitur hora 6 ½ ab ortu, & hora 6 ½ ante occaſum: igitur meridianus & duo circuli tangentes, talium horarum limites, in dicto puncto ſe inuicem ſecant. Qui ſi Sol in eodem parallelo peragat horæ dimidiæ ſpacium poſt meridiem, inſtabit tūc hora 7ª ab ortu, & hora 6ª. ante occaſum: Itaque circulus horarius horæ dimidium poſt Meridiem terminans, & duo circuli, 7ª ab ortu & 6ª ante occaſum terminantes ſuper dictum parallelum in loco Solis ſe inuicem tunc ſecant. Similiter & ſimili proceſſu per cætera paralleli puncta idem fieri neceſſe eſt. Non aliter capiens parallelum oppoſitum, qui Soli diurnum arcum XI. horarum exhibet, id idem oſtēdam. Et ſimiliter dimidiarum horarum proceſſus continget, vbi arcus diurnus imparem numerum horarum ſuſcipit. Item, ne parcam exemplis, aſſumam parallelum ad partes poli manifeſti, vbi arcus diurnus XIIII. horarum: ſitq́; Sol in puncto vbi talis parallelus ſecat meridianum: Inſtabit igitur hora 7ª ab ortu: & hora 7ª ante occaſum. Itaque meridianus & duo circuli talium horarum terminatores in dicto Solis loco ſe viciſſim ſecant. Peragat deinde Sol in eodem parallelo horarium ſpacium poſt meridiem: nā inſtabit tunc 8ª ab ortu: & 6ª ante occaſum. Quare circulus horæ vnius poſt meridiem cum dictarum horarum circulis, ſuper ipſum paralleli punctum, quod Solem recipit, ſe inuicem diſpeſcent. Similiter per cætera paralleli puncta horas dirimentia procedam. Nec aliter in oppoſito parallelo: qui diurnum arcum X. horarum recipit, id ipſum demonſtrabo: Et per eadē horaria ſpacia in reliquis parallelis diurnos arcus pari horarum numero dimetientibus argumentabor. Quāquàm & talis proceſſus ex ſphæricis elementis facile concludi poteſt. Conſtat ergo, quo circuli horarij inter ſe cum parallelis ordine, cancellatim ſectiones faciant.

COROLLARIVM.

Tales autem parallelos, qui per puncta ſectionum horariorū circulorum ducti limitant horas integras, & arcus tam diurnos quàm nocturnos integrarum horarum, ab æquatore ad polum extantem XII. eſſe, & totidem ab eodem ad polum occultum planè conſtabit. Ita, vt primus illorum poſt æquatorem habeat arcum diurnum horarum XIII. noct. XI. ſecundus diur. XIIII. noct. X. tertius diur. XV. noct. IX. quartus diur. XVI. noct. VIII. quintus diur. XVII. noct. VII. ſextus diur. XVIII. noct. VI. ſeptimus diur. XIX. noct. V. octauus diur. XX. noct. IIII. nonus diur. XXI. noct. III. decimus diur. XXII. noct. II. vndecimus diur.

diur. XXIII. noct. I. duodecimus diur. XXIIII. noct. vnius puncti, hoc eſt nullius quantitatis: tangit enim ſolum in puncto horizontem. Idem dic de parallelis ad occultum polum, ſumptis commutatis horarum numeris. Nam oppoſitorum & æqualiter ab æquatore diſtantium parallelorum vnius arcus diurnus æqualis eſt nocturno reliqui.

Horologia præcipua quæ ſint, & quomodo horarias lineas ſuſcipiant. Cap. 5.

QVODLIBET autem horologij planum ſecans ſingulos horarios circulos viciſſim ſectum ab eis, facit ſingulas horarias lineas, vt dictum eſt: cùm planorum quorumuis communis ſectio ſit recta linea per tertiam vndecimi elementorum. Sed horologiorum præcipua, tales lineas ſuſcipientia, ſunt quatuor: Aequinoctiale, Horizōtale, Verticale, ac Meridianū, de quibus ſingillatim eſt à nobis diſſerendum. Aequinoctiale itaque Solarium planum ſortitur ad æquidiſtantiam æquinoctialis circuli pro ſitu loci. Quam ob rem tale horologium habitantibus ſub polo, eſt horizontale, cum horizon eius ſitus ipſe æquinoctialis exiſtat: in horizonte autem recto, hoc idem horologium verticale vocabitur, quandoquidem æquinoctialis ibi officio verticalis circuli fungatur. Horizontale Solarium ad Horizontis æquidiſtantiam ſiue recti ſiue obliqui ponendum erit. Verticale Solarium ſimiliter penes verticalis circuli planitiem erigetur: quod duplicem poterit adipiſci faciem, ad boreales partes vnam, & alteram ad auſtrales vergentem: accidit enim vt Soli vtrouerſum procurrenti non ſemper vna pateſcat. Hoc idem murale horologium dici ſolet. Hoc autem cum in horizontali ſimiles ſuſcipit præceptiones præſertim quo ad lineas horarias à meridie exorſas. Meridianum denique Solarium ad meridiani plani æquidiſtantiam fabricetur. Tam enim hoc, quàm verticale ad horizontem perpendiculariter inſiſtunt, quaſi parietes ad perpendiculum ſuperſtructi. Item meridianum Solarium, quo ad lineas horarum à meridie exorſarum iiſdem præceptis cum horizontali horologio recti horizontis contentum erit. Omnis enim meridianus eſt horizon rectus, cum per polos incedat, differũt tamen in ſitu planorum. Conſtat igitur horum ſingulorum horologiorum ſitus. Gnomo autem, ſiue ſtylus, ſiue idem appelletur horarius index horologij plano perpendiculariter infigẽdum eſt, ita vt eius cacumen ſtatuatur in centro ſphæræ, quod eſt commune centrum omnium horariorum circulorum: Sic enim fiet, vt, in quocunque horario

circulo Sol extiterit, gnomonicæ vmbræ terminus in eodem circulo proiecta cadat iam in eiuſdem horariam lineam, quippe quæ in ipſo circuli plano iacet, cum ſit communis eius plani cum horologij plano ſectio. Sed centrum ſphæræ eſt ipſum mundi centrum: In quo omnis aſtronomici inſtrumenti centrum in obſeruatione cæleſtium conſtituendum eſt. Quod tamen, ſi in ſuperficie terræ, vbi nos verſamur, ſitum ſortitur; non inferet ſenſibilem obſeruantibus errorem, quandoquidem totus terræ globus, non ſolũ ad firmamentum, ſed ad Solarem etiam ſphæram collatus nullam habet notatu dignam magnitudinem. Præterea illud attendendum, quòd quando horologij planum ducitur ad æquidiſtantiam alicuius horarij circuli; tunc linea horaria ſpectans ad talem circulum non apparet in talis horologij plano: cum plana ſectionem non faciant, quæ linea horaria ſolet eſſe. Igitur in horologio meridiano linea meridiana non extat: in horologio horizontali linea horæ 24. ab occaſu aut ab ortu non videtur: eã enim facit horizon: qui non ſecat planum horologij. In horologio horizontali horizontis recti linea horæ ſextæ ante & poſt meridiem nuſquàm apparet; eam enim facit ipſe horizon. Item in horologio verticali regionis 45. graduum latitudinis linea horæ 12. ante vel poſt ortum vel occaſum deſcribi non poteſt: talis enim horologij planum æquidiſtat plano circuli horæ prædictæ. Sed in particularibus ſingulorum horologiorum præceptis ſingula explicabuntur latius.

Quæ horariæ lineæ ſuper vno ſeſe puncto ſecent: quæve æquidiſtent, & in quibus planis.

Cap. 6.

HIS præmiſſis, vniuerſale preceptum trademus ad diſcernendum, quinam horarij circuli ſe inuicem ſuper vnũ punctum ſecent, ſiue ipſi inter ſe, ſiue ſuper aliquod punctum æquinoctialis: vt hinc liqueat, quæ horariæ lineæ, ſiue ipſæ inter ſe, ſiue ſuper aliquid punctum æquinoctialis lineæ in cuiuſpiam horologij plano ſe interſecent: Item & quæ horariæ lineæ & in cuius horologij plano æquidiſtent. Ex hac enim notitia ſequetur facilis & emendata linearum deſcriptio. quod à nullo hactenus ſatis conſyderatum fuiſſe video. Sed quàmuis in deſcriptione ſecundi capitis, & in demonſtrationibus quarti conſtet omnis ſectionum, quas horarij circuli inter ſe, & cum æquatore faciunt: tamen & hic regulam exponemus id in promptu cognoſcendi. Numerabimus autem,

gratia

gratia confuſionis tollẽdæ horas à meridiano per totum ambitum: Itemque horas ab ortu ſiue occaſu per totum ambitum, ab initio primæ vſque ad finem, 24ᵉ. iuxta ordinem motus & circulorum diſtinguentium. appellans, vt feci, circulos, qui horas à meridiano exorſas diſterminant, ſecantes, quando ſe inuicem ſuper mundi polos ſecãt. Circulos autem, qui horas ab ortu vel occaſu inceptas, ordinatim diſtingunt, Tangentes, quando extremos parallelos in

Prima Regula. ſectionum punctis tangunt. Hæc ergo erit prima Regula. Omnes circuli ſecantes ſe inuicem, ſuper axe mundi ſecant: & perinde horariæ lineæ talium circulorum in omnis horologij plano ſe in-

Exceptio. uicem ſecant ſuper illud punctum, in quod axis cadit: excepto horologio meridiano & horologio horizontali ſphæræ rectæ: in quibus, quoniam planum horologij æquidiſtat meridiano, ſiue vni circulorum ſecantium, horariæ reliquorum circulorum lineæ ſunt æquidiſtantes. Conſtat enim hoc per duo lemmata tertij capitis. Verùm in horologio meridiano linea meridiana, & in horizontali

Secũda Regula. rectæ ſphæræ linea horæ ſextæ non apparet. Secunda Regula. Omnes duo circuli tangentes per quadrantem remoti ab vno ſecante, in vno puncto cum tali ſecante ſecant æquatorem: quód per 3ᵉ caput conſtat: & ideo in horologio quolibet tres horariæ lineæ trium dictorum circulorum in vno ſe inuicem puncto cum linea æquinoctiali ſecant, per primum lemma quarti capitis: excepto horologio æquinoctiali, in quo tres dictæ horariæ lineæ ſunt æquidiſtantes, per ſecũdũ lẽma dicti capitis. Exẽpli gratia, circulus horæ ſextę ab ortu vel occaſu, & circulus horę 18ᵉ ab ortu vel occaſu per quadrantem, hoc eſt per ſex horas remouentur à meridiano: Igitur hi duo circuli cùm meridiano in eodem puncto ſecant æquatorem: & in omni horologio lineæ horariæ horum duorum cum linea meridiana in vno puncto ſecant lineam æquinoctialem: dempto

Exceptio. tamen horologio æquinoctiali, in quo tres lineæ horariæ tales ſunt æquidiſtantes. Item circulus horæ 4ᵉ ab ortu vel occaſu, & circulus horę 16ᵉ ab ortu vel occaſu per quadrantem remouentur à circulo horæ 22ᵉ à meridie: Igitur hi tres circuli in vno pũcto ſecant æquatorem: & eorum tres lineæ horariæ in vno puncto ſecant lineam

Exceptio. æquinoctialem in cuiuslibet horologij plano. Sed excipe horologiũ æquinoctiale, in quo tres lineæ prædictæ ſunt æquidiſtantes. Idem conclude pro cæteris circulis & eorum lineis ad hanc regulam ſpectantib. Nec te conturbet, quòd horam ab ortu vel occaſu inceptam indiſtinctè appellem: Nam, vt in 2° capite patuit, vnus & idẽ circulus horam ab vtrouis limite numeratam, quanquàm diuerſis

Tertia Regula. ſemicirculis, determinat. Tertia Regula. Omnes duo circuli tãgẽtes

æqualiter

æqualiter ab vno ſecante remoti: ſeſe inuicem cum ipſo ſecante in vno puncto ſe diſpeſcunt: quod ex 3° cap. elicitur: quare per p^6 lemma quarti capitis, tres lineæ horariæ talium circulorum in vno ſe puncto ſecabunt in cuiusvis horologij plano ſecāte tales circulos: Nam ſi horologij planum æquidiſtet plano vnius dictorum circulorum: tūc duorum reliquorum horariæ lineæ in talis horologij plano erunt æquidiſtantes, per 2^ũ lemma dicti capitis. Quæ Regula late patet: Sed nos aſſignabimus exempla tantùm pro horizonte, & inde pro circulo horæ duodecimæ ab ortu vel occaſu: quoniā lineę horariæ talium circulorum facile deſcribuntur, & perinde cæteræ ſuper eas. Et ſimiliter pro Meridiano: quoniam ſcilicet tam linea meridiana, quàm linea horizontalis, quāquam linea horæ 12^æ ſunt facilis deſcriptionis, quandoquidem hę duę meridianam orthogonaliter ſecant: ſicut & linea æquinoctialis. Vnde ſuper illas reliquæ facile deduci poſſunt, deſcriptis prius lineis horarijs circulorum ſecantiū, horas .ſ. à meridie diſtinguentibus. Accipe igitur exēpla tertiæ Regulæ. Horizon & circulus horæ primæ ab ortu vel occaſu æqualiter diſtant ab hora dimidia poſt meridiem: Igitur hi tres circuli ſe in eodem puncto ſecant. Et ſimiliter tres illorum horariæ lineę in vno puncto ſe inuicē ſecant, in plano cuiusvis horologij ſecante illos circulos. Nam in plano horologij horizontalis, duæ reliquorū circulorum horariæ lineę ſunt æquidiſtantes, hoc eſt, linea horę p^æ ab ortu vel occaſu, & linea horæ dimidiæ poſt meridiem. Itē horizō & circulus horæ 2^æ ab ortu vel occaſu æqualiter ſunt remoti à circulo horæ primæ poſt meridiem. Ergo & hi tres circuli ſe in vno puncto ſecant: & tres eorum horariæ lineæ in vno ſe puncto ſecant in horologio ſecante circulos. Nam in horologio horizontali, duæ reliquorum circulorum horariæ lineæ ſunt æquidiſtantes. Itē horizon & circulus horæ 3^æ ab ortu vel occaſu æqualiter remouentur à circulo horæ vnius & dimidię poſt mer. Itaque hi tres circuli in vno ſe puncto ſecāt, & tres eorum horarię lineę in vno ſe pūcto ſecant, in horologio ſecante circulos: Nam in horizōtali, duę reliquorum circulorum lineę ſunt ęquidiſtātes. Et ſic in cęteris, ponēdo ſemper horizontem vnum ex tribus. Sic etiam circulus horę primę ab ortu vel occaſu, & circulus horę 23^æ ab ortu vel occaſu æqualiter remouentur à meridiano: Igitur hi tres circuli ſeſe in vno puncto ſecant: & ſimiliter ipſorum horariæ lineę in horologio ſecante circulos. Nam in horologio meridiano duę reliquorum circulorum horarię lineę ſunt ęquidiſtantes. Hoc idem cōclude de circulo horę 2^æ ab ortu vel occaſu, & de circulo horę 22^æ ab ortu vel occaſu & de cęteris binis à meridiano ęqualiter remotis. Non aliter circulus horę *Exceptio.*

horæ 12ᵃ ab ortu vel occaſu, & circulus horæ primæ ab ortu vel occaſu æqualiter ſunt remoti à circulo horæ $6\frac{1}{2}$ poſt mer. Igitur hi tres circuli in eodem ſe puncto ſecant: & ſimiliter eorum lineæ horariæ in omni horologio circulos tales ſecante. Sed in horologio verticali regionis 45. graduum latitudinis; cuius planum æquidiſtans eſt plano circuli horæ 12ᵃ ab ortu vel occaſu, lineæ horariæ duorum reliquorum circulorum ſunt æquidiſtantes. Item circulus horæ 12ᵃ ab ortu vel occaſu, & circulus horæ ſecundæ ab ortu vel occaſu æquali ſpacio abſunt à circulo horæ 7ᵃ poſt meridiem: & ideo hi tres circuli in vno ſe puncto ſecant: & ſimiliter eorum lineę horariæ in horologio ſecante. Nam in horologio verticali dictæ latitudinis quod adiacet plano circuli horæ 12ᵃ prædicti, duæ reliquorum horariæ lineæ ſunt paralleli. & ſic deinceps, ponendo ſemper circulum horæ 12ᵃ vnum ex tribus. Quarta Regula. Singuli æquatoris paralleli vtrinque deducti incedunt per cancellatas circulorum tam ſecantium, quàm tangentium ſectiones, atque ipſa ſectionum puncta ſunt limites integrarum & dimidiarum horarum, à meridie per ſecantes, ab ortu verò vel occaſu per tangentes circulos terminatarum: & ſimiliter in planis horologiorum circulares ſeu curuæ periferiæ, quas ipſa plana conicas dictorum parallelorum ſuperficies ſecando faciunt, incedunt per cancellatas linearum horariarum à circulis ſecantibus & tangentibus factarum ſectiones, perfectas horas, atque horarum dimidia in ſectionum punctis diſcernendo. Vnde ſicut extremos parallelos tangentes circuli tangunt in punctis, in quibus eoſdem ſecant ſecantes: ita & in horologij plano lineæ horariæ à tangentibus circulis factæ, tangunt circulares ſeu curuas periferias à conicis extremorum parallelorum ſuperficiebus in ipſo plano factas in punctis, in quibus eaſdem ſecant horariæ lineæ à ſecantibus ibidem proiectæ: Qui quidem paralleli vnà cum extremo tam ad partes extantis, quam occulti poli ſunt duodecim; & arcus tam diurnos, quàm nocturnos ex numero perfectarum horarum confectos exhibent. Sed de curuis periferijs in ſecundo libello erit nobis ſermo. Nunc diſtinguam horarum ſeriem in rota, in cuius medio horas à meridiano computatas, in limbo autem horas ab horizonte inceptas conſtituam vt in promptu ſit, quæ horæ à quibus æqualiter diſtent, cognoſcere.

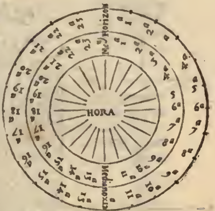
Exceptio. *Quarta Regula.*

PRIMA REGVLA.

Lineæ horariæ à meridie in omni horologio in vno ſe puncto ſecant: exceptis horologio Merno: & horologio horizōtali ſphęræ rectæ: in quibus ſunt æquidiſtantes.

Secūda regula.	*Tertia Regula.*	
Linea horaria tres in vno ſe pūcto cū æquatore ſecantes in omni horol. Sed in horol. æquinoctiali æquidiſtantes.	*3 linea horaria in vno ſe puncto ſecantes in omni horol.* ¶Duę lineę horariæ æqdiſtātes in horol. horiz.	*3. linea horaria in vno ſe puncto ſecantes in omni horol* ¶2. lineę horarię æqdiſtātes in horol. ſ*[illegible]* 45. gr.
Merna. 6. 18	Horizō. 1. ½	12. 1. 6½
prma 7a 19a	Hor. 2. 1.	12. 2. 7
2. 8. 20.	hor. 3. 1½	12. 3. 7½
3. 9. 21.	hor. 4. 2.	12. 4. 8
4. 10. 22.	hor. 5. 2½	12. 5. 8½
5. 11. 23.	hor. 6. 3.	12. 6. 9
6. 12. 24.	hor. 7. 3½	12. 7. 9½
7. 13. 1.	hor. 8. 4.	12. 8. 10
8. 14. 2.	hor. 9. 4½	12. 9. 10½
9. 15. 3.	hor. 10. 5	12. 10. 11
10. 16. 4.	hor. 11. 5½	12. 11. 11½
11. 17. 5.	hor. 12. 6	12. 12. 12
12. 18. 6.	hor. 13. 6½	12. 13. 12½
13. 19. 7.	hor. 14. 7	12. 14. 13
14. 20. 8.	hor. 15. 7½	12. 15. 13½
15. 21. 9.	hor. 16. 8	12. 16. 14
16. 22. 10.	hor. 17. 8½	12. 17. 14½
17. 23. 11.	hor. 18. 9	12. 18. 15
18. 24. 12.	hor. 19. 9½	12. 19. 15½
19. 1. 13.	hor. 20. 10	12. 20. 16
20. 2. 14.	hor. 21. 10½	12. 21. 16½
21. 3. 15.	hor. 22. 11	12. 22. 17
22. 4. 16.	hor. 23. 11½	12. 23. 17½
23. 5. 17.	hor. 24. 12	12. 24. 18
Hora poſt merid. / Hora poſt ort. uel oc. / Hora poſt ort. uel oc.	*Horizon. / Hora poſt ort. uel oc / Hora poſt merid.*	*Hora poſt ort. uel oc. / Hora poſt or. uel occ. / Hora poſt merid.*

Diſtantia horarum in punctis aſſignatis eorumque locis medijs eſt quærenda.



Tertia regula.

3. linea horaria in vno ſe puncto ſecātes ī oī horol. ¶2. lineæ horariç æqdiſtātes in horol merid.
Mer. 1. 23.
Mer. 2. 22.
Mer. 3. 21.
Mer. 4. 20.
Mer. 5. 19.
Mer. 6. 18.
Mer. 7. 17.
Mer. 8. 16.
Mer. 9. 15.
Mer. 10. 14.
Mer. 11. 13.
Mer. 12. 12
Meridianus linea. / Hora ab ortu uel oc. / Hora ab ort. uel occ.

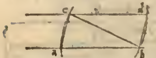
Tertia Regula late patet ad cācellatas linearum horariarum in horologiorū planis factas ſectiones.

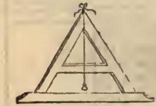
Quarta Regula pertinet ad circulares ſeu curuas periferias in quibꝰ umbrarū extremitates feruntur dum Sol in parallelis curuas facientibus circunducitur. de quibus in ſecundo libro.

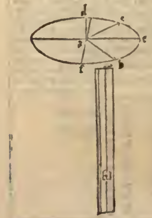
De Horologiorum, horizontalis, meridiani, & verticalis planis & linea meridiana. Cap 7.











QVIBVS conſideratis, pręparanda ſunt horologiorum plana. Sed prius præambula quædam abſoluamus, magis ad noſtræ praxis vſum, quàm ad demonſtrationem accommodata. Suppono enim non ſolùm elemẽtaria poſtulata, ſed etiam lineam lineæ æqualem deſcribere, aut propoſitam lineam in quotlibet ſegmẽta partiri, & cætera, quæ canonis ac circini officio conficiuntur, iam per ſe nota. præſertim cum in inſtrumentorum ac machinarum fabricis multa fiant à mechanicis, quę in theoria non demonſtrantur. Quis enim docet in circulo vnius gradus arcum abſcindere, aut datam periferiam in tres æquales portiones ſecare, niſi hæc & alia pedetentim, &, vt ita dicam, ad iudicium ſenſus attentando, in geometrica praxi conſequeremur? Præmittam igitur Regulas neceſſarias. Quarũ prima ſit de perpendiculari. Proponatur a b. recta, & extra eam punctum c. Si opus ſit à puncto c. ducere rectam perpendicularem ad lineam a b. deſcribam ſuper punctum c. circulum a b. qui ſecet propoſitam lineam in punctis a b. deinde ſecabo ipſam a b. per medium. In puncto d. & ducam rectam c d. quæ erit perpendicularis ad a b. rectam. Secunda Regula. In linea a b. datum ſit punctum d. ſi opus ſit ab ipſo d. puncto excitare perpendicularem ad ipſam a b. capiam lineas d a. d b. æquales: & ſuper punctis a b. ad ſpacium totius a b. deſcribam duos circulos, qui ſecẽt ſe inuicem in puncto c. & ducam lineam c d. quę erit perpendicularis ipſi a b. rectam. Tertia Regula. Proponatur linea a b. & extra eam punctum c. ſi opus ſit per punctum c. ducere lineam æquidiſtantem lineæ a b. capiam in linea a b. punctum non proximum ipſi c. ſed quantum ſatis eſt, remotum, quod ſit b. ſuper quo ad ſpacium b c. deſcribam circuli

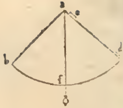
periferiam

periferiam a c. & rurſum ſuper puncto c. ad idem ſpacium 16. deducam periferiam b d. quam officio circini faciam æqualem ipſi a c. periferiæ: & ducam rectam c d. quæ erit æquidiſtans ipſi a b. lineę. Quarta Regula. Præparabo libellam cum perpendiculo, per quam planum ſiue pauimentum aut explanatus ad amuſſim lapis libratur. Inſtrumentum Architectis adeo notum, vt vix eius mentionem authores faciant. Triangulare æquilaterum: à cuius vertice perpendiculum trianguli catherum percutiens, ſemel atque iterum baſi congruente ad planum, arguit per 4ᵃ vndecimi elementorum, plani libramentum. Et planities ſic librata erit horizontale horologium: quandoquidem omnis perpendiculi filum eſt horizontis axis: & perinde planities, quæ perpendiculariter illud ſuſcepit, horizontis æquidiſtantiam ſequitur. Quinta Regula. Vt in ſubſtructo horizontis plano Meridianam lineam inueniam principem horariarum linearum in ipſo plano circulum lineabo ſuper centro a. qui ſit b c. & à centro gnomonem a d. planum perpendicularem erigam, ita vt circa meridiem eius vmbra terminetur intra circuli ambitum. Atque obſeruabo geminas gnomonis vmbras, ante meridianam quidem & poſt meridianam, quæ in ipſa periferia præciſe limites habeant a b. & a c. Inde ſecabo per æqualia arcum b c. in puncto e. Et ducam rectam a e. quę erit quęſita meridiana linea horizõtis, cuius axis eſt ipſe gnomon. Sexta Regula. Cum hæc inuenta linea ſit communis ſectio horizontis & Meridiani, & ipſe gnomon iaceat in plano Meridiani: Iã ſuperficies plana, in qua iacent rectę d a. & a e. perpendicularis ad horizontem, erit ipſum Meridiani horologij planum. Septima Regula. Excitabo per 2ᵃ Regulam rectam a f. ipſi a e. perpendicularem: eritque planities d a f. horologij verticalis, tam horizonti quàm Meridiano perpendiculariter incidens. Octaua Regula. Ad rectificandas murales planities ad horizontem perpendiculares fabricãdus eſt Canon æqualis latitudinis & perpendicularem filum ſecundùm longitudinem ſuſcipiens: hic enim parieti applicatus, filo iam medium canonem peruerberante, arguet emendatam fabricę perpendicularitatem. Sed hęc adeo nota ſunt, vt pudeat me ipſorum traditionis. Hoc pacto conſtituentur horologiorum, horizontalis, Meridiani ac Verticalis plana. Veniamus nunc ad reliqua.

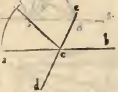
Quadrantis fabrica & vſus. Cap. 8.

MVLTIS atque ingenioſis inſtrumentis vtuntur Aſtronomi: quorum præcipuum factuque facillimum ſatis erit huic gnomonicæ ſcientiæ, inſtrumentum illud Quadrans eſt, nulli vel mediocriter erudito incognitum. Conſtat enim ex quadrante circuli:

videlicet a b c. ſub ſemidiametris a b, a c. rectum complexis angulum, & quarta totius ambitus parte b c. contento. vni laterum a c. adiacent pinnæ foramina bina continentes d e. in ipſa lateris linea, vel ad eius æquidiſtantiam poſita. A centro autẽ a. perpẽdiculum demittitur a f. Periferia autem b f c. ſecanda eſt in 90. partes æquales, qui gradus debentur, more vulgato. hæc eſt inſtrumenti fabrica. Vſus autem eius præcipuus eſt ad coaptandas aſtrorum altitudines: præcipuè autem Solis: conſtituto enim inſtrumenti plano in cultrum ſuper horizontem, atque ita aptato, vt Solaris radiis per foramina parua d e. admittatur, interim perpendiculo a f. liberè pendente atque inſtrumẽti ſuperficiem corradente, periferia inter a b. latus & perpẽdiculi filum erit altitudo Solis: hoc eſt arcus b f. quotquot extiterit graduum. Nec multo difficilius deprehendes altitudinem Meridianam. Obſeruabis enim illud inſtans, in quo gnomon ſuper horizontem rectus, ex præcedentis capitis doctrina, proiiciet vmbram in ipſam meridianam lineam: Inſtat enim tunc Meridies: & omnis vmbra, quam tunc cuiuſlibet perpendiculi filum proijcit, meridiana linea eſt: vnde ſi in ea vmbra ſtatim duo puncta ſignata per rectam copulantur, copulata iam noua linea meridiana eſt. Et altitudo Solis in dicto inſtanti ſupra dicto modo captata, dicetur altitudo meridiana. Eſt enim Solis in mer^no^ cõſtituti altitudo & eius diei altitudinũ maxima. Verũ omniũ altitudinum maxima accidit aſtro in horizontis vertice locato: quo in loco meridianus ſe cum verticali circulo viciſſim diſpeſcunt: quæ quidem altitudo ſuſcipit totam quadrantis periferiam filo videlicet perpendiculi foraminatum latus aduerberante. Porrò ex obſeruatione meridianarum altitudinum elicitur zodiaci obliquitas, ſiue tropicorũ diſtantia. Capiantur enim duæ meridianæ altitudines ad duo ſolſtitia ſpectantes, in duobus ſcilicet ſolſtitialibus diebus, æſtiuo ſcilicet atq; hyberno aſſumptæ: Nam dempta minori de maiore, ſupererit dicta obliquitas: cuius dimidium erit maxima Solis declinatio, Sed huiuſmodi obſeruatio, ſi fiat in locis intra tropicos poſitis, tunc altitudinũ ſolſtitialium meridianarum complementa coniuncta dictam conſtabunt obliquitatem. Hinc loci latitudo facillimè noteſcet. Sic coniũge duas meridianas ſolſtitiorum altitudines: & aggregati dimidiũ cape. Illud namque eſt altitudo æquatoris tui loci, hoc eſt, altitudo meridiana Solis in æquinoctiali conſtituti: Qua de circuli quadrante ſubmota, relinquetur eiuſdem loci latitudo: hoc eſt, poli altitudo, ſeu verticis ab æquinoctiali remotio. Quæ obſeruatio cum fit intra tropicos, tunc altitudinum ſolſtitialium complementa ſunt conſyderãda: quæ ſi æqualia ſint, certum eſt locum ſub æquinoctiali ſitum eſſe latitudinis expertem: ſi verò inæqualia, exceſſus tunc dimidium erit ipſa

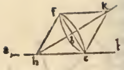


regionis latitudo verſus eam partem computanda, quorſum maior ſolſtitialis altitudo fuerat, obſeruaram. Hoc pacto & aſtrorum per inſtrumẽti foramina perſpectorum, ac Lunæ altitudines menſurabuntur. Neque in Sole & planetis diuerſitatem ingeret centrorum inſtrumenti & mundi diſtãtia. Ex altitudine demum æquinoctialis tui loci, quæ eſt latitudinis ſiue altitudinis poli complementum, collocare poteris æquinoctialis horologij planum, ad ſitum ſuæ inclinationis, hoc pacto, in plano mei horizontis deſcribã lineam meridianam a b. ex doctrina præcedentis: quam orthogonaliter in puncto c. ſecet linea d e. Mox in planitie meridiani, ſuper lineam a b. perpendiculariter ad horizontem constructa, ſuper puncto c. lineabo circulum a f. ponamque periferiam a f. tot graduum, quot habet altitudo æquinoctialis: & ducam rectam f c. Tunc enim planum, in quo iacent duæ rectæ d c e. c f. ad æquidiſtantiam æquinoctialis ſitum erit in horizonte meo. In quo plano linea c f. meridiana erit: & linea d c e. ſextæ horæ antemeridianæ & poſtmeridianæ. Gnomon autem ab ipſo puncto c. perpendiculariter ad horologij planum excitabitur, qui gnomon hic erit portio axis mundi. Itaq; ex præcedenti capite & præſenti habemus ſitum quadruplicis horologij, ſcilicet Aequinoctialis, Horizontalis, Merni ac Verticalis. De quibus protinus eſt nobis ſingillatim tractandum.

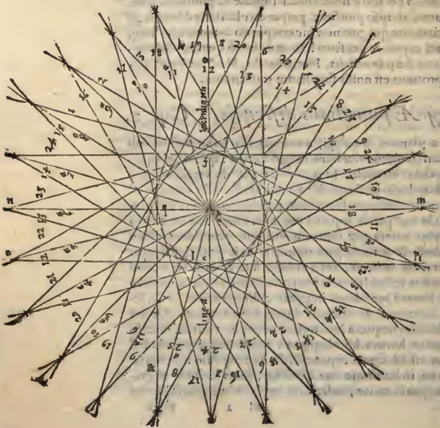


Horologij Æquinoctialis deſcriptio. Cap. 9.

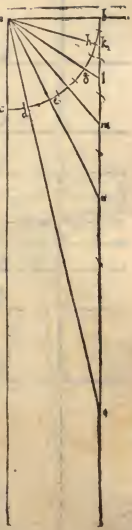
ITAQVE planum horologij æquinoctialis habitantibus ſub æquinoctiali fungitur vice horologij verticalis: quoniam æquator ibi eſt circulus verticalis. In regione autem ſub vtrolibet polo ſita eſt pro horologio horizontali: quandoquidem ibi æquator eſt ipſe horizon. Et vtrobique ſecanda eſt periferia circuli in tali plano deſcripti in 24or partes æquales per XII. lineas ſeſe in centro ſecantes: ſtylus autem per centrum vtrinque prominens plano perpendicularis & perinde pars mundani axis proijciet ſemper vmbram horarum indicem, ſiue à meridie ſiue ab ortu vel occaſu exorſas: quoniam rectus horizon per polos incedens, eſt de numero circulorum horas à meridiano inceptas diſtinguentium, vt in ſecundo cap. diximus. In obliquis autem horizontibus, planum æquinoctialis cum neque in horizonte, neque in verticali circulo iaceat, neutrius horum horologiorum officio fungi poteſt: ſed inclinandum eſt ad ſitum æquinoctialis in propoſito horizonte. Exempli gratia, in hoc horizonte Meſſanæ, cuius latitudo eſt graduum 38. aut paulò maior, deſcribam in plano horizontis lineam



meridianam a h. per ante præmiſſum caput: ſuper quam in plano meridiani deducam lineam fc. quantumlibet, poſito angulo fca. graduum 52. quod eſt complementum latitudinis loci. Mox ſecabo per æqualia ipſam fc. in puncto g. cui perpendicularẽ excitabo g h. lineã occurrentẽ meridianę apud h. & ipſi g h. in rectum & æqualis adducatur g k. compleaturq́; parallelogrammum fh c k. Eritq; hk. portio axis mundi ſtyli ſtringens officio ab vtraque horologij facie: linea autem fc. erit lineæ mer^{na} in eadem facie: & angulus k h c. latitudo loci: quantus etiam eſt angulus k h f. & duo ſinguli apud k. Vnde parall^{mũ} fh c k. in horizonte lat^{nis} 45. graduum erit quadratum: Cum alt^{do} ibi ęquatoris ſit par latitudini loci. Deinde, vt deducam lineas horarias in hoc plano horologij æquinoctialis, exponam fg c. rectam in plano, & ad ſpacium diameter fc. ſuper cẽtro g. deſcribam circulum fc. cuius periferiam ſecabo in 24. arcus æquales: & per puncta diuiſionum ac centrum g. ducam lineas XII. extraquãtumlibet ꝑductas: tales em̃ erũt lineę horariæ horarũ à Meridiano inceptarũ indices; quę ſub polo in horologio horizontali & ſub ęquatore ꝓ horologio vꝛticali ſeruiunt: & ĩ horizõte obliquo pro horologio æqnoctiali, dũ planũ eius



rius inclinetur ad ſitum æquinoctialis, in ipſo horizonte. Ipſa enim
erit linea meridiána: g l autem linea horæ primæ poſt meridiem
c deinceps reliquæ per ordinem. Nunc pro horizonte obliquo de-
cribam lineas horarum ab ortu vel occaſu numeratarum, ſic per
uncta f c. ducam lineam ipſi f c. perpendicularem, & ideo contin-
entem ad periferiam: quæ ſit m n. quæ erit linea horizontalis horã
ecet 24ª ab ortu vel occaſu determinans. Similiter per punctum c.
lucam aliam tangentem o p. quæ erit linea horæ 12ª ab ortu vel
ccaſu, æquidiſtans ipſi m n. & etiam ipſi g q. ſextæ à meridie. Non
liter per reliqua 22. puncta diuiſionum in periferia ducam alias
otidẽ tangentes: quæ diſtinguent cæteras horas ab ortu vel occaſu
orſas: quæ cum lineis ſecantibus facient alternos & cancellatos
er ambitum concurſus; quemadmodum in 6°. cap. oſtenſum eſt.
Stylus autem g k. in planum circuli perpendicularis erit horarum
ndex: nam tota eius vmbra feretur per ſpacia ſingula ſecantium
inearum, & cooperiet ipſas ſingulas lineas, cum talis ſtylus ſit axis
nundi & communis ſectio circulorum per polos lineas ipſas proii-
ientium. Quo ad lineas verò tangentes, conſyderãda eſt vmbrę ſolũ
xtremitas: cum ſolus ſtyli vertex ſit in centro circulorũ tangẽtium
pſasq; lineas facientium. Quamcunque enim ex lineis tangentibus
xtremitas vmbræ tetigerit, aut quarũ intercapedinem tangẽtium
nediauerit, earum hora ab ortu vel occaſu numerata inſtabit. Quin
tiam ſtylus g k. vtrinque (vt dictum eſt) æqualibus ſpacijs eſt
producendus collocato enim horologio, vt dictum eſt, ad æquino-
tialis æquidiſtantiam cum ſol ab æquatore ad extantis poli partes
leclinauerit, irradiabit ſuperiorem horologij faciem: ad oppoſitas
verò, inferiorem. Quamobrem vtraque horologij facies, vt iam do-
uimus, delineata, & ſtylo vtrinque prominenti inſignita, horarum
ndicium fideliſſime præſtabit mutato tamen horarum numero, vt
12ª fiat 24ª. & 11ª fiat 13ª. & 10ª fiat 22ª ſemper adiecto duo
lenario. Re vera hoc erat horologiorum præcipuum, quandoqui-
lem in præcipui circuli planitie deſcribitur; & pro ſitu æquatoris
adlocatum ad quamuis latitudinem accommodatur. Et notandum
quòd in hoc horologio poſſent ſuper centro g. deſcribi circuli con-
centrici .ſ. circulo f c. tranſeuntes per puncta cancellatarum ſectio-
num, hoc eſt per angulos quadrilaterorum, in quorum periferijs
ſemper deſinit vmbra ſtyli in terminis perfectarum ſiue dimidia-
arum horarum quos circulos facit planum horologij ſecans conos
parallelorum à Sole tunc deſcriptorum. Et ſicut in horologio lineę
oratiæ tangentes tangunt circulum in punctis, in quibus eundem
ecatur lineæ ſecantes: Ita in aliorum horologiorum planis, lineæ



 tangentes

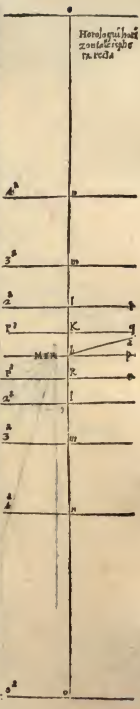
tangentes tangunt alterius ſpeciei curuas periferias, vbi eaſdem ſecant lineæ ſecantes: Quemadmodum in ſphæra circuli horarij tangentes tangunt parallelos, quos tãgit horizon in pũctis, in qbus eoſdẽ ſecãt circuli horarij ſecãtes & vmbræ termini ferũtur ĩ vno die per certas curuas: vt in 3° cap. prædiximus: & in ſecũdo libello latius explicabimus. Item notandum, quòd in huius æquinoctialis horologij & in aliorum deſcriptione, omnes lineas horarias tam ſecantes, quàm tangentes deduximus: Sic enim apertius intelligitur ipſarum diſpoſitio & theoria, & facilius ad praxim lineationis accommodatur. Poteſt tamen, ſi cui libuerit, lineas aliquas dimittere, vt. ſ. vel ſolas ſecantes, vel ſolas tangentes, iuxta regionis vſum, deſcribat. Nam Germani horarum exordium capiunt à meridiano. Itali & Siculi ab occaſu. Babylonij ab ortu. Item nec integræ lineæ deſcribi ſolent, niſi eæ tantùm, in quas vmbra ſtyli pertingere poteſt. Quãobrẽ in hoc horologio æquinoctiali, atq; in horologijs meridianis, & verticalibus: quicquid linearum horariarum cadit ſuper lineam horizontalem, hoc eſt horæ 24ª ab ortu vel occaſu, in quam Sol oriens vel occidens vmbram ſtyli iacit, omittitur, ſiue omitti ſolet in deſcribendo: quoniam ſuper eam lineam nunquàm proijcitur vmbra indicis: cùm Sol interdiu ſemper ſit altior horizõte, & perinde vmbra inferior horizontali linea. Item in horologio horizontali ſphæræ rectæ omnes lineæ deſcribendæ ſunt, cum Sol ibi quadruplicem vmbram iaculetur, orientalis quidem ad occaſum. Occiduus ad ortum; Septentrionalis ad auſtrum, & auſtralis ad Septentrionem. pro horizontibus verò obliquis omittuntur lineæ, quæ ab ortu, vel quæ ab occaſu exordium ſumũt, iuxta vſum loci: Tamen melius eſt vtraſque admittere, cùm quæ vni computo non ſeruiant, ad reliquum vſuueniant.

Horologij horizontalis recti, & horologij meridiani deſcriptio. Cap. 10.

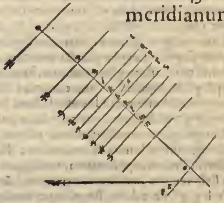
QVONIAM ex prima regula ſexti capitis, horariæ lineæ in horizontali horologio ſphæræ rectæ, & in omni horologio meridiano ſunt paralleli; iam in talium horologiorum deſcriptione prænoſcenda eſt ipſarum linearum ſingularum intercapedo. Capiatur ad libitũ ſtyli magnitudo, quæ ſit a b. Et circulus quadrans a b c. ſub duabus ſemidiametris a b. a c. & periferia b c. contentus conſtituatur. Secetur autem b c. periferia in ſex æquos arcus c d. d e. e f. f g. g h. h b. & b k. recta periferiam in puncto b. tangens, & periade ipſi a b. perpendicularis ipſique a c. æquidiſtans in indefinitum

finitū producatur. Deinde à centro a. per ſingula d e f g h. puncta rectæ agantur, quæ concurrāt cum ipſa b k. apud totidem puncta. k l m n o. eruntque interualla deſcribendarum linearum tam in horologio horizontali ſphæræ rectæ, quàm in omni horologio meridiano, ipſa b k. k l. l m. m n. n o. Nam reliquum eſt infinitum, & ſpacia horaria per reliquos æquatoris quadrantes his adæquantur, in planum horologij proiecta correlatiua correlatiuis comparando. Demonſtratio plana eſt. Poſito enim a b c. vno ex quadrantibus æquatoris, qui ad planum horologij, de quo agimus, orthogonalis eſt, ita vt a b. ſtylus ipſi plano perpendiculariter inſtet; iam horarij circuli per polos æquatorem per æquos horarios arcus partientes facient cum eo communes ſectiones lineas ipſas a b. a g. a f. a e. a d. a c. Et eadem circulorum plana vlterius producta ſecabunt lineam b o. (quæ communis eſt ſectio æquatori & plani horologij) in punctis k l m n o. quæ dirimunt interualla linearum horariarum, & per eadem ſingula ſingulæ puncta incedunt exiſtentes communes ſectiones circularium planorum cum horologij plano. Nam a c. linea ipſi plano æquidiſtans non occurrit: Non enim apparet in horizontis recti horizontali horologio linea horę ſextæ à mer. neque in horologio meridiano linea meridiana, vt in 5º cap. dictum eſt. Eadem quoque demonſtratio ſeruit reliquo æquatoris quadranti, ad integrandum horarum numerum: Nam propter ſimilem planorum & linearum poſitionem, vtrobique bina interualla æqualiter à ſtylo remota inuicem adæquantur. Item potes, ſi lubet, arcus b h. h g. g f. f e. e d. d c. ſingulos per medium partiri: & per puncta diuiſionum à centro a. rurſus lineas cum linea b o. concurrentes protrahere, pro uſu dimidiatarum horarum. vbi opus fuit. Exponatur itaque in plano horologij linea recta b p. quæ in horologio horizontali ſphæræ rectæ repræſentet lineam meridianam, per doctrinam 7. capitis deſcriptam: quam orthogonaliter ſecet linea vtrinque producta b o. quæ ibidem erit communis ſectio æquinoctialis cum plano horologij. in qua capiantur vtrinque ſpacia ipſis b k. k l. l m. m n. n o. æqualia iiſdemq; literis inſignita: Punctoque b. inſiſtat a b. ſtylus antea determinatus & factum erit horologium recti horizontis: Nam linea q k. orientalis à linea meridiana b p. erit linea horæ primæ poſt meridiem, & cæteræ cæterarum per ordinem. Itē linea k r. occidētalis à meridiana b q. erit horæ 23. à meridie ſiue primæ ante meridiē, & reliquæ reliquarum ſucceſſiuè. Pro horologio autem Meridiani cuiuslibet nihil omnino immutabitur niſi ſitus plani: & in ipſo meridiani plano ita collocanda deſcriptio, vt linea b o. communis ibi æqua-

 toris



toris & meridiani ſectio tantum eleuetur, vt cum meridiana horizontalis plani linea angulum faciat æqualem inclinationi æquatoris ſuper horizontem : & ſtylus a b. ad ipſum meridiani horologij planum perpendicularis, & linearum nomen & officium mutetur. Nam in facie horologij ad ortum vergente linea b p. erit ſextæ horæ antemeridianç, linea k r. quintæ : linea l s. quartæ, & conſequenter cæteræ cæterarum : Nam meridiana non apparet. linea quoque q k. horæ ſeptimæ antemer. linea l t. octauæ & reliquæ reliquarum, quovſque protenditur arcus ſemidiurnus regionis. In facie autem ad occaſum verſa : Idem numerus in ſingulis lineis ; verũ poſtmeridianus repetetur.



Horologium meridianum.

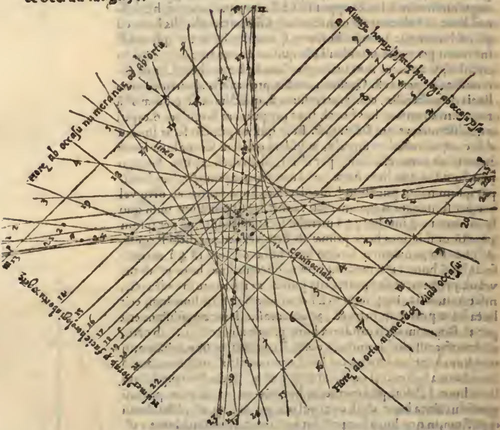
Meridiana itaque in horizonte obliquo poſita linea x u. ipſi apud u. concurrat linea b o. faciens angulum b u x. æqualis altitudini æquatoris Vnde pro loco habẽte verticem ſub polo, horologium hoc in locandum erit, vt horariæ lineæ perpendiculariter iſtent plano horizontis. & Murale ſeu verticale horologium ibi appellandum : quandoquiden locus ille meriano caret. Neque refert ſuper quo horizontis diametro erigendum ibi ſit verticale horologium, cum ad libitũ à quouis horario ſeu verticali circulo exordiũ horarũ ſumi poſſit, & hoc idem de horizontali eiuſdem loci horologio dicendum. Nunc deſcribemus lineas horarias ab ortu vel occaſu : adhibe huc ingenium perſpicaciſſime lector. In propoſito Meridiani horologij plano in primis a b c. recta æquidiſtans horizonti erit linea horæ 24. cum qua linea d b e. faciat angulum d b a. æqualem inclinationi æquatoris ſuper horizontem, hoc eſt graduum 52. quod eſt cõplementum propoſitæ latitudinis. Eritq; d b e. communis ſectio æquinoctialis cum plano meridiani horol. & perinde æquinoctialis linea dicta. Deinde recta f b c. faciat angulum g b e æqualem latitudini propoſitę; ſcilicet 38. graduum. Eritq; f b g. perpendicularis ipſi d b e. & æquidiſtans axi mũdi, & linea horæ ſextę ſeu 18ᵃ à meridie: cum ſit cõmunis ſectio circuli præfatæ horæ cũ plano horologij, & per doctrinam dudum



traditam,

traditam, lineabo cæteras horarias à meridie lineas ipſi f b g. æquidiſtantes: & ad ipſam d b e. perpendiculares. Itē rectā h b k. faciat angulum h b g. æquū latitudini propoſitæ. Sic enim linea g b f. ſecabit angulum totum h b c. & oppoſitū a b k. per æqualia: eritq; h b k. linea horæ 12ᵉ ab ortu vel occ. cōmunis. ſ. ſectio circuli talis horæ cū plano horologij: tamque horizon, q̄ circulus horæ 12ᵉ qm̄ videlt incedunt per polos meridiani (in quibus & æquator ſecat eoſdem circulos) & æquator ſunt orthogonales ad planum horol. Vnde demonſtratio aperta eſt. Quibus peractis, pro cæteris ab ortu vel occ. lineis deſcribendis, conſyderandum eſt, quòd linea f b g. horæ 6ᵉ à mer. cum cæteris in hos horol. ſunt per primam Regulam 6. capiti æquidiſtantes, vt iam factum eſt. Et in quibus punctis ſecāt lineam d b e. æquinoctialem ſingulæ, in iiſdem eandem ſecant binæ lineæ horariæ ab ortu vel occaſu, per 2ᵃ Regulam dicti capitis. Sit ergo punctum l. in quo linea horæ 19ᵉ à mer. ſecat æquinoctialem lineā. per ipſum nanq; punctum l. incedet linea horæ primæ ab ortu vel occ. per ſecundam Regulam dicti capitis. Itē ſit punctum m. in quo linea horæ 11 ½ ſiue horę ½ à meridie ſecat horizontē: nā per ipſum punctū m. ibit linea horæ primæ ab ortu vel occ. per dictā Regulā. Adhuc eſto punctum n. In quo linea horæ 6 ½ ſiue 18 ½ à meridie ſecat lineā horæ 12ᵉ à mer. illud em̄ n. ducetur linea horæ pᵉ ab or. vel oc. prędicta: vnde oportet tria puncta m n l. iacere in eadē recta, niſi erratum ſit. Itaq; recta m n l. continuata in facie horologij erit linea horæ primæ ab ortu, & 23ᵉ ab occaſu. Huic æquidiſtans erit per 3ᵃ Regulam dicti cap. linea horæ primæ ab occ. & 23ᵉ ab ortu, eodem tñ artificio lineanda, ex dictis Regulis. Item ſit o. pūctum, in quo linea horæ 20 à mer. ſecat lineā equinoctij: in eodē em̄ o. pūcto linea horæ 2ᵉ ab or. vel oc. ducetur liᵃ p 2ᵃ ℞ˡᵃ. Deinde ſit p. pūctum linea horæ 13ᵉ ſiue pᵉ à mer. ſecat horizōtem, per idē enim p. ſignū gradietur linea horæ 2ᵉ ab ortu vel occ. per dictam ℞ˡᵃ. Eſto demū q. pūctum, in quo linea horæ 7ᵉ ſeu 19ᵉ à mer. ſecat lineā horæ 12ᵉ ab ort. vel oc. per illud enim deſcribetur linea horæ 2ᵉ ab ort vel oc. prædicta: Vna ergo recta ſuſcipiet tria puncta p q o. ſecus error fuit in lineando. Quamobrem recta p q o. In horologij plano, quantum ſatis eſt, producta erit linea horæ 2ᵉ ab ort. ſiue 22ᵉ ab occaſu. Cui parallelus erit per dictam 3ᵃ ℞ˡᵃ linea horæ 2ᵉ ab occaſu, & 22ᵉ ab ortu, eadem tamē arte, per tria pūcta, deducenda. puncta, inquam, in tribus lineis, æquinoctiali, horizontali, & horæ 12ᵉ per lineas horarum à meridiano computatarum æquidiſtantes determinata. Similiter & cæteræ lineæ horariæ ab ortu vel occaſu per tria pūcta in tribus prædictis lineis per Regulas ſexti cap. recepta delineabuntur.

Horologiũ meridianũ cum horis à mer. ab ortu & occ. ad lat. gr. 38.



tur. Vides ergo cancellatam linearum vtriuſque ordinis ſectiones. Nam non ſolum ſuper dictis æquatoris punctis, ſingulæ ſemper lineæ horariæ æquidiſtantes, ſed vbique binarum tangentium horariarum linearum ſectiones incedunt, quarum lineas horæ 18ᵃ ſeu ſextæ à meridie cum linea æquinoctiali Rhomborum à coalternis tangentibus factorum, diametros faciunt, & aliorum trapeziorum, ſicut & cæteræ æquidiſtantes. Potes tamen quidquid linearum cadit ſupra lineam horizontalem a b c. omittere: Potes ſolas meridianas, aut occaſuales lineas, iuxta regionis vſum, admittere. Item ſicut linea æquinoctialis à plano æquatoris facta, incedit per angulos trape-

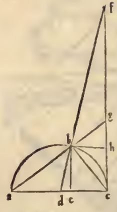
peziorum, ita & per angulos reliquarum trapeziorum hinc & le ab æquatore feruntur quædam curuæ periferiæ, quæ hyperlæ vocintur, factæ à conicis ſuperficiebus parallelorum contintium arcus diurnos ac nocturnos perfectarum præcisè horam: & vmbra ſtyli ſemper per vnum diem definit in periferiam ctam à conica ſuperficie paralleli à Sole per illum diem deſcripti, ut & paralleli in ſphæræ ſuperficie per cancellatas ſectiones horiorum circulorum incedunt. Præterea ex his 24. lineis horarum ortu & occaſu exorſarum terminatricibus, vndecim tangunt tremam dictarum hyperbolarum ab vna parte lineæ æquinoalis, & vndecim alteram extremam ab alia parte, in punctis in ibus lineæ horariæ æquidiſtantes ſecant eaſdem, ſicut circuli horij tangentes tangunt in ſuperficie ſphæræ parallelos extremos, à iorum ſuperficiebus conicis fiunt in plano horologij duæ dictæ tremæ hyperbolæ, quæ contrapoſitæ dicuntur: & quarum axis linea f bg. centrumque b. tangunt, inquam, in punctis, in quibus rculi horarij per polos ſecant eoſdem. Nam reliquæ duæ lineæ orariæ ad complementum 24. quæ ſunt linea horizontalis a b c. & nea horæ 12ᵉ h b k. ſunt lineæ. Non coincidentes dictarum conapoſitarum appellatæ: quæ in infinitum productæ ipſarum conapoſitarum periferijs ſemper magis ac magis approximantes nũuàm concurrunt. Sed hęc latius explanabũtur in ſecundo libello. cio tamen hæc à ſpeculatiuis ingenijs dicto citius intelligi quàms rariſſimi ſint, qui Apollonij conica hodie percalleant. Cum vix celeberrimis, nedum mediocribus gymnaſijs Apollonij nomen udiatur. Demum non eſt omittendum, quòd harum linearum quidiſtantium horas à meridie terminantium intercapedines, & erinde linearum occaſualium ſpacia creſcunt & decreſcunt pro agnitudine aſſumpti ſtyli. Vnde maiorem ſtylum, maiora ſequenur interualla. Et locus capacior poterit horarum dimidia, aut tiam quadrantes & minora ſegmenta ſuſcipere. Anguli tamen, uos lineæ horariæ inter ſe faciunt inuariati permanent, non muata loci latitudine. Sicut & horarij circuli eaſdem ſemper ſeruant n vno loco angulos, ſitumque.

Deſcriptio linearum horariarum à meridie, in horizonte obliquo, ſuóq; verticali. Cap. 11.

NVNC pro horologio horizontali & verticali horizontis obliqui laborandum eſt. Similis enim ferè modus vtrique inſeruit. Et præambula in primis neceſſaria abſoluamus. Aut igitur loci

pro-

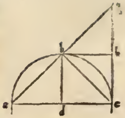
propoſiti latitudo minor eſt dimidio anguli recti, hoc eſt 45. gradibus: aut precise graduum 45. aut maior. Si minor, tunc deſcribam ſemicirculum a b c. ſuper centro d. diametroque a c. & faciam angulum b a c. æqualem latitudini loci: in triangulo a b c. vnde angulus b c a. erit eius complementum, hoc eſt altitudo æquinoctialis: Oportebit autem facere arcum b c. duplum latitudinis loci: & perinde arcum a b. eius complementum ad ſemicirculum, duplum altitudinis æquinoctialis. Itaque cum meus horizon Meſſanę habeat latitudinem grad. 38. fiet arcus b c. grad. 76. & arcus a b. grad. 104. perpendicularis ergo à puncto b. ad baſim a c. cadet intra puncta d c. quæ ſit b e. Deinde excitetur ipſi a c. perpendicularis c f. cui occurrant in rectum productæ a b. quidem ad punctum g. atq; d b. ad punctum f. & ducatur ipſi c f. perpendicularis b h. Ex hac enim deſcriptione ſequitur omne lineationis artificium cum theoria. Intelligatur enim planum a c f. ita ſitum in meridiano loci propoſiti, ut a c. ſit linea meridiana in plano horizontis; hoc eſt, communis ſectio meridiani cum horizonte: linea autem c f. ſit linea meridiana in plano circuli verticalis, communis ſcilicet ſectio Meridiani & verticalis circulorum. Quibus ſuppoſitis, erit iam recta a b g. axis mundi: recta b c. communis ſectio æquatoris & Meridiani. Quare ſi in horizontis plano ponatur ſtylus b e. in plano autem verticalis ſtylus b h. vterque iam ſuo plano perpendicularis, vmbra æquinoctialis ſtyli vtriuſque deſinet in punctum c. Itaque per punctum c. tranſibit æquinoctialis linea tam in horizontis quàm in verticalis circuli plano, communis ſiquidem ſectio ipſorum planorum. Nec prohibeor, ſi lubet, planum vtrumq; vltra producere ad capiendas, quantum hybernæ & æſtiuæ vmbræ protenduntur, horarias lineas. Quod ſi nollem producere plana, tunc æſtiuæ vmbræ caderent in planum horizontalis horologij, hybernæ verò in planum verticalis: & vterlibet ſtylorum b e. b h. ſatis eſſet vtrique horologio: quandoquidem communem verticem b. habentes communem quoque vmbrarum extremitatem horarum indicem ſortiuntur. Porrò linea d b f. erit communis ſectio circuli horæ duodecimæ ab ortu vel occaſu cum meridiano: quandoquidem in hoc horizonte altitudo talis circuli habeat duplum altitudinis poli, ſcilicet arcum b c. cum tangat parallelum maximum integre extantium in illo puncto, in quo meridianus ſecat eundem. Igitur in plano horizontis linea horæ 12^{x} ab ortu vel occaſu incedet per punctum d. In plano autē verticalis horizontis, talis linea ibit per punctum f. ſecans ſcilicet Meridianam a c. & c f. vtrobique ad rectos angulos. ſicut ipſe circulus 12^{x} horæ ſecat meridianum ad rectos. nec non & horizon & verti-



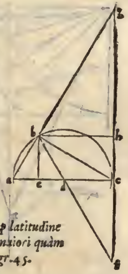
ℊ lat^{ne} minori q̄ 45.gr.

verticalis. & ipſa linea horæ 12ª ſit axis propterea Meridiani, & communis ſectio circuli horę 12ª horizontis & verticalis ad rectos ſecantium meridianum. Punctum autem a. vbi axis mundi incidit horizonti, eſt illud, in quo lineæ horarum à meridie ſe inuicem interſecant in horologio horizontali. Punctum quoque g. in quo axis incidit verticali plano, erit illud, in quo lineæ horariæ à meridie ſe viciſſim ſecant in horologio verticali. Quod ſi latitudo regionis ſit dimidium recti anguli, tunc in triangulo a b c. anguli b a c. b c a. hoc eſt latitudo loci & altitudo æquinoctialis erunt æquales: & triangulum a b c. iſoſceles: tanta enim eſt ibi latitudo loci, quanta æquatoris altitudo. Vnde ſemidiameter b d. perpendicularis ad a c. erit ibi ſtylus: & in horizonte linea horæ 12ª prædictæ ibit per punctum d. pedem ſcilicet ſtyli: ſed in verticali plano nuſquam comparebit: quandoquidem ipſum verticalis horologij planum ipſum circuli horæ 12ª plano æquidiſtat: ſicut linea b d. æquidiſtat lineæ c g. Cætera autem vt in priori figuratione conſyderanda ſunt. Demum ſi latitudo regionis excedat dimidium recti anguli, tunc quoniam altitudo æquatoris minor eſt latitudine loci; Iam ideo angulus b a c. maior erit angulo b c a. & ob id perpendicularis b e. cadet intra puncta a d. & recta b d. continuata occurret ipſi g c. deorſum productæ. Cætera omnia vt in prima deſcriptione conſyderantur. Item in hoc differunt tres deſcriptiones: quòd in prima, ſtylus b e. excedit vmbram rectam e c. Stylus verò b h. ſuperatur ab vmbra verſa h c. in æquinoctio ſcilicet. In tertia verò figuratione huius contrarium fit: quandoquidem vterque ſtylus æqualis eſt vmbræ à reliquo proiectæ. In ſecunda verò figura, & ſtyli & vmbræ in æquinoctio ſunt æquales, perfectum ſcilicet complexæ quadratum. Vnde & in tali horizonte, horizontale & verticale horologium eādem penitus linearum horariarum in vtroque ordine ſuſcipiet diſpoſitionem propter eandem æquatoris & axis ad vtrunque planum inclinationem. Sed redeo ad primam deſcriptionem factam pro latme minore quàm gr. 45. Porrò namq, in rectum ipſas b c. c a. lineas, quæ iam ſunt in proportione diametrorum aut ſemidiametrorum horizontis & paralleli maximi integrè apparentiū in meo horizonte: & ſuper punctis a b. ſecūdùm quantitatem ipſarum a c. c b. duos circulorum quadrantes deſcribam ſcilicet b k c. a c l. ſeſe tangentes in puncto c. à quo perpēdiculatem ipſi a b. & perinde vtranque periferiam tangentem in eodem pūcto excitabo c m. indefinitam. deinde ſecabo quadrantem periferiæ minoris k c. in ſenos arcus inuicē ęquales in pūctis n o p q r. quę pūcta coniungam cū centro b. actis totidē rectis productiſq; ad occurſum

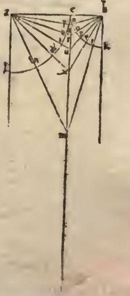
lineæ



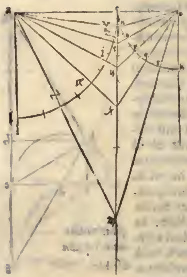
pro latitudine gr. 45.



p latitudine maiori quàm gr. 45.

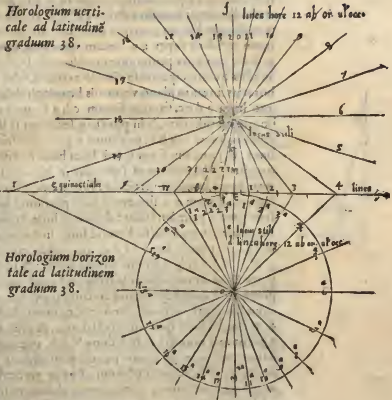


lineæ c m. apud puncta totidem s t u x m. quæ puncta connectam cum centro a. periferiæ maioris, deductis totidem lineis quadrantemque ſecantibus in punctis y z i æ Z l. Erunt enim arcus c y. y z. z i. i æ. æ Z. Z l. horaria ſpacia in quadrante mei horizontis inter æquatorem & Meridianum quolibet: eandem enim diuiſionem ſortiuntur ſinguli quadrantes horizontis meridiano & æquatori interiacentes. & anguſtiora interualla ſunt, quæ meridiano viciniora. Cuius operationis demonſtratio haud obſcura eſt: Nam circuli horarij per polos, ſicut æquatorem ita omnem eius parallelum & ideo maximum integre apparentium in m e. horizonte partiuntur per æquos arcus: horizontem verò qui obliquus eſt ad æquatorem, per arcus inæquales. Cum igitur a c. c b. ſint ſemidiametri horizontis & dicti paralleli, hoc eſt proportionales illis, idem dicendum eſt de hor. a c l. b c k. quadrãtum ſectione, quod de dictis in ſphæra circulis. Qui cum ſe cõtingant vbi ſecat eos meridianus, & circuli in ſphæra, vt oſtendit Theodoſius in principio ſecundi, ſeſe contingere dicuntur, quorum communis ſectio eſt vtrunque contingens. Iam in hac figuratione c m. linea fungetur vice dictę communis ſectionis. Semidiametri quidem prædicti paralleli, quæ ſunt cõmunes ſectiones circulorum horariorum cum ipſo parallelo, ſecant (vt dixi) paralleli periferiam per æquos arcus & productæ perueniunt ad dictam communem planorum circularium ſectionem, quæ vtrunq; circulum in ſphæra contingit, & cuius vice fungitur hic recta c m. perueniũt inquam, ad puncta s t u x m. ad quæ puncta perueniunt etiam communes ſectiones circulorum horarior. cum horizonte: quas communes ſectiones hic repræſentant lineæ a s. a t. a u. a x. a m. & perinde ipſæ ſecant quadrantẽ l c. ſicut in ſphæra ſecatur horizon per dictorum circulorum plana. Quod ſi per rectã b c aſſumpſiſſem rectam a b. & deſcripſiſſem ſuper a b. quadrantẽ: tunc in quadrante a c l. habuiſſem interualla linearum horariarum à meridie, in verticali mei horizontis: Dum enim capio verticalem pro horizonte poſito a c. diameter verticalis fiet a b. diameter paralleli, quem tangit ipſe verticalis, & qui maximus eſſet integre apparentium ſuper ipſum verticalem quaſi horizontem. Cum verticalis pro horizonte ſumpti, latitudo ſit complementum latitudinis mei horizontis. Vnde ſemper in duobus horizontibus, quarum vnius latitudo eſt complementum alterius, interualla horaria in vtrolibet eorum, ſunt eadem, quæ in verticali alterius. Et ob id



in

in regione 45. gr. latitudinis, interualla horaria horizontis eadem ſunt, quæ & verticalis. Item dimidiabo arcus c n. n o. o p. p q. q r. r k. in ſignatis punctis, & per ipſa protraham diametros circuli c k. ad lineam c m. & ab incidentijs, vbi ſignata ſunt puncta, productis lineis ad centrum a. Inueniam in periferia l c. ſpacia dimidiatarum horarum pro horizonte, & ſimiliter, vt dictum eſt pro verticali: Nã talia ſpacia erunt quandoque vſui. Item illud attende, quòd hæc omnia per maiores circulos certius & diſtinctius inueniuntur. Maiora enim inſtrumenta maioribus ſpacijs certiorem ſenſum faciũt.



Horologium uerticale ad latitudinẽ graduum 38.

Horologium horizontale ad latitudinem graduum 38.

His peractis, parata eſt via deſcribẽdi lineas horarias à meridie tã in plano horizõtis, quàm ṽticalis horologij. Et in primis deſcribã, per 7^{u} cap. in horizõti plano lineã meridianam a c. æqualem diametro ſemicirculi n u p pro latitudine mei loci deſignati: ſignatis etiam punctis d e. ſicut in ſemicirculo fecerã. Nam pũctũ e. locus eſt ſtyli e b. & punctum d. per quod incedit linea horæ 12æ ab ortu vel occaſu: & punctum c per quod agam æquinoctialem lineam ipſi a c. ad rectos, quæ ſit c ∞. vtrinq; indefinitam. Et ſuper centro a. ſpacioque a c. deſcribam circulum a c l. æqualem videlicet circulo quadrantis a c l. nuper deſcripti: & protraham lineam a l vtrinque ad rectos ipſi a c. quæ duæ circulum a c l. in quatuor quadrantes dirimunt. eritque a l. linea horæ ſextæ à meridie:

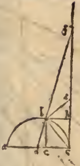
communis

communis.f.ſectio circuli horæ ſextæ cum plano horizontis:& axis meridiani. & perinde perpendicularis ad a c. in meridiano iacentem. Transferam igitur huc ſpacia horaria dudum in quadrante a c l.facta,arcus ſcilicet c y.y z.z i.i æ.æ Z.Z l. Et ſimiliter eadem in collaterali quadrante: nam duo quæuis ſpacia æqualiter remota à Meridiana linea ſunt inuicem æqualia,& anguſtiora ſunt meridianæ viciniora: & protraham per puncta diuidentia centrumque a. lineas per totum horologij horizontalis planum: ipſæ nanque ſunt lineæ horariæ propoſiti horizontis horarum à meridie exorſarum terminatrices: poſito enim c. puncto verſus partes extantis poli, erectoque ſuper puncto e.ſtylo e b.ſi ſtyli vmbra ceciderit ſuper a c. meridianam lineam, certum eſt inſtare meridiem. ſi vmbræ extremum ceciderit ſuper a y. lineam quantum opus eſt productam, inſtabit iam hora prima ante meridiem:& ſic deinceps. Non aliter inuetis horatijs ſpacijs in circulo verticali,ſicut docuimus,eaſdem horarias lineas in plano verticalis horologij deſcribemus: ſed tunc pro linea a d e c. ſumam lineam c h g f. quam in verticali faciam lineam meridianam,& in puncto g.ſecabunt ſe lineæ horariæ: punctum h. locus ſtyli h b. punctum c. per quod incedit æquinoctialis linea: & punctum f. per quod linea horæ duodecimæ ab ortu vel occaſu. Vel poſſum ex factis iam in horizonte lineis horaris elicere lineas horarias verticalis, hoc modo: Producam, quantum ſatis eſt, lineam a c. ſumamq; in ea portiones lineæ c h g f. in meo ſemicirculo primùm factas: deinde in linea æquinoctiali c ω. notabo puncta,in quæ cadũt horatiæ lineæ in horizontis plano dudum factæ,quæ puncta ſint φ θ π λ ω.quæ puncta cõnectam cum puncto g. & producam in planum totum lineas: & idem faciam ex altera parte lineæ æquinoctialis.Intelligam tamen lineam c h g f.totumq; planum c g ω.orthogonaliter erectum ſuper horizontis planum:ſic enim ſtabit pro verticali plano eritque communis ſectio horizontis & verticalis linea ipſa æquinoctialis c ω. & recta coniungens centra a g. erit axis mundi: & ſtyli duo e b. h b. communem verticem b. habentes,ſemper in vnum punctum proijcient vmbram iudicem horæ,ſiue in horizontis planum, ſiue in verticale deſinat, ſiue in æquinoctialem lineam communem planorum limitem. Item axis a g.ſemper totam vmbram proijciet in ſpacium inſtantis horæ, aut ſuper horarias vtriuſque plani lineas eiuſdem horæ limites. Nam ſicut axis eſt communis ſectio circulorum horariorum per polos mundi incedentium:ita eius axis vmbra fertur per ſingula ipſorum circulorum plana,& perinde per factas à planis lineas communiter in horizontis & verticalis planis. Quo fit & vt,ſi,ut ſingula circu-

lorum

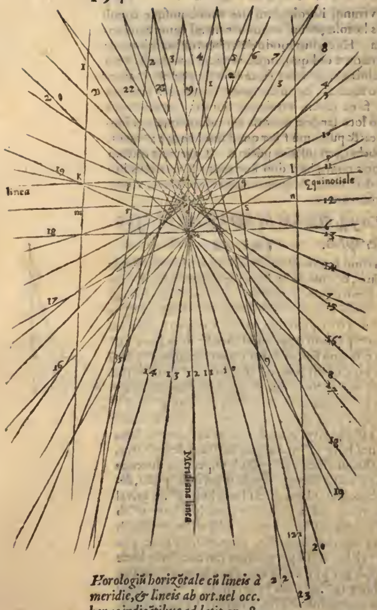
lorum plana ſecant vtrunq; horologium, ita vniuſcuiuſque circuli factæ lineę in faciebus horologiorum continuentur ad vnum æquinoctialis lineæ punctum. Hoc igitur modo deſcribentur lineæ horariæ à meridie in omni horizonte obliquo, atque verticali horologio. Verũ pro horizonte latitudinis 45. gr. vtere ſecanda deſcriptione ſemicirculi: Erunt enim in eo lineæ a c. c g. in horizonte & verticali inuicem æquales; & perinde fient eadem vtrobique horaria ſpacia, & par vtrobique ſtylus. Pro loco tandem maioris latitudinis linea c g. longior erit, quàm a c. linea: & punctum f. per quod linea horę 12^{ae} ab or. vel occaſu trãſire debebat, erit inferius pũcto c. Cætera, vt dictum eſt, diſponentur. Potes tamen hæc duo horizontis & verticalis horologia ſingula per ſe deſcribere, & quantumlibet producere, vt ſingula capiant ſuas ſeorſum lineas.

Linearum vtriuſq; ordinis in horizonte obliquo deſcriptio. Cap. 12.



LINEIS meridianarum horarũ ſic deſcriptis ſuperaddemus lineas occiduas ſiue ortiuas, hoc modo. In linea meridiana ſumam quatuor puncta in primo ſemicirculo pręcedẽtis capitis adinuẽta ſub tali tñ menſura, vt margo libelli complecti poſſit deſcribẽdas lineas. Quæ puncta hic inſtaurata ſint a d e c. punctum ſcilicet a. in quo ſe inuicem ſecãt horariæ lineæ $mer^{næ}$ pũctum d. per quod incedit linea horæ 12^{ae} ab ortu vel occ. pũctũ e. in quo figitur ſtylus e b. rectus ad hor^{te} pũctũ c. per quod trãſit linea æquinoctij. Itaq; cũ linea horæ p^{ae} ab or. vel oc. ſecet æquinoctialẽ k c l. in puncto in quo ſecat eundẽ linea horæ 19^{ae} à mer ſit tale punctum k. Necnon cum linea horę eiuſdem p^{ae} ſecet li^{a} horæ 12^{ae} in puncto, in quo ſecat eãdem linea horæ 6 ½ à mer. ſit tale pũctũ m. in linea horæ 12^{ae} ab or. vel oc. m d n. Nam ſic habeo in linea æquinoctiali k c l & in linea horæ 12^{ae} m d n. quæ facillimè deſcribũtur, cum ſecẽt Mer^{na} a c. orthogonaliter duo pũcta k m. per quæ ducenda eſt linea horæ p^{ae} ab or. vel oc. Poſita ergo regula ſuper dicta pũcta, deſcribã lineã k m. p totũ horologij planũ, q̃ erit lineã horæ p^{ae} ab or. vel oc. ex 2° pcepto & 3° ſexti cap. Itẽ ex 3° pcepto linea ipſa horæ p^{ae} ab or. vel oc. æquidiſtãs eſt horæ dimidiæ à meridie: igr̃ k m. æquidiſtabit lineæ horæ ½ à mer. aliter enim erratum eſſet. Item, ex ijſdẽ præceptis ſexti cap. linea horæ 23^{ae} ab oc. trãſit per pũctum l. in quo linea horæ 5^{ae} à mer. ſecat æquatorẽ. & per pũctũ n. in quo linea horæ 5 ½ ſeu 17 ½ à mer. ſecat lineã m d n. horæ 12^{ae}. Igr̃ linea l n. erit horæ 23^{ae} ab oc. quæ etiã ex 3° præcepto dicti cap. æqdiſtãs eſt lineæ horæ 11 ½ à mer. ſic melius corriges te in lineãdo, Adhuc li^{a} horæ 2^{ae} ab or. vel oc. trãſibit per punctum p. in quo linea a p. horæ 20^{ae} à mer. ſecat æquinoctialẽ k c l.

N & per



& per pũctum r. in quo linea horæ 7ª vel 19ª à mer. quæ eſt a r. ſecat lineã m d n. horæ 12ª. Itaque linea p r. erit horæ 2ª ab ort. vel oc. quæ etiam æquidiſtans eſt lineæ horæ pª vel 13ª à Mer. vt certius agas. Præterea linea horæ 22ª ab or. vel occ. Ibit per punctum q. in quo linea horæ 4ª vel 16ª poſt mer. a q. ſecat æquinoctialem k c l. & per punctum s. in quo linea a s. 5ª vel 17ª a mer. ſecat lineam m d n. horæ 12ª. Iam ergo linea q s. erit horę 22ª ab occaſu, q̃ quidẽ ęquidiſtans eſt lineæ horæ 11ª poſt meridiem: vt hoc etiam experimẽto comprobes praxim tuã. Quid tantum moror? Similiter ex præceptis ſexti cap. deſcribes alias lineas 19. horarũ ab ortu vel occ. indices, ſicut deſcribere docui quatuor prædictas: donec abſoluas 23. lineas ſeſe cum meridianis lineis cãcellatim inter-

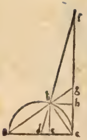
Horologiũ horizõtale cũ lineis à meridie, & lineis ab ort. uel occ. horas indicãtibus ad latit. gr. 38.

interſecantes ac quadrilatera quædam facientes, quarum diametrales rectæ ſunt portiones meridianarum linearum. Nam linea horæ 24æ, quam facit horizon, non apparet, vt dictum eſt in 5° cap. Sic habes vniuerſalem linearum horariarum vtriuſque ordinis deſcriptionem & diſpoſitionem, vt curioſo lectori apertius noteſcat earum theoria: Non enim hæc ſcribo his, qui ſola praxi contenti ſpeculationem aſpernantur. Potes tamen omittere lineas occaſuales ſiue meridianas, vt lubet & expedit. Nam quidam lineis horarum ab occaſu more Italico ac Siculo tm̃ cõtẽti ſunt, earũq; partes ſolũ deſcribũt, ad quas vmbra ſtyli incitur: portiones, inquã, occidẽtales pro Sole oriẽtali: portiones verò ortiuas p° Sole occiduo. Sic & portiones lineaꝝ, quæ a ſtylo ſunt auſtrales, omitti ſolẽt: qñquidem vmbra, vt plurimum ad Septẽtrionẽ nobis proijcitur. Nec omittenda eſt illa conſyderatio, ꝙ ſicut linea æquinoctialis incedens hic per angulos trapeziorũ ſuſcipit per totum æquinoctij diem deſinẽtias vmbraꝝ ſtyli: ſimiliter per reliquos trapezioꝝ angulos hinc & inde ab æquatore incedũt curuæ periferiæ, quæ hypbolæ vocãtur, factæ in horizõtis plano à conicis ſuperficieb. parallelorũ, p circulorũ horariorũ ĩ ſphæra ſectiões incedẽtiũ, in quas deſinũt vmbræ, dũ Sol in earũ parallelis circũfertur. Et ſicut in ſphæra circuli horarij tãgẽtes tãgũt extremos parallelos, quos tãgit horizõ in pũctis, in quibus eoſdẽ ſecãt circuli ſecãtes: ita & pſatę 23. liæ horariæ à dictis circulis horarijs in horizõtali plano, piectæ, tãgũt in ipſo plano quãdã curuã periferiã ab vnĩ dictoꝝ paralliũ conica ſupficie (dũ ab horizõtis plano ſecat) factũ, q̃ nõ hypbole, ſicut cæteræ à mediorũ paralliũ conis factæ, ſed Parabola vocat, cuius axis ẽ ipſa merna lia. Et cuius ꝓprietates ĩ 2° libello explanabũtur: in punctis, inquã, in quibus eadẽ curuã ſecãt lineæ horariæ à circulis ſecãtibus factæ, horaꝝ. ſ. meridianarũ indices.

Verticalis horologij in Sphæra obliqua cum vtriſq; lineis deſcriptio. *Cap. 13.*

EX antepræmiſſo capite deſcribã in plano verticalis lineã meridianam c f. cũ cęteris lineis horas à meridie limitãtibus, ſeq; in pũcto g. viciſſim ſecãtibus. Sed pũcta c h g f. in ea linea, per primã deſcriptionem in ſemicirculo adinuẽta, cõmẽſurabo per figurationem dictam in præmiſſo cap. inſtauratam, ne nimium ſpacium excedat paginæ capacitatem. Punctum ſcilicet g. in quo ſimul ſe interſecant horarũ lineæ à meridie. pũctum f. per quod incedit linea horæ 12æ ab ortu vel occ. pũctum h. in quo erigẽdus eſt ſtylus ſ. ad verticalem faciẽ rectus: punctũ deniq; c. per quod ducẽda eſt æquinoctialis linea k c l. Cum autem hb. ſtylus ſit perpẽdicularis ad planum verticalis: & acumen ſtyli b. ſitum ſit in cẽtro communi circulorum horariorum: iam ipſe ſtylus b h. erit

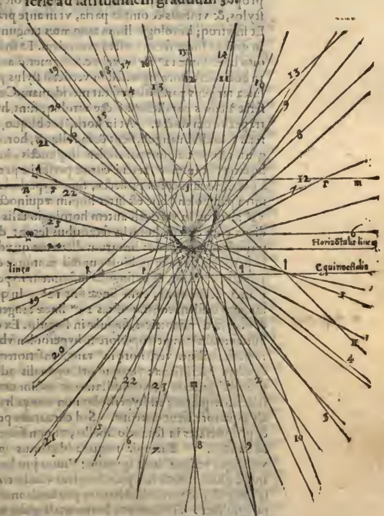




portio axis circuli verticalis, & perinde communis ſectio Meridiani & horizontis incedentium per polos ipſius verticalis; Igitur linea horæ 24^{a} ab ortu vel occ. quam facit horizon in plano verticalis, ibit per punctum h. ſecãs ad rectos lineã Mer^{ni}. e f. Nam, cum e f. ſit perpendicularis ad horizõtem, erit perpendicularis ad lineã dictã horæ 24^{a} in horizõtis plano iacentem. Deinde linea g k. horæ 19^{a} à meridie ſecet æquinoctialem k c l in puncto k. & linea horæ $6\frac{1}{2}$ à mer. g m. ſecet li^{a} horæ 12^{a} ab ortu vel occ. in puncto m. Nam per 2^{a} & 5^{a} Regulas ſexti cap. linea ducta per hæc duo puncta k m. erit horæ primæ ab ortu vel occ. quæ linea ſecat etiam lineam prædictam horæ 24^{a} horizontalem in illo puncto, in quo eãdem ſecat linea horæ $\frac{1}{2}$ à meridię. Talia enim tria puncta in vna recta linea ſita ſunt, niſi in deſcribẽdo ſit erratum. Item linea g l. horæ quintæ à mer. ſecet æquinoctialem k c l. in puncto l. & linea horæ $17\frac{1}{2}$ ſiue $5\frac{1}{2}$ à mer. ſecet lineam horæ 12^{a} ab ortu vel occ. in puncto n. Nam per ſextum caput, recta l n. erit linea horæ 23^{a} ab ort. vel occ. quæ etiam ſecabit lineam horizontalem, vbi ſecat eam linea horæ $23\frac{1}{2}$ ſiue $11\frac{1}{2}$ à meridie, vt ex hoc certior fias. Adhuc linea g p. horæ 20^{a} à mer. ſecet æquinoctialẽ in pũcto p. & linea horæ 7^{a} vel 19^{a} à mer. ſecet lineam horæ 12^{a} ab ortu in puncto r. Nam per puncta p r. Ibit linea horæ 2^{a} ab or. vel oc. quæ ſecabit li^{a} horizontalem vbi ſecat eam linea horæ primæ à Meridie. Denique linea g q. horæ 4^{a} ſeu 16^{a} à meridie ſecet æquinoctialem in puncto q. & linea g s. horæ 17^{a}, vel 5^{a} à mer. ſecet lineam horæ 12. ab or. in puncto s. Nam coniuncta q s. erit linea horæ 22^{a} ab or. vel oc. quæ ſecabit lineam horizõtalem, vbi eam ſecat linea horæ 23^{a} ſeu 11^{a} à mer. vnde certior eris. Et ne pluribus, quàm opus ſit, tecum agam, eodem proceſſu deſcribes cæteras 20. lineas horarum ab ortu vel oc. numeràtarum. Nam in hoc horizõte noſtro planum circuli verticalis ſecat omnes horarios circulos; & perinde omnes horariæ lineæ in tali plano apparent deſcriptę. Sicut & contingit ad omnem latitudinem, quæ minor, maiórve ſit dimidio anguli recti. Nam in verticali horologio latitudinis 45. gr. præciſe non apparet linea horæ 12^{a} ab ortu vel occ. quoniam talis horologij planum æquidiſtans iam plano circuli horæ 12^{a} illud minime ſecat: & ideo lineam eius circuli nõ ſuſcipit. vt in 5° cap. dictum eſt. Completis igitur lineis horarijs vtriuſq; ordinis, procreantur & hic per ambitum cancellatæ linearum horariorum ſectiones, ſicut & circulorum plana lineas facientia ſe viciſſim in ſphæra interſecant. Item ſicut vnuſquiſq; parallelorum in ſphęra incedens per cancellatas circulorum ſectiones deſcribitur à Sole, dum facit arcus diurnos integrarum ac præciſarum horarum; ita curua periferia à cono talis paralleli in plano verticali ſecante facta, ſuſcipit per illum diem vmbrarum ſtyli deſinentias. &

ſicut

Horologiū in verticale cum vtraque linearum ſerie ad latitudinem graduum 38.



ſicut i ſphæra circuli horarij tangentes tāgunt extremos parallelos, quos tāgit horizon, in punctis in quibus eoſdem ſecāt circuli per polos horarij: ita & hic deſcriptæ 24^{or} horariæ lineæ ab ortu vel occ. exorſę, tangūt quādā curuā periferiā, quæ Ellipſisdr̄, quaſi oualis, in pūctis, in q̄bus eandem ſecant lineæ horariæ mer^{nę}. Cuiuſq; autē periferiæ per angulos trapeziorū incedētes, q̄ ſupiores ſunt ęquinoctiali li, quæcūq; fiūt à conis parallelorū nondum perueniētiū ad verticalem circulum, ſunt ellipſes, quēadmodū prædicta. Quæ autē curua periferia fit à cono paral^{li} tangētis circulum verticalē, parabola exiſtit. Cæteræ autē curuæ piferiæ à cęterorū parallelorum conis factæ tam ſuperiores ęquinoctiali linea k c l. q̄ inferiores, erunt hyperbolæ, hinc & inde ſemper auerſis ab æquin^{ali} brachijs. Igr̄ ſicut in præſenti capite & duobus præcedentibus deſcripſimus pro latitudine gr. 38. minori quidem dimidio recti anguli, tam in horizōtali, q̄ in verticali horologio lineas horarias vtriuſq; ordinis; ita faciemus pro omni horizōte obliquo, ſemper vtētes regulis 6^{ti} ca.

Verùm in horizōte obliquo latitudinis gr. 45. horologiū horizontale

& horologium verticale ſuſcipiunt eandem penitus diſpoſitionem, propter eandem æquatoris ad vtrunq; horologium inclinationem, & ſtylos, & vmbras & omnia paria, vt in ante præmiſſo cap. dictum eſt. Et in vtroq; horologio lineæ tangentes tangunt parabolam in pūctis, in quibus lineæ ſecantes ſecant eandem. Et ſtylus figitur in puncto, in quo linea horæ 12ᵉ ab or. vel oc. ſecat meridianā, tangitq; parabolam in horizōtali horologio: ſed in verticali ſtylus ponitur vbi horizōtalis linea tangens parabolam ſecat meridianam. Cæteræ autē curuæ periferiæ à conis parallelorū factæ vtrobiq; ſunt hyperbolæ per angulos trapeziorum ductæ. At in horizōte obliquo, cuius latitudo excedit recti dimidium anguli, ſicut & in reliquis, horologij horizontalis tangentes lineæ tangunt parabolen in punctis, in quibus eadem ſecant horariæ ſecantes: & cæteræ curuæ periferiæ per angulos trapeziorum à parallelorum conis proiectæ, ſunt hyperbolæ: verum ſtylus cadit intra parabolen, hoc eſt inter lineam æquinoctialem & lineam horæ 12ᵉ ab ortu. In verticali autem horologio talis horizontis linea meridiana cum cæteris horarijs ſecantibus ſecant duas Hyperbolas contrapoſitas, hoc modo: linearum dictarum quædam ſecant ſuperiorem hyperbolen ſingulæ in binis punctis tantùm: & quædam in ſingulis punctis, eandem, & in ſingulis inferiorem hyperbolen: ſic fiunt 24ᵒʳ puncta ſectionum, cum lineæ ſint 12ᵉ. In quibus quidem punctis tangunt eaſdem contrapoſitas 24ᵒʳ lineæ tangentes, horarum ab ortu & occaſu terminatrices, ſingulæ in ſingulis. Ex quarum numero linea horizontalis tangit ſuperiorem hyperbolen vbi ſecat eandem linea meridiana: linea verò horę 12ᵉ tangit inferiorem hyperbolen vbi ſecat eandem Meridiana: vtraque orthogonalis ad meridianam. Curuæ quoque periferiæ per cancellatarum ſectionum puncta deductę hinc inde ab æquatore ad hyperbolas non minus hyperbolæ ſunt, auerſæ ab æquatore, ſicut extremæ. Sed curuarum periferiarum ſpeculatio & proprietates in ſecundo libello, vt non ſemel promiſimus, explanabuntur. Exempla itaque adduximus in deſcribendis horarijs vtriusque ordinis lineis quatuor: Vnum pro horologio æquinoctiali: quod quidem locis ſub polo fungitur vice horizontalis: in recta vero ſphæra eſt pro verticali. Alterum pro horizonte recto & pro meridiano quolibet. Tertium pro horizontali obliqui horizontis: Poſtremum pro verticali noſtræ regionis. Ex quibus lectoris perſpicacia poterit & ad proprium horizontem, & ad quemuis alium, ſiue exercitij, ſiue delectationis gratia, horologium quodlibet cum lineis, ad vſum ſiue ſpeculationem accommodatis elaborare. Nec omnia oſcitanti lectori ſunt propinandas. Nunc quædam circa lineas & periferias & horologiorum facies notabimus.

 Quædam

Quædam circa lineas horarias & flexas & horologiorum facies notanda. Cap. 14.

VISVM fuit nobis decentiſſimum, vt ſicut horariæ lineæ deſcribi ſolent ad determinandas integras horas à meridie, ſiue ab ort. aut oc. numeratas, ſicut & in ſphæra circuli, à quorum planis horariæ rectę in horologiorum plana proijciuntur: ſic & curuæ periferiæ, quæ vmbrarum deſinentias ſuſcipiunt, per cancellatas rectarũ ſectiones flecterentur, vt iudicarent earundem horarum integritatem, ac ſimul arcus diurnos ac nocturnos perfectarũ horarum continerẽt, ſicut & in ſphæra paralleli per circulorum ſecantium & tangẽtium cancellatas ſectiones ducti, à quorũ conis in horologij plano ſectis prædictæ curuæ periferiæ generãtur. Atq; multiplicatis horarijs circulis ac lineis ad diſtinguẽda horarum dimidia, ſiue quadrãtes, adhuc paralleli & flexę ſimiliter miſcatæ per ſectionum factarum pũcta in ſphæra & horologio ducerẽtur eaſdẽ horarũ partes & ſegmẽta cõmonſtrantes. Namq; ſecus faciẽtes, & pũcta ſectionum miſcamus & inſpiciẽti oculo ingerimus cõfuſionem. Cõſueuerũt ſiquidẽ alij flexas huiuſmodi lineare ad indicãda ſignorũ zodiaci principia & partes, in quibus Sol defertur, dum vmbrarum deſinentiæ flexas deſcribũt: hoc eſt eas flexas deſcribere, quæ à parallelis per initia & partes ſignorum in ſphæra ductis, generãtur. Quod nos in 2° libello docebimus: vbi plenior erit ſermo de vmbrarũ deſinẽtijs. Sed quis vetat vtrunq; fieri, & ſingulis flexis loca Solis lateratim adſcribere? Præterea notãdum eſt, ꝙ ſicut Sol in noſtris regionibus non fertur per oẽs parallelos, qui extremis interiacẽt, quos horizõ cõtingit (non.n. trãſgreditur tropicos ſuos) ita & in planis horologiorum non oẽs curuæ periferiæ à parallelis generatæ pſtãt vſum ad vmbras determinãdas. Nihilominus non abſtinuimus à deſcriptione oĩum parallelorum & flexarum, vt rei ſpeculatio melius innoteſcat. Quanq̃ in regione hũ latit. nõ minorẽ complemẽto maximæ ſolaris declinationis, Sol nullum nõ parallelum intra extremos deſcriptum viſitat. Quinimmo ſicut in ſphæra poſſunt deſcribi illi paralleli, quos horizon obliquus neq; tangit, neq; ſecat, ſic & in horologij plano curuæ periferiæ à talibus parallelis generatæ, quæ ſemp ellipſes ſunt, delineari poſſunt, ſicut in 2° docebimus. Quarũ q̃dã in dictis regionibus, ob magnã ęquatoris inclinationẽ, ſuſcipiũt limites vmbrarum: quandoquidem Sol integros earũ parallelos circinat ſupra horizontem: ſicut in ſecũdo melius intelliges. Item in lineis horarijs attendẽdum, ꝙ ſicut vnuſquiſq; circulorũ horariorum à meridie horas diſtinguẽtium ſecatur in polis in duos ſemicirculos, quorũ vnius à meridie, alter à media nocte horas cõputat; ſiue vterq; à meridie, ſi lubet, diuerſis tñ numeris; ita & eius circuli horaria linea in horologij plano

ſecat in pũcto cõmuni cũ merna & alijs in duas partes, quarũ vna limes eſt horarum à meridie, altera horarum à noctis medio cõputatarũ, ſiue ſi vtraq; portio lineę à meridie horas nũmeret, diuerſis & ꝑ duodenariũ differẽtibus numeris numerabit. Nec non, ſicut vnuſquiſq; quatuor & viginti horariorũ circulorũ tãgentium, de quorum numero eſt horizon obliquus, ſecatur in duos ſemicirculos apud cõtactuum puncta, quorũ vnus diſtinguit horas à ſemicirculo horizõtis orientali, hoc eſt, ab ortu exorſas; alter verò horas à ſemicirculo horizontis occidẽtali, hoc eſt, ab oc. inceptas; ita & ipſius circuli horarij linea in horologij plano ſecatur apud contactum curuæ periferiæ, à parallelo, quem tangit horizon & circulus ipſe horarius, factæ diſpeſcitur in portiones duas, diuerſorum officiorum: altera enim ab ortu, reliqua ab occ. horas enumerare ſolet eodem numero, occidentalis ſcilicet ab ortu: orientalis verò ab occ. Et ideo nulla inter lineas proprio vacat officio. Et quandocunque vmbra deſinit in pũctum aliquod ſectionis duarum aut trium linearũ, certum eſt illud inſtans terminum eſſe talium horarum à diuerſis initijs exorſarum. Exempli gratia, Sole æquinoctialem poſſidẽte, inſtet quinta poſt meridiem hora, iam inſtabit ab ortu 11ª & ab occ. 23ª. Ideoq; in tali inſtanti omnino ſtyli vmbra deſinet in illud punctũ, in quo ſe inuicem ſecant in plano horologij tres lineæ horariæ, videlicet linea horæ 5æ à meridie, linea horæ 11æ ab ortu, & linea horæ 23æ ab occaſu. Quid? quòd & noſtra horologia nocturnas etiam horas radiante ſcilicet Luna indicabunt, vt iam non tm̃ Solaria ſed & Lunaria vocari mereantur. Nam, exempli gratia, in plenilunio, radiante Luna, ſi ſtyli vmbra deſinat in lineam horæ primæ ab ortu; iam Luna horam compleuerit à ſuo ortu: & perinde Sol tantundem temporis poſt ſuũ occaſum: hoc dato, ꝙ Luna oriente, Sol occidat: inſtabit ergo hora prima poſt Solis occ. Sic etiam & in alijs temporibus, per lunam hora nõteſcere poteſt, dum conſtet, qua hora Luna oriatur, aut qua occidat. Ecce in hoc caſu linearum vſus egreditur ſolares terminos, quandoquidem Luna, propter latitudinem, quam patitur ab ecliptica, egrediatur ſæpe Tropicos.

De facierum horologiorum conuerſione. Cap. 15.

NEQVE illud notatu dignum, eſt omittẽdum, quod ad inuerſionẽ facierum horologicarum pertinet. Namq; facies horologij verticalis ad partes meridianas conuerſa exponitur, qñquidẽ ab ijs partibus, vt plurimum, à Sole irradiatur: verũ Sole ad extãtem polum declinãte, dicta horologij facies nõ inſpicitur à Sole matutino aut veſpertino, dũ à verticali circulo ad dicti poli partes ſecedit; ſed inſpicitur tunc eius faciei dorſum, quod ad dictas poli manifeſti partes vergit: itaq; conuertẽdus eſt verticalis horologij paries, vt facies, quę ad meridiẽ vergebat, conuerſa

conuerſa reſpiciat partes oppoſitas : Ita tñ, vt quidquid lineamẽtorum erat ſupra lineam horizontalem, fiat inferius eadem: & econtrario inferiorã fiant ſuperiora, redacta facie ad æquidiſtantiam prioris ſitus. Quæ quidem conuerſio fit ſuper axe meridiani: qui axis incedit per acumen ſtyli æquidiſtãs horizontali & æquinoctiali lineis. Namq; acumen ſtyli ſitum intelligitur in cẽtro oĩum circulorum horariorum & maiorum. Poſito ergo dicto axe, fixoq; ad acumen ſtyli & immoto manente, circũuoluatur paries horologij verticalis, donec facies meridiana vergat ad partes oppoſitas ad æquidiſtantiam. ſ. prioris ſitus reſtituta, ſtante ſtyli acumine vbi prius erat: ſic enim locata facies præſtabit horarũ iudiciũ ad Solem à dictis partibus radiãtem, cõmutatis tñ linearũ inſcriptionibus, vnoquoq; ſcilicet horarum numero in cõplemẽtũ ſui vſq; ad 24^{or} traducto, vt exẽpli cauſa, linea q̃ inſcribebat' vnius horę, vocetur horarum 23. & quæ duarum, nunc 22^{am} & quæ trium, nunc ſit 21. & ſic deinceps. Similis penitus & ſuper eundem Mer^{ni} axem conuerſio fieri poterit in horologio æqnoctiali, de quo in nono capite diſſeruimus. Neq; oportet cõuerſionis modũ repetere, modò ſeruetur æquidiſtantia ſitus faciei, vt horologio cõuenit. Non aliter, neq; ſuper alium axem cõuerti poſſet facies horologij horizontalis, de quo in 12° cap. ita vt inſpiciat inferius hemiſphæriũ, vſumq; præſtet antipodibus noſtris: qñquidem nos inde radium ſolarem non ſuſcipimus: neq; opus eſt vt modum hic tradam, eandem.n. verba repetere: hoc tm̃ mutato, vt facies hic ad æquidiſtantiã ſuam inuerſa reſtituatur. vt cõgruus horologio ſitus ſeruetur. linearum inſcriptionibus cõmutatis, vt dictum eſt: tam in horizontalis huius, q̃ in æqnioctialis horologij cõuerſione. Sic enim habes pro vtraq; facie tã horologij verticalis, quàm ęquinoctialis, quãquàm horizõtalis, abſolutiſſimã lineamẽtorum cũ ſtylo deſcriptionẽ atq; ſitum ſub vno labore. Poteſt & Mer^{nũ} horologium cõuerti non ſolũ ad ſuã ęquidiſtĩtiam, hoc eſt, vt ex oriẽtali fiat occidẽtale, ſed etiã ad alios ſitus. Sed audi perſpicaciſſime lector, quo pacto cõuertatur hoc meridianũ horologium: Nã cum meridiano æquidiſter, qui vnus eſt de numero circulorũ ſecantiũ, poteſt & ad æquidiſtãtiam cuiuſvis talium circulorũ redigi, mutatis tñ linearũ officijs. Talis autẽ cõuerſio fit ſuper axe mũdi, qui plano ipſius horologij ſemper æquidiſtat, ita vt acumen ſtyli ſemper immotũ in axe dicto ſitum permaneat. Si itaq; horologium meridianum ad orientem vergens ſuper axe mũdi cõuertatur, donec ad ſui ſitus æquidiſtantiam reſtitutum vergat ad occidentẽ, præſtabit tũc horarum iudiciũ ad ſolẽ occidẽtale, hoc eſt, poſtmeridianum: uerùm linea horizontalis fiet linea horæ 12^{æ}, & ecõtrario: & linea horæ primæ, fiet linea horæ 13^{æ} addito ſemper duodenario in horis ab ortu uel occaſu. In his autem, quæ à meridie numerãtur, ablato eodem numero. ſic linearũ officia mutãtur.

Faciam

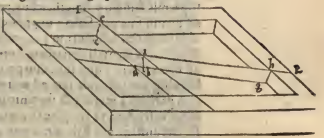
Faciã & aliam mer^ni^ oriẽtalis horologij cõuerſionem ad æquidiſtãtiam circuli horarij ſecantis horæ ſextæ, qui mer^nũ^ orthogonaliter ſuper axe mundi ſecat: oportebit autẽ cõuerti horologium per quadrãtem vnius reuolutionis, vt ad circuli prędicti horę 6^æ^ redigatur æquidiſtãtiam: vñ oportebit & horarum officia variare, addito ſingulis linearum numeris ſenari o. Quare linea horæ 18^æ^ ab ortu vel occ. aſſumet officium lineæ horizõtalis, quæ 24^a^ terminat. Item linea horæ 18^æ^ à meridie fungetur vice meridianæ: linea horæ 19^æ^ à meridie indicabit primã indidem numeratam. & ſic deinceps in cæteris. Intellige autẽ vt horologium mer^nũ^ oriẽtale ad dicti circuli horę 6^æ^ tralatum æquidiſtãtiam, vergat ſurſum, hoc eſt, ad ſectionem æquatoris cum mer^no^ ſuperterraneã. Nam ſi deorſum ad reliquã eorum ſectionem cõuerſum ſit, oportebit ſenariũ numeris horarijs auferri: Sic linea horæ 6^æ^ ab or. vel oc. fiet horizontalis & linea horæ 18^æ^ à meridie fiet linea horæ 12^æ^ hoc eſt mer^na^. Et in vtraq; facie huius ſitus linea horæ 6^æ^ à meridie nõ apparet, qñquidem horologium plano talis horę ęquidiſtãs eſt. Memẽto autẽ in dictis additionibus, qñcũq; excreſcat cõgeries vltra numerum 24^or^ tũc abiectis 24^or^ tenẽdum eſſe reliquũ: In ſubtractionibus autem eũdem numerum apponẽdum minori, à quo maior ſubtrahi nequit. Sed ſcio huiuſmodi conuerſionum demonſtrationem à ſpeculatiuis deſyderari: quæ tamen ſicut obſcura non eſt conſyderanti ſimiles planorum ſectiones in ſimilibus poſitionibus fieri, ita in theorijs ſecundi libelli apertiſſime clareſcet.

De facierũ diuerſarũ & lineamẽtis colligãtia. C. 16.

CVM ſtylus plano ſui horologij ſit perpendicularis, dubiũ nõ eſt, ſtylũ ipſum ſemp eſſe portionẽ axis circuli, cuius plano æquidiſtat horologij planũ: itaq; ſi Sol in ipſo axe ſtatuatur, hoc eſt in polo ipſius circuli, iã ſtylus nullã iaciet vmbrã iam tũc in ſe ipſo receptam: tũc igr̃ pes ipſius ſtyli erit index inſtantis horæ. Sicut cum Sol poſſidet verticẽ ſiue zenit regionis, tũc ſtylus horizõtalis horologij talis regionis ne quo iacet vmbram, & per vmbræ extremo conſyderãdus erit ſtyli pes. Quod ſi ſol in ipſo plano iaceat horologij, tũc vmbra ſtyli in infinitũ pijcitur extra eam: ſi ſit Sol in horizonte, infinita erit horizõtalis ſtyli vmbra in ipſum horizõtalis horologij planũ proiecta. Nam Sole aliquãtum ſup planũ eleuato, vmbra ſtatim finẽ alicubi adipiſcitur, & in aliquod plani pũctũ deſinit. Itaq; cũ Solaris radius radit adamuſſim horologij faciẽ, quod quiuis inſpector facilè iudicat; certũ eſt Solẽ in ipſo plano iacere, & ſtyli vmbrã eſſe tũc infinitam. Verùm qñ vmbra finem habet, neq; in horologij plano deſinit, cũ tam latum planum fieri nequeat, vt omnes vmbrarum deſinẽtias recipit, non cõſtabit horæ indicium. Oportebit igr̃ circũuallare horologij planum parietibus ad ſtyli faſtigium ſubuectis:

Sic enim

Sic.n.ſtyli vmbra ſemper deſinet, ſi non in ipſius horologij plano, at in ipſos parietes erectos: & ſi vmbræ extremũ proijciatur ſecũdùm ipſum parietum alt^{nē}, certum erit vmbram tũc eſſe infinitam, & Solẽ in ipſius horologij plano exiſtere, & inſtare eam horam, cuius circulo æquidiſtãs locatur horologij planum. vtputa, Si horologium ſit horizõtale, inſtare finẽ horæ 24^{æ} ſiue initium primæ ab ort. vel oc. Si horologiũ ſit mer^{nũ}, inſtare meridiẽ. Si horologiũ æquidiſtãs ſit plano horæ 6^{æ} à mer. inſtare horã 6^{ã} ſeu 18^{ã} à meridie. Si horologiũ ſit verticale regionis 45. gr. latitudinis, inſtare horã 12^{ã} ab ort. vel occ. eius.n. horæ plano horologium illud æquidiſtat. Si autẽ vmbra deſinet in planũ horologij, indicabit deſinẽtiam horã inſtãtem inter lineamẽta horaria ſuis iã inſignita titulis. Quod ſi deſinet in aliquod punctum parietum adſtructorũ, non minus noteſcet hora, ſi horariæ lineæ pauimenti, vt ratio poſtulat, cõtinuẽtur per facies erectorũ in ambitu parietũ. Sed quemadmodum continuẽtur, paucis docebo: nã viam facillimam eligam. Intelligo pauimẽtum quadratũ ſiue quadrilaterũ rectãgulũ, cuius duorum laterum oppoſitorũ vnum ad ortum & alterum ad oc. æquidiſtãtia ponãtur lineæ mer^{næ} in ipſo pauimẽto libellato ad horizontis æquidiſtantiam deſcriptæ reliqua verò duo latera ad meridiẽ & oppoſitas partes æquidiſtantia: ſint lineæ æquinoctiali eiuſdẽ pauimẽti: & ſuper hæc quatuor latera totidẽ parietes eiuſdẽ craſſitudinis ad celſitudinem ſtyli a b. perpẽdicul^{r} pauimẽto inſtãtis: Sintq; in pauimẽto lineæ horariæ per doctrinã 12. capitis deſcriptæ. Ex quibus lineis capio, exẽpli gratia lineam quampiam horariam, quæ ſit c d. ad pedẽ parietis occidẽtalis ad pũctum c. incidẽtem: quã volo cõtinuare, vt ductus plani lineam faciẽtis poſtulat, in planitie erecta dicti parietis & in ipſa ſuperficie faſtigij: Ponam regulam emẽdatiſſimam eiuſdẽ craſſitudinis ſuper ſupremas parietũ ſuperficies, quę vndiq; ſunt eiuſdẽ altitudinis, Ita vt regulæ acies tãgat acumen ſtyli a b. hoc eſt pũctum a: & æquidiſtãs ſit lineæ horariæ c d. quod tunc erit, cum per aciẽ regulæ, quæ ſit a e f. radẽter inſpicies lineã c d. vt perfectiſſime cõgruunt acies & linea. Certum.n. eſt tũc planum, in quo iacẽt acies regulę & linea c d. eſſe illius circuli, qui facit in pauimẽto lineam horariã c d. Quamobrem pũcta e f. in ſuprema ſuperficie parietis, quę ſunt in acie regulæ cõtinuata faciunt rectam e f. ſuper quam circuli horarij planum ſecat dictam ſupremam ſuperficiẽ. Item pũcta e c. quæ ſunt in limitibus dicti occidẽtalis erecti parietis cõiuncta faciunt rectam e c. ſuper quã dicti circuli planũ ſecat

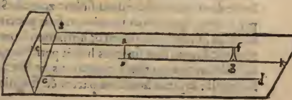


erecti parietis faciē. habeo igr in dicta erecti parietis facie li horariam e c.eius nominis,cuius erat linea c d.in horizōtali pauiméto:hoc idem faciam in oppoſito parieti ſeu laterali,cuicunq; ſuperſtat regula a e f.ex alia parte. Item aſſumam in pauimento aliam lineam horariam d g. Et ſimiliter ſtatuā aciem regulę a h k.per acumen ſtyli ad æquidiſtantiam horariæ lineæ d g. & protraham duas lineas h k. in ſuprema ſuperficie parietis ſeptētrionalis,& g h.ab extremis deſcriptarum in facie eiuſdem parietis erecta: quę erit linea horaria in dicta facie eius nois,cuius linea dg.Hoc idē faciam in oppoſito meridionali,ſeu laterali pariete,vbicūq; cadat regula a h k.Idemq; faciam pro omnibus lineis in pauimento horizontali deſcriptis. Sic habebo in ſingulis quatuor faciebus parietum circunſtātium erectis,quæ ſunt totidem horologiorꝫ facies oia horaria lineamenta. Ita fiet vt vmbra ſtyli nunq̄ non excipiatur vel à ſubſtracto pauimento,vel ab erectorum parietum faciebus: atq; vbicunq; vmbra deſinet,indicabit inter lineamenta inſtantem horam. Lineæ quoque in ſupremis faſtigiorꝫ ſuperficiebus,per regulæ aciem deſcriptę,vſui erunt ad ortum ſiue occ.Solis: quandoquidem radius tunc per acumen ſtyli delatus dictas faſtigiorum parietalium ſuperficies radit.Hac via ex horologio occidentali deſcribam horologium meridianum, tam ad ort.q̄ ad occ.vergens: quæ ſunt duo parietes erecti ab ortu & occ. Itemque horologium verticale tam ad meridiem q̄ ad ſeptentrionem, quæ ſunt duo parietes à meridie & ſeptentrione ſuperſtructi.Potes eorꝫ parietum facies extendere, vt recipiant omnia lineaméta.Sed talium horologiorū ſic circunſtantium ſtyli commune acumen cum ſtylo a b. ſortientur: ipſum ſiquidem a.punctum.Quamobrem,ſi ab ipſo a.puncto demittis perpendicularem rectá,ad quāuis dictorꝫ parietum faciem,ea perpendis erit ſtylus eiuſdem faciei certiſſimus horarum index. Namque plana horariorum circulorum ſecantium ſimul pauimentum & adſtructos parietes,omnia incedunt per punctū a.& ſtyli acumen ſemper in pūcto planis communi lineas horarias facientibus ſiſti debet: vt vmbræ ſtyli extremitas per Solem in quouis circulo horario conſtitutum iaculata propriam circuli horariam lineam iudex horæ quæſitæ certiſſima percutiat. Sicut autem feci in horologio horizontali,ita & vnumquodque reliquorum horologiorum, verticale, meridianum, æquinoctiale, parietibus ſiue cymatijs ad altitudinem ſtyli erectis circumcludam; & in circunſtantibus muris per lineas in horologio, ex traditis ſuperius præceptis,deſcriptas, excitabo totidem eorundem nominum horarum lineas: & ſimiliter in labris murorum, vbi regula per ſtyli acumen ad lineæ ſubiacentis æquidiſtantiam compoſita percutiet, vt vmbræ ſtyli extremum omnino alicubi exceptum, ſiue in ſubſtrato, ſiue in lateralibus muris,inter lineas ſemper horam indicet.

Horologij

Horologij in quocunque ſitu deſcriptio. Cap. 17.

EODEM penitus mòdo ex horologio delineato poteris quodlibet planum oblatũ delineare, ſingulis in eo lineis ſuſcitatis ab angulo plano & cõmuni: quàmuis oblatum planum non ſit ad æquidiſtãtiam meridiani, neq; verticalis productũ, ſed aliud quoduis, ſiue ad perpendiculũ horologio delineato, ſiue obliquum. Quid. n. obſtat ſitus plani, dum conſtent bina puncta, alterum. ſ. per lineç factç incidentiã, alterũ per aciem æquidiſtãtis regulamẽti, per quæ oĩno ducenda eſt horaria linea quæſita? Dabo tñ hic & aliud nec multo diuerſum præceptũ ad ducẽdas horarias lineas in propoſito plano cuiuſcũq; ſitus: Delineabo primùm ex doctrina 11[mi] & 12[mi] capitum horizõtale planum ductis quotlibet horarijs lineis, cui erectus ſtet a b. ſtylus: ſitq; propoſitum planum cuiuſcũq; ſitus ita quidem cohærẽs propoſito plano, vt linea recta ch. ſit cõmunis vtriq; plano, hoc eſt, horologij horizõtalis & plano propoſito: ſitq; in horizontis plano linea quędã horaria c d. quam continuare volo in plano propoſito. Aſſumã canonem e f. cuius extremum e. ſit acumẽ in acie canonis e f. & extremo f. adhæreat ad rectũm angulum fulcimẽtum quoddã fg. ad altitudinẽ a b. ſtyli, & baſim g. planam habẽs, & plano horizõtis inſidentẽ. Et in ipſo horizõtis plano per pedem ſtyli a b. ducam lineam b k. ipſi c d. horariæ parallelum per 7[u] caput. Deinde ita collocabo canonem e f g. vt acies e f. tangat acumen ſtyli quod eſt a. & fulcimẽtum f g. inſidens plano horizõtis ſtet directè ſuper lineã b k. & canonis acumen e. tãgat propoſitum planũ: ſic enim a b g f. erit rectãgulũ parallelogrãmũ. quare linea e a f. æquidiſtans erit lineæ b k. Sed b k. parallel[9] fuit ipſi c d. Igr̃ per 9[a] 11[mi] elemẽtorũ, acies recta e f. æqdiſtãs erit lineæ c d. Quamobrẽ planum, in quo ſunt rectæ e f. c d. ductum qdẽ p acumẽ ſtyli a. erit planum circuli faciẽtis lineã horariã c d. Cũq; extremũ regulæ e. ſit ĩ plano propoſito & c. pũctũ in eodẽ; certũ erit cõiũctam rectã e c. ac productã eſſe cõmunẽ ſectionẽ plani circuli prædicti cũ plano ꝓpoſito: & perinde horariã lineã, quã cũ ipſo plano ꝓpoſito facit p̃dictus circulus. Similiter ex alijs horarijs lineis in horizõte deſcriptis elicientur horariæ eiuſdẽ nominis lineæ in propoſito plano, in quo quidem ſtylus index cõmune habebit acumẽ cum a b. ſtylo: punctum ſcilicet a. vnde poteris ſtylum a b. ita vicinum plano propoſito ſiſtere, vt perpendicularis linea ab a. puncto ad planum propoſitum, quæ ſtylus erit horarum index, ſit congruæ longitudinib.



ita

ita vt lineæ deſcribendæ ſuſcipiantur in propoſito plano, quod facien dum proponitur. Igitur ita deductis lineis horarijs inducendæ ſunt & flexæ per trapeziorum angulos integrarum & dimidiatarum horarum puncta peragrantes & arcus diurnos perfectarum horarum permenſæ: quæ cùm ſint conicæ ſectiones parallelorum à Sole deſcriptorum, ſuſcipiunt vmbrarum deſinentias indidem emiſſis radijs eiaculatas. Sicut & in cæteris horologijs faciendũ præcepimus. Et in vniuerſum eſt in omni horologio notandum, quòd ſicut Sol ſemper inter ſuos tropicos defertur; ita & flexæ lineæ à tropicorum conis in horologiorum planis factæ includunt omnes vmbrarum à Sole proiectarum deſinentias: quamobrem quidquid linearum horariarum extra huiuſmodi flexas extenditur, omitti poteſt, cùm illuc vmbra nũquàm attingat: quanquàm Lunæ radiantis proiectio dictos limites aliquantum egrediatur.

No.

De horologij portatilis rectificatione. Cap. 18.

CVM ex Aſtronomicis inſtrumentis quædam ſint ſtabilia, quædã portatilia; noſtra Solaria poſſunt vtrique numero aſcribi, quamuis magis illis conueniat firmitas, ſicut loci ſitus & circulorum diſpoſitio immutabilis eſt. Verùm, quæ portanda fabricantur, non niſi ad vſum climatis cui attributa ſunt, trãsferri poſſunt: non enim tolerant notabilem latitudinis mutationem: Neque ergo Solarium pro Sicilia mihi laboratum, conueniet Romæ, multóque minus Venetijs, aut in loco qui Septentrionalior, aut auſtralior eſt Sicilia nimio interuallo. Cum autem transfertur horologium per clima ſuum, ſemper erit rectificandum ad ſitum congruum, vt ſcilicet ad libellam locetur, & meridiana linea in ſua præciſe poſitione iaceat, & linea æquinoctialis à ſtylo verſus extantis poli partes in horizontali horologio obliquæ ſphæræ; nam in ſphæra rectæ æquinoctialis linea per ſtyli pedem tranſit. Et rectificato ſic horologio horizontis, cætera horologia facilitèr ad ſitum ſuum adaptantur. Namque meridianum horizontali horologio orthogonaliter erectum, meridianæ lineæ ponendum eſt æquidiſtãs: verticale autem ſimiliter ſuperſtructum ad æquinoctialis lineæ æquidiſtantiam: & cætera, vt ſitus eorum poſtulat. Sed audi quo pacto locandum ac rectificandum ſit horizontale Solarium: ſcis enim ſemper vmbræ gnomonis terminum ferri per circulũ in horologio æquinoctiali, in reliquis autem & horizontali per aliquam curuam periferiam: & ſinguli dies ſingulas habẽt periferias, quas vmbrarum limites deſcribunt. Si ergo tantæ capacitatis ſit horologiũ tuum, vt linearum interualla capiant horarum partes & ſingulorum parallelorum peri-

ferias; conſyderabis periferiam tui diei ſiue per arcus diurni quantitatem, ſiue per locum Solis periferiæ adſcriptum; atque ita adaptabis portatile tuum Solarium, vt vmbra ſtyli deſinat in periferiam diei, deſinat, inquam, in punctum quodpiam, quod à meridiana linea ſit occiduum, ſi obſeruatio antemeridiana fuerit: deſinat verò in punctum periferiæ, quòd à meridiana ſit ortum verſus, ſi poſt meridiem captes horam: ſic enim in tali ſitu firmato horologio, Meridiana & reliquæ lineæ totumq; horologium in ſitu proprio ſtabit, & vmbræ terminus inter lineas numeris inſcriptas inſtantem horã manifeſtabit. Si autem non ſit tantùm linearum Solarij tui interuallum, vt ſingulas dierum periferias recipere poſſit: recipiat quot poteſt, vtputa tot, vt arcubus diurnis p horã vel per horę dimidium creſcentibus rñdeant, ſiue arcubus eiſdem per horæ quadrantem augmentatis: & inde in rectificando ſitu ſolarij, cõſiderabis ex arcus diurni magnitudine, locoue Solis adnotato, duas periferias inter quas vmbra tui diei deſinere debeat, interuallum quoque propinquitatis ad vtranque conijciens: Ibi enim ſiſtendus eſt vmbrę gnomonicæ apex, habens tamen ab ea parte meridianam inſtrumenti, ad quam à meridiano Sol receſſerit: ſic enim inſtantis horę, vt prius, indicabit interuallũ inter lineas. Vnde quemadmodum, qui per Quadrantem Aſtrolabum, ſeu Quadratum horarium, aut quoduis aliud portatile inſtrumentum obſeruat horam, certiorem eſſe debet vtrum ante vel poſt meridiem fiat obſeruatio: ita & in ſolario portatili, hoc idem prænoſcat, neceſſe eſt. In hoc præcellunt ſtabilia inſtrumenta portatilibus, quòd illa non indigent hac conſyderatione atque rectificationis labore. Sed exponam hìc in tabella differentias aſcenſionales, latitudines ortus, declinationes, ac Solis locos ſingulis arcubus diurnis per horæ quadrantem adauctis reſpondentes: In latitudine graduum 38. & $\frac{1}{4}$ quantam Meſſanenſis noſter horizon poſtulat: vt poſſint circumferentijs arcus ipſos in ſolario continentibus lateratim adnotari vtrinque. Poterit idem facere vnuſquiſque ad latitudinem loci ſui: triuialis enim eſt Calculus & ſupputatoribus cunctis notiſſimus. Eccam nunc tabellam.

*Tabella arcuum diurnorum, differentiarum aſcenſionum, latitudinum ortus, declinationumq; ad lat. gr. 38 ½

Arcus diurnus.		*Differẽtia aſcẽſionalis.*		*Declinatio Solis. Mer.*		*Latitudo ortus ☉ Mer.*		*Locus ☉ in zod. aſcen.*			*Locus ☉ in zod. deſcen.*					
Horæ.	*m̃.*	*gr.*	*m̃.*	*gr.*	*m̃.*	*gr.*	*m̃.*	*gr.*		*m̃.*	*gr.*		*m̃.*			
9	0	22	30	25	57	33	45	0		0						
9	¼	20	37½	24	9	31	17		♑							Extra zodiacum
9	¼	19	59	23	30	30	25	0		0	30		0	*Tropicus*	*Capricorni*	
9 ½		18	45	22	15	28	44	18		15	11		45			
9 ½	¼	16	52 ÷	20	16	26	5	29	♒	41	0	♐	19	*Paralleli Auſtrales.*		
10		15	0	18	14	23	25	8		19	21		41			
10	¼	13	7 ½	16	6	20	37	16		0	14		0			
10 ½		11	15	13	56	17	53	22		40	7		20			
10 ½	¼	9	22 ÷	11	42	14	56	29	♓	25	0	♏	35			
11		7	30	9	26	12	1	5		44	24		16			
11	¼	5	37½	7	6	9	2	12		0	18		0			
11 ½		3	45	4	46	6	3	18		0	12		0			
11 ½	¼	1 A	52	2 Sep.	22	3 Sep.	0	24	♈	0	6		0			
12		0	0	0	0	0	0	0		0	0	♎	0	*Æquino*	*ctialis.*	
12	¼	1	52½	2	22	3	0	6		0	24		0			
12 ½		3	45	4	46	6	3	12		0	18		0			
12 ½	¼	5	37½	7	6	9	2	18		0	12		0	*Paralleli Septẽtrionales*		
13		7	30	9	26	12	1	24	♉	16	5	♍	44			
13	¼	9	22½	11	42	14	56	0		35	29		25			
13 ½		11	15	13	56	17	53	7		20	22		40			
13 ½	¼	13	7 ½	16	6	20	37	14		0	16		0			
14		15	0	18	14	23	25	21	♊	41	8	♌	19			
14	¼	16	52½	20	16	26	5	0		19	29		41			
14 ½		18	45	22	15	28	44	11		45	18		15			
14 ¾		19	59	23	30	30	25	30		0	0		0	*Tropicus*	*Cancri.*	
14 ½	¼	20	37½	24	9	31	17					♋				Extra zodiacum
15		22	30	25	57	33	45									

Quæ tabella deſinit fermè in Solis Tropicum æſtiuum, maximumque Solis arcum diurnum, maximam eius declinationem, maximam ortus latitudinem Cancri: ſicut ab hyberno tropico, minimoque arcu diurno,

diurno, maximaq́; in oppoſitum declinatione, maximaq́; eiuſdem ortus latitudine capiebat exordium. Verùm mihi placuit extendere vtrinque tabellam ad extremos vſque parallelos, quos horizon loci tágit: quorum eius, qui extat, arcus diurnus habet horas 24re totus enim extat: arcus verò eius, qui delireſcit, nihil, cũ totus lateat. Et vtrobiq; tam differẽtia aſcẽſionalis, q̃ lat^do ortus eſt quadrans circuli: declinatio verò cõplemẽtum alt^nis poli. Et nota, ꝙ ſicut ab æquatore ad manifeſtũ polũ ſunt 12 paralleli, & totidẽ ab eodẽ ad occultũ, terminatores arcuũ diurnorũ integratũ horarum: de quorũ numero ſunt extremi duo, quos tãgit horizon: Sic & in plano horologij à linea æquinoctiali vtrouerſum ſunt totidẽ flexę, ſingulę à ſingulis dictorũ parall^rũ conis generatę; quæ ſuſcipiũt extremitates vmbrarũ, dũ Sol tales parallelos deſcribit: de quarum flexarũ numero ſunt extremæ, quas tãgũt lineæ horariæ ab or. vel occ. vt non ſemel dictũ eſt. Et attẽdẽdũ eſt, pſpicaciſſime Lector, ꝙ deductis in plano horologij, exẽpli gratia, horizõtalis, tã horarijs, q̃ flexis lineis, tũc poſtea in circũſtãtibus ſubuectisq́; faciebus parietũ adſtructorũ ad celſitudinẽ ſtyli, cõtinuãdæ ſunt tam rectæ lineæ horariæ, ſicut in 16 cap. docuimus, q̃ flexæ ſecundum ſuã ſingulæ curuaturã; & per trapeziorũ ab horarijs lineis factorũ, angulos circũductæ abſq; aliqua fractura: verũ in faſtigijs planis dictorũ parietũ quib. regula per acumẽ ſtyli tranſiens, vtrinq; cõgruit; dictæ flexæ fiũt rectæ & cõgruunt atq;

✱ Reſiduum dictæ tab. pro parallelis extra zodiacum.

Arcus diurnus. Horæ.	Differẽtia aſcẽſionalis. A. gr.	m.	Declinatio paralleli. Sep. gr.	m.	Latitudo ortus paralleli. Se. gr.	m.
15	22	30	25	57	33	45
16	30	0	32	25	43	3
17	37	30	37	45	51	9
18	45	0	41	59	58	17
19	52	30	45	15	64	20
20	60	0	47	45	70	22
21	67	30	49	28	75	39
22	75	0	50	45	80	37
23	82	30	51	35	85	25
24	90	0	51	50	90	0
Horæ.	M. gr.	m.	Mer. gr.	m.	Mer. gr.	m.
0	90	0	51	50	90	0
1	82	30	51	35	85	25
2	75	0	50	45	80	37
3	67	30	49	28	75	39
4	60	0	47	45	70	22
5	52	30	45	15	64	20
6	45	50	41	59	58	17
7	37	30	37	45	51	9
8	30	0	32	25	43	3
9	22	30	25	57	33	45

Parallelꝰ maximꝰ ĩtegre apprentiũ.

Parallelꝰ maximꝰ ĩtegre occultorũ.

O coeunt

coeũt ſingulæ cum ſingulis horarijs lineis ſecãtibus tũ horas integras tũ dimidiatas à Meridie diſtinguẽtibus, ita vt vna quæq; flexa cũ vna quaq; horaria fiat vna recta linea. Namq; cum planũ dictorũ faſtigiorũ incedat per acumen ſtyli, hoc eſt per verticẽ oĩum conorũ cõeũ, ſecãs ipſas conicas ſuperficies, facit nõ flexam, ſed rectã lineam, per 3ª primi conicorũ elemẽtorũ. Quod melius explanibitur inſequẽti libello: vbi, declinationes, aſcẽſiones, differẽtias aſcẽſionũ, latitudines ortus, horã per alt^{ne}, vmbrarũ menſuras, per linearum ductũ inueniẽdas dabimus abſq; calculi adminiculo. Itaq; cũ, extra eã, duæ flexæ hinc inde ab æquinoctiali recta auerſę ſint parallelorum arcus diurnos 13^{d} & 11^{d} horarum complexorum: earũ flexarum, quæ ad partes poli extantis, in dictis faſtigiatis erectorũ parietum planis, coit cum linea horarum 6 $\frac{1}{2}$ ante meridianarum: Quæ verò ad partes occulti poli, coit cum linea horaria horarum 5 $\frac{1}{2}$ ante meridiem. Item duæ ſequẽtes flexæ hinc inde, à paralleli arcuum diurnorũ horarum 14. & 10. generatæ, coibũt cum lineis horarijs, hæc quidem quinq; horarum, illa ſeptem, antemeridianarum. Itaq; deinceps: de quo plenius in ſequenti libro. Quanq̃ huiuſmodi linearum coitum ideo ſemper fieri, quod tres ibi horarij circuli, quorum vnus eſt horizõ, & conica paralleli cuiuſdam ſuperficies ita ſe viciſſim ſecẽt; vt trium planorũ & conicæ talis vnica recta ſit cõmunis ſectio, quiuis mediocris ingenij circulorum interſectionem in 2° capite poſitam intuens facile intelliget. Poteſt & rectificari horologium, hoc eſt, ſiſti ad poſitionem ſuam virtute Magnetis lapidis: cuius inuẽtio quamuis antiqua ſatis ſit, tamen acus illius ſeu ferrei obeli attemperatio, qui vim à Magnetis cõtactu adeptus ſemper ad Septẽtrionem vergens horologij ſitum docet & ventorum plagas nautis indicat, neotericorum inuẽtum eſt, & maioribus noſtris oĩno incognitum. Itaq; inuẽta primùm Meridiana linea per 7ᵘ caput, aptatoq; per eam & ad ſitum ſuum firmato horologio, cõſyderandus erit ſitus obeli Magneſij, eiq; directè ſubnotanda linea, ſeu figura præciſe obelo ſimilis & æqualis. Nam deinceps horologium tranſportatum, ſemper ad talem ſitum redigi poterit: tamdiu enim circumuertendum erit Solarium, quoad obelus, qui ſitum naturalem magnetis immotus ſeruat, ſublineatæ figuræ ſuperiaceat, ipſam cooperiens: ſic enim horologium poſitioni congruè reſtitutum ad gnomonicæ vmbræ indicium horam cognitam exhibebit. Talis autem rectificatio fit in horologio horizontali, quod ſolum æquilibrij commoditatem præſtare poteſt, ſuffulto mobiliter obelo, quo facili momẽto ſitum ſuum ſemper, vbicunq; conuerſo horologio, aſſequatur ſeruetque. Verùm rectificato tam horizontali, iam & cætera horologia, quæ illi adhærẽt, facillime con ad gruum ſitum, ex ijs, quæ dicta ſunt, adaptari poſſunt.

Libri primi finis.

FRANCISCI MAVROLYCI, ABBATIS MESSANENSIS. DE LINEIS HORARIIS, LIBER SECVNDVS.

Ad Io. Vegam, Siciliæ Proregem:

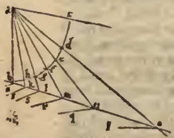
PRÆFATIO.

SATIS *quidem mihi feciſſe viderer ſuperiori libro de horarijs lineis ſcribenti; niſi flexarum quoque notitia, in quas umbræ deſinunt, non parum faceret ad intelligendam optimè lineamentorum poſitionem: tales autem flexæ ſunt (conicæ ſectiones, Circulus, Parabole, Hyperbole, Ellipſis. Namque in ipſo Æquinoctij die, umbræ terminus per rectam, quam æquinoctialem lineam appellauimus, defertur: Sole autem alibi conſtituto, aliquam ex dictis periferijs deſcribit. Operæpretium igitur facturus uideor, & rem ſpeculatiuis ingenijs gratiſſimam, ſi huiuſmodi periferiarum proprietates & formas, quantum ad ipſum ſpectat negocium, hic exequar: Quod cum ex conicorum elementorum doctrina pendeat, & ad ſubiecti theoriam magis, quàm ad praxim pertineat; ab his, qui de horologiis huiuſmodi ſcripſerunt, quos ego ſciam, hactenus neglectum eſt. Ego uerò nullam unquàm lineationem, nullum calculum, nullius tabularis abaci, aut inſtrumenti uſum unquàm probaui, cuius anteà ſpeculationem non optimè perpenderim: Idemq́; ab omnibus bonarum artium amatoribus faciendum cenſeo. Nam ſicut animo corpus paret: ſic practica philoſophiæ pars theoricam ſequitur magiſtram. In primis itaque intelligendum eſt, quòd in quotidiana conuerſione mundi, ſola diameter æquatoris circa centrum ſuum planam ſuperficiem circuli ſui deſcribit: omnis uerò alia mundi extra æquinoctialem diameter tali motu, circaq́; idem centrum conuerſa deſcribet duas conicas ſuperficies, ſiue, ut vulgus vocat, rotundas pyramides, communem verticem terræ centrum, fixumq́; diametri punctum habentes: quarum baſes ſunt circuli ab extremitatibus diametri per integram reuolutionem deſcripti, & æquatoris paralleli, & ab eo æqualiter remoti, & inter ſe æquales. Hoc modo deſcribuntur omnes paralleli contrapoſiti, & eorum conicæ ſuperficies. Vnde illa ſphæræ diameter, quæ communis ſectio eſt horizontis obliqui ac meridiani, quæ linea meridiana eſt in horologio horizontali, in conuerſione mundi deſcribet conicas ſuperficies, quarum baſes ſunt paralleli contrapoſiti, quo*

contingit horizon & cæteri circuli horas ab ortu vel occaſu terminantes. Contingit, inquam, in punctis, in quibus eòſdem circuli horarij à meridie ſecant. Atque hi ſunt extremi parallelorũ, ortum & occaſum habentium: Cæteros enim omnes æquatori & extremis interiectos ſecat horizon & circuli compares: ſicut & qui per polos. Et ſi paralleli deducantur per puncta ſectionum circulorum horariorum; tunc in ſingulis punctis ſecabunt ſe viciſſim tres circuli horarij, & parallelus: & quælibet mundi diameter per bina ex talibus punctis oppoſita connectens erit communis ſectio trium prędictorum circulorum, hoc eſt, planorum, cum conicis ſuperficiebus ipſius paralleli & contrapoſiti, per ipſam diametrum in conuerſione mundi deſcriptis. Planum autem horologij ſecans circulos horarios facit rectas lineas horarias: ſecans uerò conicas ſuperficies, facit circulares ſeu flexas dictorum nominum periferias, de quibus deinceps agendum.

De ſitu & formatione linearum tam rectarum quàm flexarum in recto & in obliquo horizõte cum præambulis ad ſequentia. Cap. I.

IN VERTICALI horologio ſphæræ rectæ, & in horizontali ſub polo horariæ lineæ ſe viciſſim in centro circuli ſecantes, periferiam per æquos arcus diuidunt. Contrà verò tam in horizontali recti ſitus quàm in verticali horologio polari horariæ lineæ ſunt æquidiſtantes. Intelligo enim æquatoris quartam a b c. qui in ſitu ſphæræ rectæ verticalis circuli vicem habet, ita poſitam, vt ſemidiameter a b. ſit axis horizontis: ſemidiameter verò a c. axis meridiani, & in ſex æquales arcus in punctis d e f g h. diſtinctam: & ducam per centrum a. & dicta puncta rectas, quæ incidant horologij horizontalis plano apud puncta k l m n o. in recta b o. quæ communis ſectio eſt talis plani cum æquatore, & linea ęquinoctialis dicitur, tangens periferiam bc. apud b. propter angulum rectum a b o. Eruntq́; circulorũ horariorum per polos ductorum in plano æquatoris a b o. communes ſectiones, rectæ a b. quæ meridiana eſt a k. a l. a m. a n. a o. Cum plano autem horologij horizontalis communes eorundem circulorum ſectiones erunt rectæ per eadem puncta ad ipſam b o. perpendiculares: quandoquidem circuli orthogonaliter ſecant æquatorem rectæ, inquàm, o p. h q. m r. l s. k t. b u. quæ meridiana eſt. Et hoc intelligam in reliqua ęquatoris quarta. Ecce igr̃ in verticali horologio ſphæræ rectæ



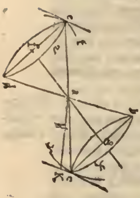
lineæ

lineæ horariæ a b. a k. a l. a m. a n. a o. ſecant periferiã circuli a b c. per æquos arcus: in horizontali verò eiuſdẽ ſitus horologio lineæ horariæ b u. k t. l s. m r. h q. o p. ſunt æquidiſtantes: ſicut & cæteræ lineæ in collaterali quadrante intellectæ. Sed æquator a b c. ſub polo fungitur vice horizontis. & planum b o p. ibidem murale eſt horologium: & perinde horariæ ibi horizontem per æquos partiuntur arcus: in verticali verò æquidiſtant, ſicut propoſitio concluſerat. Neque opus eſt in his horizontibus recto ſcilicet & polari, alijs horarum lineis: in recto enim eędem lineæ diſtinguunt horas ſiue à meridie, ſiue ab ortu & occaſu exorſas: quandoquidem meridianus & horizon ſunt de numero circulorum diſtinguentium. In polari autem ſitu, paralleli æquidiſtantes ſunt horizonti, hoc eſt, æquatori: & ideo, qui ab eo ad polum altum ſecedunt, expertes ſunt ortus & occaſus.

Pro cæteris autem horologijs hoc accipe præambulum ad intelligendas proiectiones & ſitus linearum. Nam ſicut horizon obliquus & cæteri circuli horarij tangentes tangunt duos parallelos æquatoris in ijs punctis, in quibus eoſdem ſecant circuli horarij ſecantes; ita & plana horizontis & cæterorum circulorum tangentium tangunt conicas ſuperficies, quarum baſes ſunt dicti paralleli, & vertex communis ſphæræ centrum, & contactus ſunt latera conorum, quæ ſunt communes ſectiones circulorum tangentium & ſecantium & ipſarum conicarum ſuperficierum. Quodcũq; autem planum, præter verticem, ſecat tam conicas ſuperficies, quàm plana tangentia & ſecantia: Illud ſecando, faciet in conica ſuperficie flexam: in planis autem tangentibus rectas lineas, quæ tangunt flexam in ijs punctis, in quibus ſecant latera conica prædicta, & in quibus dictam flexam ſecant rectæ, quas planum præter verticem facit in planis circulorum ſecantium. Atque hæ rectæ flexam ſecantes ſunt horariæ lineæ horarum à meridie terminatrices eius ſingulæ nominis, cuius circuli horarij, in quorum ſunt planis. Rectæ verò flexam tangentes, ſunt lineæ horarum ab ortu vel occaſu inceptarum, ipſis quidem circulis horarijs, à quorum planis fiunt, cognomines. Sit enim, exempli gratia, ſphæræ centrum a. & Meridianus, in quo puncta b c d e. ſecans duos parallelos contrapoſitos b x c. d z e. ſuper eorum diametris b c. d e. orthogonaliter, quia per eorum polos incedit: ſecans autem conicas eorundem ſuperficies communem verticem a. ſortitas faciat, per tertiam primi conicorum, triangula a b c. a d e. quæ orthogonalia erunt baſibus b x c. d z e cùm planum b c d e. incedat per axem f g. coniungentem centra f g. baſium & per mundi polos euntem: Deinde horizon obliquus tangat parallelos b x c. d z e. in punctis c e. per 8ª ſecundi ſphæricorum elementorum,

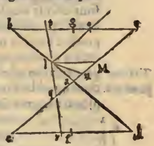
Primum præambulum.

in quibus eoſdem ſecat meridianus a b c d. ſitque periferia horizontis obliqui c y. e t. quo fit, vt communis ſectio meridiani b c d e. cum horizonte c y e t. ſit recta c a e. latus ſcilicet conicarum ſuperficierum. Dico itaque, quòd horizon tangit eaſdem conicas ſuperficies ſuper ipſum latus c a e. ſuper quo eaſdem ſecat meridianus. Quod ſic oſtendam: cum circulus c y e t. tangat circulum b x c. iam per diffinitionem in principio ſecundi ſphæricorum elementorum, communis ſectio planitierum talium circulorum quę ſit recta c k. tanget vtrunque circulum in puncto c. Nullum itaque punctum in plano circuli c y. extra lineam c a e erit in ſuperficiebus conicis: ſed vnumquodque extra eas. Aſſumatur enim in dicto plano punctum quoduis h. extra lineam c a e. & ducatur linea recta a h. & producatur donec incidat lineæ c k. ad punctum k. omnino enim incidet ad aliud punctum quàm c. Itaque pũctum k. erit extra periferiam b x c. quandoquidem recta k c. tangit periferiam dictam in ſtylo pũcto c. Et perinde linea recta a h k. erit extra conicas ſuperficies: & ideo punctum h. extra eaſdem. Similiter oſtendam, quòd omnia puncta in plano circuli c y. extra lineam c a e. recepta, erunt extra conicas ſuperficies: Quamobrem planum circuli c y. ſuper ſolũ latus c a e. tangit conicas ſuperficies. Et ſicut hoc ipſum demõſtratum eſt de meridiano & horizonte; ita de quibuſlibet alijs duobus horarijs circulis vno tangente & altero ſecante ſuper contactum demonſtrabitur.



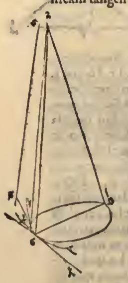
Vt autem reſiduum propoſiti explanetur, ſit in exemplum planities quæpiam pręter verticem conicum a. vtpote planum circuli b x c. ſecet conicam ſuperficiem, & facta ſectio ſit flexa b x c. ſecet planum circuli tangentes c y. & ſectio ſit recta c k. quæ iam tangit flexam in puncto c. in quo planum dictum ſecat latus conicum a c. & in quo flexam ſecat recta b c. quam dicta planities facit cũ plano a b c. circuli ſecantis. Quod enim rectæ lineæ ſint communes ſectiones planorum, patet per tertiam vndecimi Euclid. Quod autem ſectus conus plano præter verticem flexam faciat, patet in genere ex 2ª primi conicorum, ſpeciatim vero 4ª. 11ª. 12ª. & 13ª. eiuſdem. Itaque recta b c. ſecans flexam, erit horaria linea terminatrix horæ à meridie, quam terminat circulus a b c. in cuius plano iacet. Itemque recta c k. tangens flexam, erit horaria linea horam ab ortu vel occ. diſcriminans, quam circulus c y. à quo generatur, diſcriminat. Vtpote meridianus circulus facit meridianam lineam: proximus autem ad occaſum per polos, primam poſt meridiem, & cæteri deinceps cæteras. Horizon autem facit horizontalem

zontalem lineam, quæ initium eſt horarum ab ortu vel occaſu numeratarum: proximus autem tangens ſecundum ordinem motus primi, primæ horæ ab ortu vel occ. lineam facit: & deinceps ſinguli ſingulas ſuas. ¶ Ponam nunc aliud præambulum, vt dictum plani conos *Secundũ* ſecantis, flexasque in conica ſuperficie facietis, ac paulatim flexarum *præambulum.* qualitatem, quantum opus eſt, manifeſtemus. Reſumo igitur conos. a b c. a d e. communem verticem a. per rectam b a d. puncto a. ſtante circa periferias æqualium parallelorum. b c. d e. circumactam deſcriptos: quos, vt dudum, planum per axem f a g. ſecet, faciens per tertiam primi conicorum, triangula a b c. a d e. baſibus orthogonalia: In quorum vno vtpote a b c. protraham 4^or lineas: ſic in vno laterũ a b. a c. quod ſit a b. capiam contingens punctum quod ſit l. per quod ducam ipſi b c. baſi æquidiſtantem l m. vſq; ad latus a c & non æquidiſtantem l n. incidentes lateri a c. ad puncta m n. Item ducam lateri a c. æquidiſtantem l o. quæ ipſi b c. occurrens apud o. nuſquàm coincidit lateri a c. in infinitum. Ducam & inter b o. puncta eadem dem lineam l p. quæ producta incidat lateri a e. apud q. & baſi d e. apud r. quæ ſimiliter nuſquam alibi, quanquàm in infinitum producta, coincidet lateribus triangulorum. Deinde ſuper ſingulas has quatuor lineas. l m. l n. l o. p q r. ſuperſtruam ſingula plana orthogonalia in planum triangulorum a b c. a d e. eaque extendam, vt ſeceat conicas ſuperficies: facient enim quacunque ſecare poſſunt producta in conicis ſuperficiebus ſingula periferiarum genera, de quibus Apollonius latiſſimè differit in octo conicorum libellis. Namq; ſectio facta à plano ſecante per l m. ducto, circulus erit, cuius diameter l m. per quartam primi conicorum: quandoquidem planum tale ſecans æquidiſtat baſi conicæ b c. Sectio autem à plano ſecante per l n. ducto facta oualis quædam periferia erit, quæ Ellipſis dicitur, cuius axis ſiue diameter maior l n. per 7^a & 13ª primi conicorum. Sectio verò à plano l o. in cono facta erit curua quædam periferia, cuius crura per conicam ſuperficiem infinitam in infinitum procedunt dilatata, cuius axis ſeu diameter l o. quæ nuſquam, & ſi in infinitum producta, occurret conicæ ſuperficiei, quæ ſectio à præſtantiſſimis Geometris parabola dicitur, vt conſtat per 11^am primi conicorum. Sectio denique à plano per p l q r. ducto generata duplex eſt: nam vtrunque conum ſecat: & ſimiles in ſingulis conis ſectiones fiunt. quarum axis ſeu diameter communis eſt l q. hæc autẽ eſt curua quarti generis periferia, cuius brachia per conicam ſuperficiem delata in infinitum augentur: quę ſectio hyberbole uocatur, tam



in vno cono, quàm in altero: vnde & ambæ hyperbolæ contrapoſitæ dicuntur, vt patet per 14ª primi conicorū. Ex his ſolus circulus habet vniformem periferiam: congruūt enim in vno circulo arcus æquales. Ellipſis autem quàmuis in ſe ipſam perfecto ambitu coeat, tamē circa vertices maioris diametri ſuſcipit curuatiorem periferiam: & eò eſt oblongior, quò planum ſecans obliquius eſt ad conum. verùm ſemper à præcipuis diametris ſeſe orthogonaliter ſecantibus diſtinguitur in 4^{or} quadrantes inter ſe ſimiles & æquales. Parabola verò brachia in infinitum protendens, ſicut ſemper minuit pedetentim, ita nunquàm deſerit curuaturā: & in duo ſimilia ſecatur ab axe. & omnes parabolæ ſunt inter ſe ſimiles, ſicut & circuli: fiūt enim eodē ductu plani penes latus conicum extēſi. Non aliter hyperbole, vtrinq; ab axe ſuo ſimilia proijcit brachia nūquàm cocūtia & paulatim curuaturam minuētia: verùm ab obliquiore plano anguſtior generatur hyperbole. Sed de his particulatim agetur per ſingula horologia. ¶Sed prius exponam tertium quoddam præambulum, quod eſt tale: Plano quopiā circuli conicam tangente ſuperficiem: omnis recta æquidiſtans lateri contactus extra planum tāgens ad partes coni, producta omnino coincidet ſuperficiei conicæ.

Tertium præambulū.



Reſumam lineamentum primi præambuli, in quo conum a b c. cuius vertex a. baſiſque circulus l x c. tangit planum circuli c y. ſuper latus conicum a c. exiſtēte baſis & plani tangentis cōi ſectione recta c k. quæ vtrunque circulum tangit, vt conſtitit. Et ponatur per quoduis pūctum extra planū a c k. tangens, ad partes tamen coni, quod punctum ſit s. ipſi a c. lateri contactus æquidiſtans recta s u. quantūlibet remota à plano & à cono. Aio, quòd linea s u. producta coincidet omnino conicæ ſuperficiei in infinitum extenſæ. Quod ſic demonſtrabo: Cùm linea s u. ſit æquidiſtans ipſi a c. quæ ad punctum c. occurrit plano baſis b x c. iam & ipſa eidem plano coincidet: coincidat ad punctum u. Et coniūgatur recta c u. quæ, per 15ª tertij elementorum ſecabit circulum b x c. qūquidem recta c k. tangit eundem. ſecet in puncto x. Et ducatur latus conicum a x. per p^a primi conicorum. Erunt ergo, per 7^a vndecimi elementorum lineæ a c. s u. a x. in vno plano: coincidit autem x a. linea ipſi a c. lineæ apud a. Igitur & eius parallelo s u. coincidet. Verùm per primam primi conicorum a x. continuata ſemper iacet in conica ſuperficie: Itaque s u. ipſi iam a x. coincidens conicæ ſuperficiei, ſicut demonſtrādum proponitur, coincidet.

Quartū præambulū.

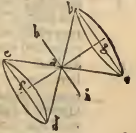
¶Poſtremum præambulum erit. Plano tangēte conicam ſuperficiem,

omnis

omnis recta in ipſo plano iacens & æquidiſtans lateri contactus, nunquàm occurret conicæ ſuperficiei, quanquàm in infinitum & vtrouerſum continuata. Nam, ſicut in primo præambulo fuit oſtenſum, contactus plani cum conica ſuperficie fit ſolum ſuper ipſum latus contingentiæ: & omnia dicti plani puncta extra hoc latus, ſunt extra conicam ſuperficiem: igitur linea in ipſo plano exiſtens & lateri dicto æquidiſtans, quoniam ſemper extra latus cadet, ſemper extra conicam ſuperficiem deferetur.

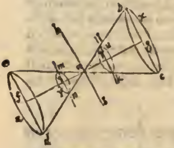
De flexis, quas ſecant & tangunt horariæ lineæ in obliquis horizontibus, & ſingulos ſitus & ſingula horologia. Cap. 2.

HIS præmiſſis, veniam ad ſingularia, incipiẽs ab horologio æquinoctiali, quoniam illud vſum præſtare poteſt cuilibet horizonti ſi ad eius ſitum adaptetur. Sit itaque ſphæræ centrum a. parallelorum, quos tangit horizon obliquus, diameter b c. d e. in plano meridiani: eorum centra f g. per quæ axis mundi f g. cõis ſectio meridiani & horizontis linea e a c. quæ latus conicum eſt, ſuper quo horizon tangit conicas ſuperficies, quarum communis vertex a. & baſes b x c. d e z. circuli. linea b a d. communis ſectio mer^ni cum circulo horæ 12^æ ab or. vel oc. quæ latus conicum eſt, ſuper quo circulus horæ prædictæ tãgit conicas ſuperficies: ſicut in p° præambulo præcedẽtis capitis oſtenſum fuit. Et in eodem plano mer^ni, linea h a i. ſecet ad rectos axem f a g. eritq; h a i. cõis ſectio meri^ni & æquatoris. Eritque angulus c a g. & vnuſquiſq; trium reliquorum inter axem & conica latera contentorum & ad punctum a. coeuntiũ, alt^do poli, ſiue latitudo regionis: Angulus autem e a h. & vnuſquiſq; trium reliquorum, prius dictis extrinſecorum, fiet complementum dictæ altitudinis poli, ſeu localis latitudinis. Quod quidem lineamentum ſingulis ſitibus obliqui horizontis erit cõmune, angulo quidem lat^nis ad ſitum propoſitum determinato. Vbi in primis notãdum eſt, quòd quando angulus g a c. altitudinis poli minor eſt dimidio recti, hoc eſt 45. gradibus; tunc angulus b a c. eſt acutus & eius contrapoſitus. Qñ autem angulus g a c. eſt dimidium recti, tunc anguli octo ad pũctum a. coeuntes, ſunt æquales inter ſe: & tunc linea b a d. eſt axis horizontis: & iacet in plano circuli verticalis, qui in tali ſitu eſt idem cum circulo prædicto horæ duodecimæ tangens conos ſuper lineam b a d.



Quando

Quando verò angulus g a c. excedit recti dimidium, tunc altitudo poli incipit excedere altitudinem æquinoctialis. ¶ In horologio itaque æquinoctiali horariæ lineæ ſecantes circuli periferiam ſecant, in ijs punctis, in quibus eandem tangunt lineę horarum tangentes. Sic fit vt, omnis linea ſecans circulum in duobus punctis ſecent, ad diametrum poſitis, in quibus eundem tangunt duæ tangentes & æquidiſtantes: Capiam enim ad hoc intelligendum in præfato lineamento, ex axe portiones a p. a q. æquales, quæ m̃ pro ſtylis

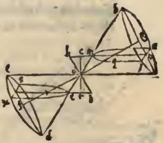


Horologiũ æquinoctiale.

erunt. & per ſigna p q. producam plana æquidiſtantia baſibus b x c. d z e. conorum quæ conos ſecando, facient, per 4^a primi conicorum circulos, qui ſint l u q. m y n. quorum centra p q. eruntq́ue lineæ l k. m n. eorum cum meridiano communes ſectiones: & perinde lineæ meridianæ dicentur. Cæteri autẽ circuli horarij per polos ſuper axe f g. ſe inuicem ſecantes, ſecabunt circulos l u k. m y n. in arcus 24^or æquos, facientq́ue in eorum planis diametrales lineas horarũ à meridie. Et ſicut horizon tangit ipſos circulos in punctis k m. circulus autem horæ 12^æ ab ort. vel oc. tangit eoſdem in pũctis l n. in quibus quatuor pũctis meridianus ſecat eoſdem; ita & reliqui circuli horarij per polos cum correlatiuis circulis tangentibus facient. Quando ergo Sol declinabit ab æquatore h i. ad partes poli extantis g. ſpectabit faciem horologij m y n. & in eam proijciũtur vmbræ ſtyli q a. extremitas in eam ſcilicet horariam lineam, cuius horarium circulũ Sol poſſederit. Quod ſi Sol ab æquatore h i. declinauerit ad partes occulti poli f. tunc irradiabit faciem horologij l u k. & vmbræ à ſtylo. p a. proiectæ ſimiliter horarum indices erunt. In ipſo verò æquinoctij vtriuſlibet die radie iaculabitur vmbras per vtranque faciem infinitas. ¶ In horologio autem horizontali obliqui ſitus, horariæ lineæ ſecantes parabolen ſecant ſingulæ, meridiana linea excepta, in duobus punctis, in quibus hincinde tangunt eandem geminæ lineæ horariæ tangentes. Nam meridiana linea cũm ſit diameter tranſuerſa parabolæ, in ſolo vertice ſecat eam, vbi eandem tangit linea horæ 12^æ. Horizon autem, qui æquidiſtat horologij plano minime facit lineam. Repetita itaq; conorum deſcriptione, per pũctum a. traducam ipſi e a c. ad rectos lineam s a r. vt ipſæ a r. a s. ſint mihi pro ſtylis inuicem æquales. Et per pũcta r s. ducam ipſi e a c. æquidiſtantes indefinitas: quæ quidem ſecent b c. e d. rectas, apud l n. axem autem apud q p. ipſam b d. apud k m.

ipſamq́;

ipſamque h i. apud eaſdem notas. Et ſuper ductas l i.n h. erigam plana parallela & ad meridianũ orthogonalia: quæ conos a b c. a d e. ſecantia facient per vndecimã primi conicorũ parabolas circum diametros k l. m n. quæ ſint x k z. v m y. Sicut itaque meridianus eas parabolas ſecans facit lineas meridianas i l. h n. ita & reliqui circuli per polos facient in planis parabolarum cæteras lineas horarum à meridie ſe inuicem in puncto axis p. vel q. ſecantes: quæ ſingulæ, per 27[a] primi conicorum, vtrinque coincident periferiæ, in punctis videlicet, in quibus eandem tangent lineæ horariæ tangentes, vt in primo præambulo præmiſſi oſtenſum fuit. Nam meridiana linea i l. vel h n. quæ ſunt axes parabolarum in ſolo vertice k. vel n. ſecat parabolam: vbi eandem tangit linea horæ 12[a] ab ort. vel occ. Itaque in plano parabolæ x k z. ſtylus r a. in plano autem parabolæ v m y. ſtylus a s. vmbram proijciet, eius horæ indicem, in cuius circulo Sol tunc locabitur. Et ſicut planum parabolæ x k z. eſt horologium ad noſtrum ſpectans hemiſphærium: ita planum parabolæ v m y. ac noſtros pertinet antichitiones. Illic ergo in linea meridiana conſyderantur quatuor puncta, tam in vno, quàm in altero horologio: ſcilicet punctum r. qui pes eſt ſtyli: punctum q. in axe, in quo lineæ horariæ ſecantes ſe inuicem ſecant: pũctum i. quod ſuſcipit extremum vmbræ meridianæ æquinoctialis: & punctum k. qui vertex eſt parabolæ. In altero autem horologio ipſa hæc puncta ſunt apud f p d n. Verùm hic facienda eſt diſtinctio ſecundùm horizontem ſitus. Nam ſi quidem loci latitudo fuerit minor. 30. gradib. tunc r. punctum erit vicinius pũcto i. quàm pũcto k. quandoquidem tunc anguli b a k. r a i. ſinguli cùm ſint minores. 30. grad. angulus r a k. maior 30. ſupereſt. Si autem loci latitudo fuerit grad. 30. præciſe; tunc r. punctum medium erit inter i k. puncta: quoniam anguli tunc prædicti 30. grad. ſinguli. Si verò loci latitudo maior ſit quàm 30. grad. inferior autem 45. tunc, collatis ijſdem angulis, punctum r. vicinius puncto k. quàm puncto i.



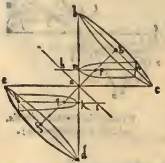
Horologij horizontalis theoria ad latit. minorem grad. 45.



Horologij horizontalis theoria ad lat grad 45.

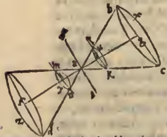
con-

cõcludetur. At ſi loci latitudo fuerit 45.grad.tunc punctum r. quod eſt pes ſtyli, cadet in ipſum k.punctum parabolæ verticem: quod erit inter q i. medium. Item, ſi loci latitudo fuerit maior quidem gr.45.minor verò 60. tunc punctum r.cadet inter puncta k q.vicinius puncto k. Adhuc, ſi loci latitudo fuerit præciſè 60. graduum, punctum r. medium erit inter pũcta q k. Si denique latitudo 60.gradus exceſſerit, punctum r. magis approximabit puncto q. Nobis tamen: ſatis erit tres poſuiſſe deſcriptiones: vnam pro latitudine minori 45.gradibus: alteram pro 45. grad. reliquam pro maiori. Nam ex prima & tertia cæteri ſitus facilè noteſcent. Lineas autem horarias in his horologijs non protraximus: eas enim lectoris perſpicacia intelliget, præſertim in 9°. 10°. 11°. & 12°. præcedentis libelli capitibus in exemplum praxeos delineatas. Item notandum quòd dato, quòd Sol deferatur in periferia baſis vnius conorum per motum diurnum: tunc vmbrę ſtyli extremitas circumlata deſcribet ipſam circuli ſeu parabolæ periferiam in altero cono per planum horologij factam. Adhuc ſciendum, quòd ſi ſuper axem meridiani circumuoluantur præſcripta horologia ſemicirculari conuerſione, iam vnum ex eis redigetur in ſitum alterius: hoc eſt inferius ad ſitum ſuperioris, & ſuperius ad ſitum inferioris: de qua conuerſione in 15° cap. præmiſſi lib. actum eſt. Quæ tamen ideo huc inducta ſunt, vt horologiorum theoria innoteſcat lectoribus apertiùs.



Horologij horizontalis theoria ad lat. maiorem grad. 45.

De horologio verticali & meridiano horizontis obliqui, quæque in eis flexæ ſecentur & tangantur à lineis horarijs. Cap. 3.

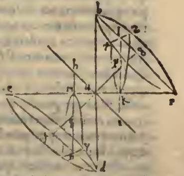


Horologij verticalis theoria ad lat. minorem gr. 45.

PERSEVERABO in eadem conorum deſcriptione, ſupponens angulum latitudinis loci g a c. primo minorem dimidio recti: nanq; in horologio verticali talis ſitus horariæ lineæ ſecantes ſecant ellipſim in binis ſingulæ pũctis, in quibus tangunt eądẽ lineæ horariæ tãgentes. & ſtylus erit portio axis verticalis: ſicut in horizõtali horologio fuit portio axis horizõtis. Itaq; de linea c a c. quæ communis ſectio eſt meri & horizontis

horizontis & axis verticalis circuli, capiam æquales portiones a k. a m. quæ mihi pro ſtylis erunt. & per puncta k m. ducam ipſi e a c. perpendiculares k l. m n. quæ productæ coincidant axi apud p q. puncta: lateribus conorum apud k l. m n. puncta: & ipſi h i. æquinoctiali apud eaſdem h i. notas. Deinde lineis k l. m n. ſuperſtruam plana triangulis a b c. a d e. hoc eſt plano meridiani orthogonalia: quæ per 13am primi conicorum, ſecando conos facient ellipſes, quarum diametri primæ ſunt k l. m n. Vnde ſicut meridianus has ellipſes ſecans, facit lineas k l. m n. horologiorum ſcilicet meridianas; ita & reliqui horarij circuli per polos ſecantes earundem ellipſium plana facient reliquas horarias lineas, quæ ſecantes ſe ſuper axem apud p q. puncta ſingulæ tam vnam, quàm alteram ellipſim in binis punctis ſecabũt, in quibus eandem tangent lineæ horariæ tangentes à circulis horarijs conos tangentibus in ipſo vtriuſlibet ellipſis plano factæ. Sicut linea horizontalis in punctis k m. & linea horæ 12æ in punctis l n. tangunt ellipſes, in quibus eaſdem ſecat meridianus. Stylus autem a k. in planum k u l. quod ad meridiem vergit: Stylus verò a m. in planum m y n. quod ad altum ſpectat polum; vmbram proijciens, eius horæ lineam percutiet, à cuius circulo Sol radiauerit. Et in vtroque huiuſmodi horologio quatuor ſunt puncta conſyderanda: puncta ſcilicet p q. in quibus ſingulis lineæ horariæ ſecantes ſe viciſſim interſecant: puncta k m. quibus gnomones infixi ſunt k a. m a. commune acumen a. in centro ſphæræ habentes: per quæ quidem tranſit linea horizontalis horæ 24æ ab ortu vel occaſu. puncta l n. per quæ incedit linea horæ 12æ horizontali æquidiſtans. pũcta demum h i. vmbras æquinoctiales meridianas terminantia. Reliquas lineas hic Lectoris perſpicacia, ſicut in 13° cap. præcedentis lib. deſcriptæ ſunt, imaginabitur.

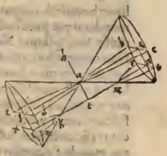
In horologio autem verticali obliqui horizontis, cuius latitudo habet dimidiũ anguli recti, horariæ lineæ ſecantes ſecant parabolen ſingulæ, meridiana excepta, in duobus punctis, in quibus lineæ horariæ tangentes tangunt eandem: quemadmodum in horologio horizontis eiuſdem fieri contingit. Ducam ergo in lineamento ſemel aſſumpto, per pũcta k m. qui ſunt ſtylorum æqualium pedes, lineas k l. m n. ad rectos ipſi e a c. & axi coincidẽtes apud p q. lineæ h a i. apud a i. & ſuper eas ſtructim planities meridiano orthogonales conum vtrunque ſecantes faciant, per vndecimam primi conicorum,



Horologij verticalis theoria ad latit. gr. 45.

nicorum, parabolas circa diametros k l, m n. quæ ſint x k z. u m y. in quibus ipſæ diameter communes iam ipſarum parabolarum cum meridiano ſectiones erunt lineæ meridianæ ſecantes periferias ſolùm apud vertices k m. per quos incedit linea horizontalis tangens eaſdem: Similiter & aliæ horariæ lineæ ſe viciſſim in puncto p. punctoque q. ſecantes per 27ˢ primi conicorum, in binis ſingulæ locis parabolam ſecabunt: vbi & eandem tangentes horariæ contingent. Puncta verò h i. ſuſcipient extrema vmbrarum æquinoctialiũ in meridie. Et ad ſummam omnia fient ſicut in ſecunda deſcriptione horologij horizontalis ad latitudinem grad. 45. dudum expoſita: ſi pro horizontalibus verticalia plana capiantur, quarum vnum ad meridiem, alterum ad extantem vergat polum, indidem Solarem radium ad horas indicandas excipiens. At in horologio meridiano cuiuſlibet horizontis obliqui lineæ horariæ, quæ à meridie horas numerant, ſunt æquidiſtantes, vt in decimo cap. præcedentis libri oſtenſum eſt, atque ſecant hyperbolas vtriuſque coni contrapoſitas: ſic vndecim lineæ, paralleli, quarum media eſt ſextæ horæ index, ſecãt vtramque contrapoſitarum ſingulę: fiuntque duo ac viginti puncta ſectionum. Nam circulus meridianus, cum ęquidiſtans ſit horologij talis plano, iam, vt diximus, nequaquam proijcit in plano lineam. in ſingulis autem dictis duobus ac viginti punctis tangunt eaſdem periferias ſingulę tangentes lineę, quę ab ortu vel occ. diſtinguunt horas; hoc eſt vndenę tangunt vnam hyperbolen in punctis, in quibus eam ſecant lineę horarum ęquidiſtantes: & cęterę vndenę tangunt reliquam hyperbolen in punctis totidem vbi eandem ſecant ęquidiſtantes prędictæ: Nam reliquę duę ex numero tangentium, quę ſunt linea horizontalis & linea horę 12ª ab ortu vel occa. iam hic reſtant Non tangentes: ſecant enim ſeſe in centro contrapoſitarum, & vtrinque in plano horologij in infinitum productæ ſemper magis ac magis approximantes, ad ſpacium quouis dato minus, nunquàm periferijs hyperbolarum coincidunt. Hic opus eſt maxime lectoris perſpicacia. Repetam eandem conorum ſtructuram; Ponam tamen lineam h a i. communem iam ſectionem horizontis, verticalis & æquinoctialis, hoc eſt, axem meridiani, ita vt a i. ſit ſtylus meridiani horologij: omnis enim ſtylus eſt axis eius circuli, cui planum horologij æquidiſtat. Mox per punctum i. ducam axi mundi f g. æquidiſtantẽ l k i m n lineam conicis ſuperficiebus incidentem apud puncta k m. baſibus verò conorum apud puncta l n. Et per lineam l n. ducam planum æquidiſtans meridiano b c d e. Eritque planum, in quo f g. l n. orthogonale tam meridiano, quàm plano horologij, planum videlicet circuli horæ ſextæ per polos ducti, qui & ſuper lineam h a i. ſecat ſe cum hori-

horizonte, verticali & meridiano: & ſecans conos per verticem; facit rectas a k. a m. æquales. Itaque planum per lineam l n. æquidiſtans meridiano, iam per 14ᵃ primi conicorum, faciet in conis ſingulas hyperbolas, quæ vocantur Cõtrapoſitę: quarum communis diameter k m. centrumque i. quę ſint k z x. m u y. Et ſicut planum circuli per polos horę ſextę, in quo △ a k m. facit ſecãs planum hyperbolarum lineam horariam l n. horę eiuſdem; ita & reliqui horarij circuli per polos faciunt idem hyperbolarum planum ſecantes cæteras horarum lineas parallelos, quę hyperbolarum periferias ſecant illam in vndecim, & hanc in totidem punctis, in quibus eaſdem contingunt 22. lineæ horarum tangentes. Nam reliquæ duæ tantum nuſquam admittunt in horologij plano: Quod quidem ſic demonſtratur: Horizon tangit conicas ſuperficies ſuper latus conicum e a c. At circulus horæ 12ᵃ tangit eaſdem ſuper latus conicum b a d. ſuper quæ latera ſecat eaſdem meridianus, per primum præambulum præcedentis capitis. Latus autem e a c. æquidiſtans eſt lineæ horizontali in plano hyperbolarum factæ: ſunt enim communes ſectiones horizontis & æquidiſtantium planorum; & ſimiliter latus b a d. æquidiſtat lineæ horæ 12ᵃ in eodem contrapoſitarum plano proiectæ: ſunt enim communes ſectiones circuli horæ 12ᵃ & æquidiſtantium planorum. per 16 11. Eucl. Quoniam igitur linea horizontalis & latus contactus in ipſo tangente plano æquidiſtant, iam linea horizontalis per quartum præambulum, nunquàm occurret ſuperficiei conicæ, & perinde nunquàm tanget hyperbolen, hinc vel inde, quàmuis in infinitum vtrouerſum continuata. Similiter, quoniam linea horæ 12ᵃ, & latus contactus ſupercirculus talis horę tangit conum, æquidiſtant in ipſo plano tangente; iam linea horæ præfatę, per dictum pręambulum, nunquàm conicę ſuperficiei, & perinde contrapoſitis periferijs quantumlibet vtrinque producta, coincidet. Duę igitur lineę tales, ſcilicet horizontalis, quę eſt horę 24ᵃ ab ortu vel occ. & linea horę 12ᵃ nunquàm tangent quàmuis in infinitum vtrinque continuatę contrapoſitas hyperbolarum periferias in horologij meridiani plano. Immo omnis linea vni earum ęquidiſtans ipſique & periferiæ interiacens omnino producta coincidet periferię, per tertium pręambulum præmiſſi: quandoquidem per nonam vndecimi Eucl. æquidiſtans erit lateri contactus: & extra planum tangens ad partes coni. Ex quibus ſequitur, vt dictę duę


Horologij meridiani theoria.

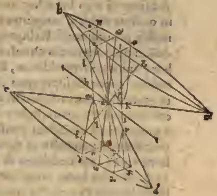
lineæ

lineæ horariæ horizontalis, ſcilicet & horæ 12. in plano horologij meridiani per punctum. 1. quod eſt centrum hyperbolarum tranſmiſſæ ſint ipſarum Non tangentes. Talis enim conditio nullis niſi Non tangentibus, accidit. Et hoc erat demonſtrandum. Hoc itaque horologium meridianum ita locandũ erit, vt linea. l in. cum linea horizontali, angulũ æqualem loci latitudini cõtineat, horologio penes meridianũ diſpoſito. ut licet ſtylus i a. in axe meridiani ſitus reſpiciat ortum vel occaſum vmbramq; faciat ad eius horæ lineam, cuius tũc circulum Sol poſſidet, quamquam iſtoc horologium ſuper axe mundi f g. conuerti poſſit ad diuerſos ſitus: ſicut in. 15. cap. præmiſſi libri docuimus.

De horologio verticali ad latitudinem gr. 45. maiorem, deq; contrapoſitis periferijs, quas in eo lineæ horariæ ſecant & tangunt. Cap. 4.

IN horologio verticali ad latitudinem, quæ dimidium recti anguli excedit horariæ lineæ ſecãtes, ſecant contrapoſitas hyperbolas ſingulæ in binis pũctis: quæ duo puncta ſunt, aut in vna tantùm ex periferijs: aut ſingulæ in ſingulis: ſic fiunt 24^or^ puncta, in quibus totidem lineæ hororariæ tangentes contingunt dictas periferias. Quando autem circulus verticalis ſecat conos ſuper bina latera contactuum, abſcindens videlicet de baſi conico arcum duarum, aut 4^or^ aut ſex, aut alterius paris numeri horarum: tunc lineæ horariæ à circulis Conos ſuper dicta latera tangentibus in horologij plano factæ, nuſquam cum periferijs tactum admittunt: quanquam in infinitum ad vtraſque continuatæ: ſunt enim non tangentes contrapoſitarum. lineæ verò horariæ à circulis per polos, qui ſuper dicta latera conos ſecant, in horologio factæ ſunt non tangentium ſingulæ ſingularũ eqdiſtantes: quare per 13ª ſecundi conicorum, & ſingulæ in ſingulis punctis vnam tantùm hyperbolarũ ſecabunt. Et euaneſcent de numero 24. punctorum, duo puncta cõtactuum, ſicut & ſectionum. Iam enim in præcedentibus cum conſtiterit ad latitudinem gra. 45. minorem, conos, quos Hori zon contingit verticalis horologij plano ſecto (ſingulas ellipſes efficere, ad latitudinem verò præciſe gradnum 45. parabolas: Hic ad latitudinem gr. 45. maiorem demonſtrandum eſt, eiuſdem plani ductu in huiuſmodi Conis effici contrapoſitas hyperbolas. Oportebit enim in præſcripta Conorum deſcriptione angulum g a c. latitudinis talis excedere dimidium recti: & perinde totũ angulum b a c. maiorem eſſe recto: Quare planũ circuli verticalis ſecabit Conos per verticem a. faciens. per. 3^a^ primi

contrian-



contriangula a θ ↓. a φ ω. Aſſumptis ergo, vt in præcedēti, æqualibus ſtylis a k. a m. ductisq; per pūcta k m. planè ad æquidiſtantiam verticalis; ſcilicet dictorū triangulorū, fiet per 14ª primi conicorum ac 2ᵘ præambulū pº cap. huius lib. ductu taliū planorū vtrinq; à verticali binæ hyperbolæ ꝯpoſitæ. Circa diametros k r. m t. Ita quidē vt puncta k r. m t. ſint vertices ipſarum k m. ſcilicet pedes gnomonū k a. m a. quæ ſūt portiones axis ipſius ꝟticalis qui axis eſt cōis ſectio horizōti & meridiani, latusque conicum contactus horizontis ad conos. ſicut linea b t r d. cōis ſectio meridiani & circuli horæ 12ᵉ latusq; cōtactus eiuſdē circuli ad conos. pūcta autē p q. in quib. axis mūdi occurrit diametris hyperbolarū: & ī qb. lineæ horarię ſecātes ſe inuicē ſecant, de quarum nūo ſunt ipſæ ꝯpoſitarū diameter l k s. n m o. pūcta demū h i. q̄ termināt vmbras meridᵃˢ æquinoctiales k i. m h. Sicut ergo linea l p s. à merⁿᵒ facta in plano ꝯpoſitarū k x. r z. quæ linea merⁿᵃ eſt, ſecat ꝯpoſitas in pūctis k r. in quib. eaſdē tāgūt in eodē plano linea horizˡⁱˢ & linea horæ 12ᵉ: ita & ſingulę cæteræ lineę horariæ ſecātes à cæteris circulis horarijs p polos in dicto plano factę ſeq; inuicē ad pūctū p. ſecātes, ſecāt dictas ꝯpoſitarū periferias ī binis pūctis, in quib. eaſdē tāgunt lineæ horariæ tāgentes, à cæteris circulis conos tāgentibus in dicto plano factæ. Nam, per Corollⁱᵘ 33ᵉ ſecundi conicorū, nulla linea periferijs ꝯpoſitarum, plurib. quàm in duobus locis coincidere poteſt. Itaq; ſi linea horaria ſecās per punctū p. ducta, ſecet hyperbolen k x. in duobus locis, iam tūc ipſi r z. ꝯpoſitæ coincidere non poteſt per 33ª prædictam. ſi autem in vno loco, tūc aut non coincidet ꝯpoſitæ r z. per 13ª ſecūdi conicorū, quod tūc accidit, cum æqdiſtat Non tāgenti: aut coincidet in vno tm̄ loco, per 16ª eiuſdem libri. Et hoc idem intellige de lineis horarijs in plano ꝯpoſitarum t u. m y. apud punctum q. ſe viciſſim ſecantibus. Namque ſicut planum hyperbolarum k x. r z. ad meridiem vergens ſuſcipit vmbras ſtyli k a. Sole à circulo verticali ad auſtrū ſemoto: Ita & planum hyperbolarū t u. m y. ad altum polum reſpiciens ſuſcipiet vmbras ſtyli m a. Sole à præfato circulo eodem verſus quandoque ſecedente. Sic habes theoriam horologij verticalis vtrouerſum vergentis. Quanquàm ſi fiat ſemicircularis reuolutio ſuper axe meridiani vnius plani ſitus redigi poteſt ad ſitum alterius: vt in 15º cap. præcedentis libri accepiſti.

Ad ſummā ergo lineæ horariæ ſecātes in 24. pūctis ſecabunt piſerias, in quibus totidem tangentes tangent eaſdem. Sic conſtat prima pars noſtræ propoſitionis. Reliquum ſic oſtendetur. Ponātur lineæ θ a φ. & ψ a ω. in quib. verticalis circulus ſecat conos, eædē, ſuper quas circulus horæ vnius antemeridianæ, & circulus horæ vnius poſtmer^{æ} ſecant eoſdem conos: & ſuper quas circuli horarum 11^æ & 13 ab or. vel oc. tangūt eoſdē conos. Sic enim arcus paralleli θ b ψ. à verticali abſciſus erit duarum horarum. In hoc enim caſu lineæ dictarum horarū 11. & 13 nunquàm coincident periferijs hyperbolarum, quanquàm vtrinq; in infinitum productæ & æquidiſtabunt, linea quidem horæ 11 lineæ horæ vnius antemeridianæ & reliqua reliquæ. Nā, cū circulus horæ 11. & circulus horæ vnius antemeridianæ & verticalis ſecēt ſe inuicē ſuper lineam θ a φ. planū autem hyperbolarū k x. r z. æquidiſtet plano verticalis: Iam per 2^a lemma tertij cap. præcedenti libri, reliquorum circuloꝝ in plano hyperbolaꝝ ſectiones, hoc eſt, linea horę 11. & linea horæ vnius an̄ meridianæ inuicē æqdiſtātes erūt, & eodē ſyllogiſmo linea horæ 13 cōcludetur æqdiſtās linea horæ vnius poſt meridianæ. Cum autē per 16^a 11. elẽoꝝ, linea θ a φ. æquidiſtet lineæ horæ 11. ſunt enim cōes ſectiones circuli talis horę cū planis æquidiſtātib. ſ. circuli verticalis & horologij, ſitq; θ a φ. latus cōtactus, ſuper quod. ſ. circulus dictæ horæ tāgit conū: propterea, per 4. præambulū, primi cap. huius lib. linea horæ 11. q̃q̃ in immēſum vtrinq; cōtinuata, nunq̄ coincidet ſuperficiei conicæ, & perinde neq; periferiæ hyperbolicæ. & hoc idem ſimili argumēto, de linea horæ 13. demōſtrabitur. Quāobrē tales duæ lineæ, in hoc ex^o, horæ 11. & horę 13. ſe inuicem in pūcto medio inter k r ſecātes, quod eſt cōtrapoſitarum centrum, nuſq̄ & ſi in infinitum vtrouerſum productæ cōtactum cū periferijs admittēt. Imò quæcūq; linea ipſarum vni æquidiſtans, ipſiq; ac periferiæ interiecta, omnino cōtinuata periferię occurret, per 3. pręambulū primi cap. q̄nquidem, æquidiſtans erit, per 9. 11. elẽoꝝ lateri contactus φ a θ. vel ψ a ω. & extra planum tāgens ſeorſum ad partes coni poſita. Ex quibus cōcluditur, ꝙ tales lineæ horaꝝ 11. & 13. ſunt Nō tāgentes hyperbolaꝝ ꝯpoſitarū k x. r z. & incedētes per punctum medium ipſorum pūctoꝝ k r. quod eſt hyperbolarum cētrum: Talis em̄ cōditio nullis niſi Non tāgentib. accidit. Et hoc erat demonſtrādū. Id idē faciemus ꝑ plano hypbolarū m y. t u. Quod, ſi ꝑ circulis horaꝝ vnius an̄ & poſtmer. aſſūpſiſſemus circulos horarum duarum ante & poſt mer. & pro circulis horarum 11. & 13. ab or. vel oc circulos horarum 10. & 14. indidē numeratarū; id idē pro lineis horarum talium cōcluſiſſemus: Nā lineæ horarum 10. & 14. in eo caſu eſſent Non tāgentes hyperbolaꝝ. poſito videlicèt arcu paralleli θ b ψ. quatuor tunc horarū. Idemq; pro cæteris horarijs

circulis

circulis hinc inde à meridiano æqualiter ſemotis. Hoc itaq; modo, cũ tales duæ horariæ lineæ nunquàm tãgant periferias, pereunt iam duo puncta contactuum de toto numero, ſicut & totidẽ puncta ſectionũ: Nam duæ lineæ horarum à meridie hinc inde ſumptarum dictis Nõ tangẽtibus æquidiſtantes in ſingulis tm̃ punctis hyperbole k x. per 15 ſecũdi conicorum, coincidũt. Vnde ſuperſunt 22. pũcta cõtactuum in qb. & totidẽ ſectiones: Quod de propoſitione demõſtrãdũ ſupererat. Vnde manifeſtum eſt, ꝙ id, quod in horologio merid. ſemper accidit de linea horizontali & linea horæ 12. ab ort. vel occ. nõ ſemper euenit in horologio verticali latitudinis dimidio recti anguli maioris de lineis aliquibus horarijs, niſi præſuppoſita circuli verticalis, qualem prædiximus, poſitione. Itẽ in meridiano euaneſcunt nõ ſolùm duo puncta contactuũ cum ſectionibus, ſed etiam vna ex ſecãtib. horarijs, q̃ ſcilicet mer. facere ſolet: q̃ tali horologio æquidiſtãs nõ facit lineã.

De flexis lineis in ſingulis horologijs per ſingulos locorum Soliſq; ſitus, vmbrarum deſinentias ſuſcipientibus. *Cap. 5.*

DICENDVM nunc de lineis vmbrarum deſinẽtias ſuſcipientibus, hoc eſt, deſcriptis ab ipſa vmbræ extremitate in horologij cuiusvis plano, per ſingulos locorum Soliſq; ſitus. Namq; Solaris radius ductus per acumẽ ſtyli, eiuſq; vmbram terminãs ac deſcribẽs in ipſo æquinoctij die planam æquinoctialis ſuperficiem, deſcribit in omnis horologij plano rectam lineam: Cum per 3. 11. planorum, cõis ſectio ſit recta linea. In cæteris autem diebus, deſcribẽs, vt diximus, conicas ſuperficies, parallelorũ ęqualium à Solis cẽtro & à puncto diametralr̃ oppoſito deſcriptorũ, delineat in horologij plano flexam lineam, quã ipſum planum conicas ſuperficies ſecãdo procreat. quẽadmodum in 2° præambulo primi cap. huius libelli tradidimus. Sed hic diſtĩguẽdę ſunt factarum ſic in horologiorum planis linearum, ad quemuis loci, Soliſq; ſitum, ſpecies: Agemus autem per concluſiones & corollaria. Sitq; prima cõcluſionum. 1. In omni horologio, Sole æquatorem poſſidẽte, vmbrarũ termini per totũ diẽ in vna recta linea terminãt̃: quæ æquinoctialis linea vocat̃, & meridianã ad rectos ſecat angulos. Talis enim linea eſt cõis ſectio æquatoris cum horologij plano, & ob id recta. 2. CONCL. Horologium æquinoctiale in circulari periferia ſuſcipit vmbrarũ terminos: hoc ẽ, ad ſingulas ſolis poſitiones ſingulis accõmodatis circulis. Tale enim horologiũ, cũ æquidiſtet æquatoris plano, æquidiſtabit omnium parallelorum baſibus: & perinde ſecans conicas eorũ ſuperficies, faciet, per 2ᵃ primi cap. prçambulũ, & per 4ᵃ

primi conicorum, circulos, quorũ periferiæ vmbrarum deſinẽtias per
Horizon conica latera delatas ſuſcipient. Coroll. Vnde manifeſtum eſt, ꝙ in
rectus. horologio verticali horizõtis recti, & in horologio horiz^{alı} cuius zenit
Polaris eſt mũdi polus quotidianarum vmbrarũ termini, ſemp in aliquã circuli
ſitus. periferiam terminãtur: ita vt Sole ad æquatorẽ magis accedẽte maior
periferia terminet vmbras: minima verò ĩ ſolſtitio. Sũtq; tales circuli
cocẽtrici: q̃nquidẽ cõe centrũ in axe mũdi ipſoq; ſtyli ſiue gnomonis
pede ſortiũtur. Concl° 3ª. Si parallelus, ĩ quo Sol circũfertur tãgat
circulũ, cuius plano horologiũ æq̃diſtat, vmbrarum limites ſuſcipiẽtur
in periferia conicæ ſectionis, q̃ parabola vocatur: Namq; huiuſmodi
horologij planũ ſecãs conũ dicti paralleli ſectionẽ facit, cui⁹ diameter,
quæ linea mer^{na} eſt, cõis videlicet ſectio eius cũ mer^{no}, ęquidiſtat lateri
conico præfati cõtactus: & ideo, p 11ª primi Conicorũ, & 2ũ p̃ambulũ
primi ca. huius, facta ſectio, q̃ vmbrarũ deſinẽtias excipit, parabola ē.
Coroll. Vñ manifeſtũ eſt, ꝙ in horologio horizõtali regionis, cuius
Latitudo lat^{do} ſuſcipit cõplemẽtum maximæ decli^{nis} Solaris, dũ Sol in tropico
gra. 66 ½ extãte, q tãgit ibi horiz^{em}, poſito, vmbrarũ fines in periferia paraboles
deferũtur. Corol. Itẽ in regione maioris lati^{nis} id ipſum accidit Sole
Latitudo illum paral^{lũ} poſſidẽte, qui tãgit ibi supernè horizõtem. Corol. Itẽ
maior quã talis ẽt periferia vmbras terminat in horologio verticali, vbi circulus
gr. 66 ½ verticalis cõtingit aliquẽ parallelũ Solarẽ: quod accidit habitantibus
Latitudo intra tropicos. 4ª Cõcl°. Dũ Sol fertur in parallelo ſecante circulũ
minor gr. cui æquidiſtat planum horologij: tũc vmbrarum deſinẽtias cadẽt in
23 ½ aut periferiam quãdam ſectionis conicæ, quam vocãt hyperbolẽ. Nã talis
æqualis. horologij planum ſecãs conum dicti paralleli ſectionem facit, cuius
diameter, quæ linea mer^{na} eſt, coincidit lateri conico ſupra verticem,
ſecatq; ꝯpoſitum conum faciẽs ꝯpoſitam ſectionem: quare per 12ª &
14ª. primi conicorum & ſecũdum præambulum, factæ ſectiones, quæ
vmbras à Sole in talibus parallelis eiaculatas excipiunt, Hyperbolæ
Horizon ꝯpoſitæ ſunt. Cor. Vnde manifeſtum eſt, id fieri ſemper in horologio
rectus. horizontis recti, & in quouis horologio mer^{no}. ¶Item in horologijs
horizontalibus horizontum ſecantiũ omnes Solis parallelos, in quib.
Latitudo videlicet latitudo minor eſt cõplemẽto maximę ſolaris declinationis.
minor q̃ ¶Item in horologijs verticalibus, vbi verticalis circulus ſecat omnes
gr. 66 ½ per zodiacum parallelos: vbi ſcilicet latitudo excedit maximã declinationem. Nam in alijs latitudinibus id q̃nq; non ſemper accidit.
Latitudo 5ª Concl°. Quod, ſi Sol feratur in parallelo neque tangente, neque
maior gr. ſecãte circulum, cui æquidiſtat planum horologij: tunc vmbrarum
23 ½ deſinentiæ circumferentur in periferia perfecti ambitus, ſectionis
videlicet conicæ, quam Ellipſim appellant. Nam huiuſce horologij
planum ita conicã talis paralleli ſuperficiem circũquaq; abſcindit, vt,
per

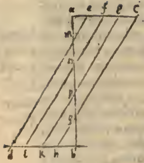
per 13ª primi conicorum: & dictum præambulũ, conicam ſectioné faciat, quæ ellipſis appellatur. COROLL. Vnde manifeſtum erit hoc quandoque accidere in horologijs horizõtalibus latitudinis maioris complemento maximæ declinationis ſolaris: quando videlicet Sol ibi fertur in parallelis horizonte ſublimiotibus. Item in horologijs verticalibus latitudinis dicta maxima declinatione minoris: quando ſcilicet Sol illic deſcribit parallelos, quos verticalis neque ſecat, neq; tangit. COROLL. Quamobrem in talibus horologijs dictorũ ſituum continget vmbrarum limites in triplicem cadere periferiam: Nã Sole poſſidẽte eum parall^m, qui tangit circulum horologio æquidiſtãtem, per poſtrema tertiæ concluſionis corollaria, Parabola: Sole autẽ hñte eum parall^m, qui ſecat circulũ horologio æquidiſtãtem, p poſtremũ Coroll. 4ª concluſionis, hyperbola: Sole denique eum parallelum tenente, qui nec tangit, nec ſecat circulum horologio æquidiſtantem, Ellipſis, p præcedẽs immediate coroll^m, excipiet proiectarũ vmbrarũ deſinentias. 6. CONCL. Quod ſilubet has horologiorũ proprietates in regione tua immotus experiri, fabrica tibi horologiũ ad æqdiſtãtiã alieni horizontis ſeu verticalis, cuius incidentias experiri velis: Nam quidquid accidere in præmiſſis cõcluſionib. diximus in tali horizõte ſeu verticali hor^{gio}, iam & in tuo ad eius æqdiſtãtiã fabricato accidet. Sed fabricãdi modum in penult^o præcedẽtis libelli cap. expoſuimus.

latitudo maior q̃ gra. 66½

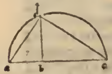
latitudo minor gra. 22½

De lineis vtcunque, ſeu ad datam rationem ſecandis, aut inueniendis, deq́; periferiæ diuiſione deq́; chordis, ac ſinibus. Cap. 6.

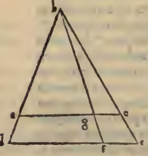
IAM Flexam aliquam ad Solis locũ ſeu aſtri cuiuſpiam pertinẽtẽ, hoc eſt, quæ ab ipſius aſtri radio per acumen ſtyli porrecto in cuiuſuis horologij plano, primique motus conuerſione delato deſcribitur, in tali plano deducere volentibus: Itemque ad dati arcus diurni parallelum, latitudinem ortus, ac declinationem, Solisque locum debitum aſſignaturis, neceſſaria eſt declinationum, aſcenſionum, differentiarum aſcenſionalium, ac latitudinum ortiuarum notitia: Quos quidem arcus ne per calculũ ſeu tabulas aut alienum inſtrumentũ mendicare cogamur, docebimus quo pacto ſolũ lineãdo ac circinãdo, illos cõſequamur. Sed prius regulas quaſdam negocio neceſſarias præmittemus. REGVLA 1. Si datam quamuis lineam a b. velim in quotcũque, vtpote, quinq; partes æquales diuidere: tunc per eius extrema a b. ducam in diuerſum duas ei perpen^{res} ſeu inter ſe æquidiſtantes & indefinitas a c. b d. per regulas 7 cap. libri præmiſſi:



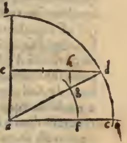
de quibus ſingulis aſſumam per circinū quatuor, vna ſcilicet minus propoſito partium numero, continuas portiones hinc inde a e. e f. f g. g c. nec non d l. l k. k h. h b. Et coniungam puncta diuiſionum per totidem lineas, ita vt parallelográma faciant: ſintque iam coniunctæ e d. f l. g k. c h. quæ ſecabunt lineam a b. in totidem punctis m n p q. Sic enim ipſa a b. in ipſis punctis in quinque partes æquales, iuxta propoſitum diuiditur, per 12ᵃ ſexti elementorum Euclidis. Regv. 2. Si inter duas datas rectas a b. b c. velim comperire mediam proportionalem; deſcribam ſuper totam a c. ſemicirculum a d c. & à puncto b. excitabo per 7ᵘ cap. prædictum, lineam b d. perpendicularem ipſi a c. & periferiæ apud d. incidentē, quæ per octauam ſexti Euclidis media perpendicularis eſt inter ipſas a b. b c. ſicut volebam.



Regvla 3. Quòd ſi inter lineas a b. a c. libeat mediam proportionalem inuenire; ſuper a c. maiorem lineabo ſemicirculum, atque vt in præmiſſa b d. perpendiculari excitata, coniungam a d. quæ erit media proportionalis inter ipſas a b. a c. propter octauam ſexti prædictam. Regvla 4. Item, ſi opus ſit ipſis a c. c d. datis tertiam proportionalem ſubiungere, quarum a c. maior. deſcribam ſuper a c. maiorem ex eis, vt prius, ſemicirculum a d c. Et intra ſemicirculum coaptabo per circinū ipſam c d. Et à puncto d. ducam d b. diametro perpendicularem eritque, per octauam memoratam b c. tertia proportionalis ipſis a c. c d. ſicut volui. Regv. 5. Datæ ſint tres lineæ a b. b c. b d. ſi oporteat quartam inuenire, ad quam b d. ſit ſicut a b — b c. coniungam a c. Et producam b c. cui apud e. occurrat linea d e. ipſi a c. æquidiſtans: eritque, propter ſimilitudinem △△ᴵᵒʳ, ſicut a b — b c. ſic b d — b e. Itaque b e. erit linea quæſita. Regvla 6. Quòd ſi oporteat lineam b e. ſecare ſecundùm proportionem ipſius a d. ſectæ in puncto a. tunc coniungam d e. ipſique æquidiſtantem ducam a c. quæ ſecet ipſam b e. in pūcto c. Eritque ob cauſam dictam, ſicut b a — a d. ſic iam b c — c e. Regvla 7. Vel ſi linearum æquidiſtantium a c. d e. altera diuiſa, libeat reliquam ſimiliter diuidere; coniungam earum extrema ductis d a. e c. ad punctum b. concurrentibus



rentibus (concurrẽt enim, ſi a c. d e. ſunt inæquales) & punctum concurſus b. iungam cum puncto lineæ diuiſæ, ducta b g. quæ continuata ſecabit reliquam in puncto f. ita vt ſicut eſt a g —— g c. ſic ſit d f —— f e. Quod ex ſimilitudine △△lorum per ſecundum ſexti conſtat. REGVLA 8. Sit præterea in quadrante circuli a b c. linea d e. alteri ſemidiametrorum vtpote ipſi a c. æquidiſtans: ſitque a c. vtcunque ſecta in puncto f. ſi velim ipſam d e. ſimiliter ſecare: tunc coniungam a d. ponamque per circinum ipſi a f. æqualẽ a g. de ipſa a d. abſciſſam: & à puncto g. ducam per 7 præmiſſi cap. ipſi d e. perpendicularem g h. Sic enim g h. ſecabit in pũcto h. ipſam d e. ad proportionem ipſius a d. per ſecundam ſexti, & ideo ipſius a c. Erit enim, ſicut a g —— g d. hoc eſt, ſicut a f —— f c. ſic e h —— h d. ſicut facere volui. REGVLA 9. Contra verò, proponatur d e. ſecta in puncto h. ſi velim ſimiliter ſecare a c. coniuncta tunc prius a d. excitabo à puncto h. ipſi d e. perpendicularem, quæ ſecet ipſam a d. in puncto g. Et per circinum faciam ipſi a g. æqualem ipſam a f. Sic enim eodem ſyllogiſmo fiet ſicut e h —— h d. ſic iam a f —— f c. quod faciẽdum fuit. Sed hæc & alia huiuſmodi notiora ſunt, quàm canibus (vt aiunt) Delia noſtris. Quare ad reliqua properemus.

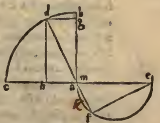


§ Et quoniam circuli periferiam non temerè in 360. partes ſecari ſolere: ſicut quadrantem in 90. ſignum phyſicum, in 60. commune in 30. ſecari, quos gradus appellant: gradumque in 60. minutias & minutiam in totidem ſecundas: itaque deinceps, omnibus vel mediocriter eruditis eſt notiſſimum; trãſibo ad chordas atque ſinus. Cum enim chorda ſit recta linea iungens extremitates arcus: Iam ſinus alicuius arcus erit dimidium chordę duplo ipſius arcus debitę. Quare, ſicut chorda maxima eſt circuli diameter; ita & maximus ſinus erit circuli ſemidiameter. Item ſinus complementi arcus cuiuſpiam ad quadrãtem, vocari ſolet ſinus ſecundus talis arcus. Huius autem ad ſemidiametrum completio, ſinus verſus, & quaſi ſagitta ſinus primi; quę arcum chordamque per ęqualia partitur. Itaque ad captandum ſinum arcus propoſiti, arcumve dati ſinus, duplex in promptu via: De lineamentis geometricis, non de calculo hic loquor. Exponã circuli quadrantem, ſub duabus ſemidiametris a b. a c. & quarta periferię totius parte b d c. contentum Item producam c a. ipſiq; ęqualem continuabo a e. rectam. ſuper quam lineabo

Circuli diuiſio.

Chorda.

Sinus.



ſemicirculũ a f e. Reg. 1. Quibus peractis, ſi iubeat arcus dati ſinum inuenire, vtpote arcus b d. ſinum primum & ſecundum; tũc ducam à puncto d. duas perpendiculares ad ſemidiametros quadrãtis, quę ſint d g. d h. eritque d g. quidem ſinus rectus arcus b d. dati: At d h. ſinus ſecundus eiuſdem, æqualis quidem ipſi a g. quare b g. ſinus verſus eidẽ arcui b d. debitus vocabitur: quæ adeò aperta ſunt, vt demõſtratione non egeant. Reg. 2. Eadem autem elicere potero ex ſemicirculo ſic. Si velim ortui a k. ſimili d b. ſinum debitum aſſignare; continuabo in ſemicirculo a f e. ipſi a k. æqualem arcum k f. & ducam chordam a f. quam eſſe dico ſinũ ipſius arcus b d. Item coniungam f e. chordã, quę ſimiliter ſinus erit ſecundus arcus b d. Item abſcindã de diametro e a. ipſi e f. æqualem e m. nam m a. reſiduũ erit ſinus verſus eiuſdẽ arcus b d. Quod ſic oſtẽditur. In circulo b d c. chorda dupli arcus b d. dupla eſt ad ſinum d g. & dupla itidẽ ad chordã a f. arcus a k f. q̃m ſcilicet arcus ſunt ſimiles, & diameter diametri dupla. Igr̃ chorda a f. æqualis ſinui d g. Sed anguli ad g. & f. ſunt recti. igr̃ per pen. primi elem. cùm a e. a d. ſint æquales: erit & f e. æqualis ipſi a g. vel d h. ſinui ſcdo, ſcilicet arcus dicti b d. Vnde p cõceptionẽ, ſupererit m a. æqualis ipſi b g. ſinui verſo arcus eiuſdem b d. Sic quos habuimus ſinus in circulo maiore b d c. habemus & in minore a f e. per chordas. Itẽ, q̃m triãgulũ a f e. eſt æquilaterum & æquiangulũ triangulo d g a. & triãgulo a h d. iãpridem æqualis erit angulus d a h. angulo f a e. Sed angulus f a e. cũ angulo f a c. per 13a primi elem. faciunt duos rectos: ergo & angulus d a h. cum angulo f a c. cõplet duos rectos: Quare per 14 eiuſdẽ d a f. eſt vna recta linea. Et propterea dato arcui b d. ſinũ debitũ quæſiturus poſſẽ continuare rectam d a. donec occurrat periferiæ circuli minoris ad punctũ f. & inde connectere f e. ipſiq; æqualem e m. abſcindere: ſic enim, vt prius, haberẽ chordam a f. pro ſinu recto arcus b d. chordãq; f e. pro ſinu eiuſdẽ arcus ſecundo: & m a. ſinum eius verſum. Reg. 3. Contrà, ſi iubeat, dato ſinui a h. exquirere arcũ debitũ: tunc à pũcto h. excitabo ipſi a c. ad rectos h d. donec occurrat periferiæ in pũcto d. eritq; b d. arcus, quẽ quærimus. Aut ſi eũdem arcũ per ſinũ ſecundũ a g. ſeu ſinũ verſum b g. quærere iuberer: tũc à puncto g. excitarẽ ipſi a b. perpendicularem g d. periferiæ in ſigno d. occurrentẽ. & haberem ſimiliter arcum b d. tali ſinui debitum. Reg. 4. Quod ſi hæc eadẽ ex circulo minore velim elicere: tunc ſinum datum a h. coaptabo in ſemicirculo a f c. hoc eſt, per circinum ipſi a h. æqualem in dicto ſemicirculo chordã immittã a f. nam aſſumpti arcus a k f. dimidiũ, hoc eſt, arcus a k. erit, quem volumus ſimilis quidẽ ipſi arcui b d. Si autem eundem arcũ nanciſci velim per ſinũ eius ſecundũ a g. tunc rurſum collocabo in ſemicirculo ipſi a g. æqualem chordam c f. Nam relicta

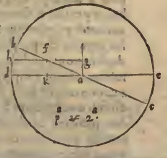
Regulæ ſinuum.

arcui

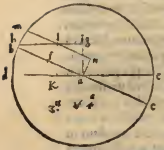
periferia a k f dimidiata in puncto k.exhibet arcũ ak.ipſi b d.quæſito ſimilem. Denique per ſinum verſum b g. arcum talem venaturus: abſcindam de diametro e a. lineam a m. ipſi b g. ſinui verſo dato æqualem: relinquetur enim e m. ipſi a g. ſinui ſecundo æqualis: cui æqualem inducam ſemicirculo chordam e f.& relictæ a k f.dimidiũ, arcus ſcilicet a k.noteſcet ipſi b d.quæſito ſimilis. Quod ſi quiſpiam ſecans quadrantem b d c. in 90. gradus, ſicuti fieri ſolet, partiatur & ſemicirculum a f e.in totidem partes, vt vnaquęq; binos cõplectatur arcus; iam ſic in arcu a k f.apparebunt tot partes, quot gradus ſunt in arcu b d.& arcus a k f.quamuis non dimidiatus offeret tibi numerum graduum arcus b d. quæſiti.

De declinationibus & aſcenſionibus rectis inueniendis. Cap. 7.

PRoposito cuicunque zodiaci puncto debitam declinationem ſic inueniemus. Deſcribam circa centrum a.circulum b d c. qui repræſentet colurum ſolſtitiorum: cuius diameter b a c. ſit eius cum zodiaco: diameter autem d a e. ipſius cum æquinoctiali communis ſectio. Sic arcus tã b d.quàm ipſe c e. fiet maxima zodiaci declinatio. Sit autem propoſitum punctum zodiaci per datum arcum diſtans à viciniori æquinoctij puncto: cuius arcus ſinus per pręcedentis regulas inuentus ſit a f.linea de ſemidiametro a b.abſciſa.& per punctum f.ducam ipſi a d. æquidiſtantem lineam g f h. quæ ſecabit periferiam coluri b d.in puncto, quod ſit h.in quo ſcilicet parallelus propoſiti puncti ſecat colurum: quare arcus h d.fiet declinatio quæſita: cuius ſinus erit a g. perpendicularis ad f g. cui per ſecundum modum in præmiſſo traditum, potero arcum aſcribere. REGVLA 2. Vt autem habeam aſcenſionẽ rectam dicto zodiaci puncto reſpondentem, tũc ſecabo ſemidiametrum a d.in puncto k. per nonam Regulam præcedentis cap.ita vt a k — k d. ſit ſicut g f — f h. Et quoniam circulus declinationis cũ coluro vtrolibet ſimiles abſcindũt arcus de ęquatore & parallelo puncti propoſiti, per quos determinãtur aſcẽſiones rectæ: ideo a k.linea ſinus erit aſcenſionis rectæ pũcto zodiaci propoſito reſpondẽtis à ſectione proxima cõputãdæ. cui per alteram poſtremarũ regularum pręcedentis cap. arcum debitum ſtatim inueniemus.



Regvla 3. Si autem velim inuenire declinationem ſtellæ, cuius longitudo & latitudo cognitæ ſint, ſic procedam: Sit locus eius longitudinis à viciniori nodo remotus per arcum, cuius ſinus ſit a f. Latitudo autem eius ſit arcus b m. Ducam ipſi b a c. æquidiſtantem m n. cui axis zodiaci a n. perpendiculariter occurrat apud n. Et per præmiſſum caput, ſecabo m n. in puncto l. ita vt ſicut eſt a f — f b. ſic ſit n l — l m. Deinde per punctum l. ducam ipſi a d. æquidiſtantem g l h. incidentem periferiæ apud h. & axi æquinoctialis perpendiculariter apud g. Nanque arcus Coluri d h. quantuſcunque ſit, erit quæſita propoſitæ ſtellæ declinatio. Nam ſi punctum l. ſuper d a e. æquatoris diametrum caderet, nulla eſſet propoſitæ ſtellæ declinatio. Cuius operationis demonſtratio eſt: quòd circuli latitudinum per locum ſtellæ, punctumque æquinoctij tranſeuntes abſcindunt de zodiaco eiuſque parallelo, quorum ſemidiameter fiunt a b. m n. ſimiles arcus, quorum ſinus recti ſunt a f. l n. & parallelus æquatoris, cuius ſemidiameter g h. ſecans dictum zodiaci parallelum ſuper locum ſiue centrum ſtellæ (ipſis iam ſemidiameter apud l. punctum



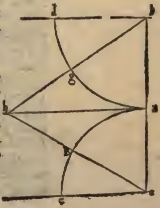
ſe inuicem ſecantibus) ſecat colurum prędictum in puncto h. Quare arcus eius d h. erit quæſita declinatio. Regvla 4. Nunc eiuſdem ſtellæ rectam aſcenſionem eliciam ſic: Secabo ex præcedentis cap. doctrina ipſam a d. in puncto k. ita vt ſicut eſt g l — l h. ſic ſit a k — k d. Namque a k. ſinus erit aſcenſionis rectæ, quæ debetur propoſitæ ſtellæ, à proximo nodo computanda: vnde arcus tali ſinui reſpondens ex præmiſſo cognitus, erit talis aſcenſio. Namque circulus declinationis ſtellæ cum coluro æquinoctiorum includit de ęquatore & eius parallelo, quorum ſemidiameter a d. g h. ſimiles arcus, quorum ſinus ſunt a k. g l. qui arcus ſinguli ſunt quęſitę aſcenſionis quantitas. Sic habes praxim & demonſtrationem. Regvla 5. Eſt & alia via inueniendi punctorum zodiaci declinationes & rectas aſcenſiones: cuius regulas hìc protinus explicabo. Aſſumat angulus b a d. maximę declinationis zodiaci periferiam b d. cuius ſinus rectus ſit b c. ad ſemidiametrum a d. perpendicularis. Mox cõtinuabo in rectum ipſam a c. ponamque ipſi c b. ęqualem c e. ſuperque centro c. deſcribam circuli quadrantem b f e. Intelligam autem b f e. quartá zodiaci inter duo proxima cardinum puncta: vt ſcilicet e. ſit ęquinoctij: b. verò ſolſtitij punctum. ſit autem f. punctum zodiaci propoſitum, cuius velim declinationem, vt ſcilicet eius à vicino ęquinoctio diſtantia ſit

arcus



arcus e f.& per pũctum f.ducam ipſi c e. parallelum lineam f g.quæ ſinum b c.in puncto g.arcumq; b d. ſecet in puncto h.Náq; arcus d h.erit quæſita declinatio reſpondens ſcilicet propoſito zodiaci puncto f.Cuius demonſtratio eſt, quòd in quadrante b f c.ſinus totus b c — ſinum g c.arcus e f.à nodo propinquiori recepti, eſt ſicut in circulo maiore b d.ſinus b c. maximæ declinationis — ſinum g c. arcus d h. quæ eſt declinatio puncti zodiaci arcum dictum e f. terminantis: ſicut in tertio ſphæricorum Menelaus & in primo magnæ conſtructionis Ptolemæus demonſtrauit. REGVLA 6.

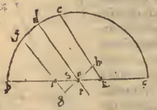
Pro recta autem aſcenſione, ponam a c. angulum maximæ zodiaci declinationẽ: b. verò angulum eius complemẽtum: & c.angulum rectum in △.a b c. Deinde coaptabo in rectũ ipſas b a.a c.ipſiſque ad rectos inducam angulos ipſas b d. c e.& ſuper centris b c.lineabo duos circulorum quadrantes a g d.a k e.& à puncto a.ipſi b c.perpendicularem indefinitam excitabo a f. quæ per decimamquintam tertij elorum vtrunque circulum tanget in puncto a. faciam deinde arcum d g. æqualem arcui, qui punctum zodiaci propoſitum ab æquinoctij puncto ſeiungit: & per puncta b g. ducam rectam,quæ ipſi a f ad punctum h.coincedat. His peractis coniungam h c.rectam, quæ periferiam a e ſecet in puncto k.eritque arcus e k.aſcenſio recta propoſito zodiaci puncto debita. Huius praxeos demonſtratio, ingenioſe lector, non eſt cæteris obſcurior,ſi circulum a g d.pro zodiaco,& circulum a k e.per tropicorum vtrolibet conſyderabis: quorum videlicet habent diametros, rectam quoq; a f.pro communi ſectione planorum talium circulorum ſe inuicem in ſphæra tangentium: rectas demum b h. h c. communes ſectiones eorũdem circulorum cum circulo declinationis,qui ſcilicet per polos mundi punctumque zodiaci propoſitum g.incedens,abſcindit de tropico arcum e k.ſimilẽ arcui æquatoris, à viciniori æquinoctio ad eundem vſque circulum recepto: quæ eſt aſcenſio recta quæſita. Et eſt modus ſimilis ei,quo in vndecimo capite libri præcedentis, ad elicienda horaria interualla tam in horizonte, quàm in verticali circulo vſi ſumus. Ibi nanque in demõſtratione pro zodiaco,ipſum horizontem,& pro tropico parallelum,quẽ horizon tangit, ſumpſimus, ſiue pro zodiaco verticalem: & pro tropico parallelum,quem verticalis tangebat.



De lati-

De latitudine ortiua, differentia aſcenſionali, aſcenſione obliqua, & arcu diurno inueniendis. Cap. 8.

AD datam aſtri, ſiue paralleli declinationem ſic aucupabimur latitudinem ortiuam. Super centrum a. diametrumque b a c. deſcriptus circulus b d c. repræſentet mer^{nū}: in quo a d. ſemidiameter æquinoctialis faciat angulum d a b. æqualem cōplemento latitudinis loci propoſiti. Axis autem a h. tali ſemidiametro perpen^{lis} angulum h a c. latitudini dictæ æqualem. Dein ponam arcū d e. aſtri propoſiti declinationē ad partes manifeſti poli. arcūq; d f. ad partes oppoſitas: & per puncta e f. ducam d a. ſemidiametro æquidiſtantes lineas e h k. f l g. axi quidem apud g h. puncta: diametroque b a c. quæ communis eſt ſectio meridiani & horizontis, apud k l. puncta occurrentes. Quæ quidem erunt communes ſectiones Meridiani & parallelorũ aſtri propoſitum. Sic enim linea quidem a k. erit ſinus rectus latitudinis ortiuæ ad parallelum e h k. ſpectantis: Quare arcus illi debitus per ſextum cap. præmiſſum inuentus erit talis lat^{do} ortiua: linea verò a l. quaſi rectꝰ ſinus latitudinē ortus paralleli f l g. ſimiliter indicabit. poſito ſinu toto ſemidiametrò a b. Qui modus ſimilis eſt conuerſione primæ Regulæ præcedētis cap. quaſi ex declinatione arcum zodiaci debitum elicerem. REGV. 2^{a}. Sed in horizonte recto latitudo ortus alicuius aſtri ſeu paralleli ſemp eſt ipſa aſtri vel paralleli declinatio: quandoquidem omnis horizon rectus eſt & declinationis circulus. REGVLA 3^{a}. Sed redeo ad obliquum: Nā h k. linea erit ſinus differentiæ aſcenſionalis pertinētis ad parallelū e h k. poſito ſcilicet ſinu maximo ipſa e h. ſemidiametro. Vel per regulam 5ª ſexti cap. ſicut eſt e h — h k. ſic ſit iam d a — a r. Eritque a r. ſinus prædictæ differentiæ poſito ſinu maximo a d. Similr l g. erit ſinus differentiæ aſcenſionum ſpectantis ad parallelum f l g. poſito tamen ſinu toto f g. ſemidiametro. Quòd ſi per regulā nonam dicti cap. ſicut ſecta eſt f g. in puncto l. ſimiliter ſecetur d a. in puncto s: erit tunc a s. ſinus talis differētiæ. poſito ſinu toto a d. Quæ regula ſimilis eſt ſecundæ præcedentis, per quam videlicet quærimus rectam aſcenſionem alicuius zodiaci arcus. Itaque ex ſexto cap. præmiſſo nanciſcar arcus talibus reſpondentes ſinibus. REGVLA 4^{a} Vt autem habeam aſcenſionem obliquam aſtri ad extantem polum



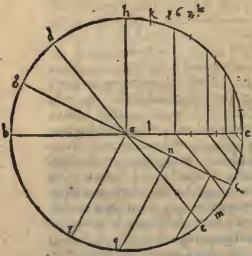
Pro R^{la} 1^{a}. 3^{a}.

decli-

declinantis, talem aſcenſionum differentiam auferam de aſcenſione recta per præcedentis doctrinam inuenta: adiungam verò pro aſtro contrariam declinationem patiente: appoſito vel abiecto integro circulo, ſi opus fuerit: ſic enim conflabitur, vel ſupererit aſcenſio talis aſtri obliqua, hoc eſt, ad propoſitum obliquum horizontem. REGVLA 5. Ad habendum denique arcum ſemidiurnum aſtri eiuſdem, iungenda eſt aſcenſionum differentia cum quadrante pro declinatione ad extantem polum: Eadem verò de quadrante minuenda pro diuerſi nominis declinatione. Sic enim colligitur vel reſiduatur arcus aſtri ſemidiurnus: qui duplatus totum integrat diurnum: hoc autem de toto circulo, ſiue horis 24^{or} ſublato, ſupereſt ſeminocturnus. gradibus ſcilicet ad horas, ſi lubet, conuerſis. Sed hæc ſuppntatoribus vel mediocriter eruditis ſunt notiſſima. REGVLA 6. Si autem ordinarijs arcuum diurnorum parallelis velim ſuas ſingulis ortuum latitudines, ſuaſque declinationes, locoſque zodiaci reſpondentes: quod iam per tabellam expoſitam pro horizonte noſtro fecimus in fine præcedentis libelli: nunc iam per lineationes aſſignare velim haud iam difficilior mihi proceſſus inſequiet. Intelligam enim in eadem ſuperficie Meridiani d a e. diametrũ æquinoctialis: & g a f. diametrum zodiaci ad angulos maximarum declinationum ita vt fg. ſint ſolſtitialia puncta: Item a h. ſit axis horizontis. Deinde quadrantem h c. ſecabo in ſpacia, quæ Meridianus & cæteri circuli horarij per polos abſcindunt de quarta horizontis inter æquatorem & meridianum poſita: & hoc per doctrinam XI. cap. præmiſſi libri. Sitque exẽpli gratia, primum arcus h k. quem de horizonte, æquinoctialis & circulus horæ dimidiæ ac ſextæ ante meridiem ſiue quintæ ac ½ à media nocte intercipiunt: & ſimiliter in quadrante h k c. diſponam alia puncta includentia horizontales arcus, quos horarij circuli per polos integrarum & dimidiatarum horarum includunt. Deinde per per punctum k. ipſi a h. parallelum ducam k l. occurrentem ſemidiameter a c. apud l. punctum. Sic enim erit arcus h k. latitudo ortus prædicti circuli horarij: & ideo fiet latitudo ortus paralleli ſecantis horizontem in eo puncto, in quo circulus horarius ſecat eundem: qui parallelus habet arcum diurnum 13. horaꝝ: differentiam verò aſcenſionalem horæ dimidiæ hoc eſt graduum 7 ½. Similiter autem in cæteris punctis quadrantis a k c. faciam: & ſicut linea a l. eſt ſinus arcus h k. Sic & cæteræ lineæ à puncto a ad incidentias reliquarum æquidiſtantiam ipſi a h. d e. ſemidiametro a c. receptæ erunt ſinus cæterorum arcuum à puncto h. ad reliqua puncta diuidentia in quadrante h k c. receptorum, quæ ſunt latitudines ortus cæterorum parallelorũ horizõtem in punctis in quib. horarij circuli prædicti ſecãt, ſecſt tium.

Quos

Quos ego appello parallelos ordinarios; quoniam per cancellatas ſectiones horariorum vtriuſque ordinis circulorum incedunt, & arcus diurnos eodem temporis cremento adauctos complectuntur. His peractis, ducã per punctũ l. lineã ipſi a e. diametro æquinoctialis æquidiſtantem l m. quæ incidat arcui e f. maximæ declinationis apud m. ſemidiametro autem zodiaci a f. apud n. punctum. Eritque linea l m. ſectio communis paralleli memorati cum meridiano: quare arcus e m. de meridiano ſiue ſolſtitiali coluro ab æquatore & ipſo parallelo interceptus erit ipſius paralleli declinatio: & linea a n. de ſemidiametro zodiaci a f. recepta, erit ſinus rectus arcui zodiaci inter proximum æquinoctij punctum & non ſemel memoratum parallelũ interiecto reſpõdens. Ducam ergo axem zodiaci a p. & ei æquidiſtãtẽ n q. eritque arcus æqualis prædicto zodiaci arcui: Sic notum erit zodiaci punctum pertinens ad dictum parallelum. Similiter faciam per cæteros parallelos zodiacum ſecantes. Sed vbi hæc perfecero ad vnum horizontis quadrantem æquatori & meridiano interiectum: eadem inuenta ſpacia, & iidem inuenti arcus cæteris quadrantibus horizontis inſeruient: ſunt enim æqualia ſingula ſingulis. Idemque de zodiaci quartis inter cardines poſitis dicendum. Hoc modo habes locos Solis parallelis ſingulis ordinarijs reſpõdẽtes, ad latera horolii ſuper ipſorum parallelorum flexas adnotandos. Et attendendum ꝙ ſicut recta linea, quæ ducitur à cẽtro ſphæræ ad punctum ſuperficiei ſphæricæ, in quo ſe inuicem ſecant quatuor circuli, ſcilicet circulus

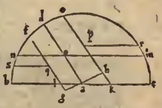


horæ 6æ ac ½ ante meridiem: circulus horę 11æ ab ortu vel occaſu: Horizon: & parallelus continens arcum diurnum 13. horarum; eſt communis ſectio eorundem quatuor circulorũ & latus conicum ſuperficiei conicæ, cuius baſis eſt dictus parallelus: vertex autẽ ipſum ſphæræ cẽtrum. Sic lineæ duæ horariæ ſcilicet 6 ½ ante mer. & 11 ab ortu vel occ. quæ in plano horologij horizontalis æquidiſtant, & flexa, quam facit dicta conica ſuperficies ĩ plano dicti horologij, coeũt in vnã rectam lineã, prædictũ ſcilicet latus conicũ, & cõem dictorum

dictorum 4^or circulorum ſectionem: quę quidem ducta per verticem ſtyli (quod eſt ſphæræ centrũ) ſignari ſolet in faſtigiatis planis parietũ dictum horologium circumuallantium, planis inquam iuxta ſtyli altitudinem ad æquidiſtantiam horologij, in eadem planitie extenſis. Et hoc idem dicendum eſt de cæteris circulis horarijs ſe inuicẽ ſuper horizontem cum ordinario parallelo apud punctum vnum ſecãtib. ſicut in fine præcedẽtis libelli admonuimus. Semper enim duæ lineæ horariæ æquidiſtantes in plano quopiam horologij, & ſectio conica ſeu flexa, quam facit in tali plano conus paralleli per ſectionem circulorum lineas dictas horarias facientium incedentis, coeunt in vnam lineam rectam in planitie per ſtyli cacumen ad æquidiſtãtiam horologij extenſa, in vnam inquam rectam, quæ communis eſt ſectio dictorum circulorum & latus conicum prædicti coni. Poteris & in verticali horologio locum zodiaci ordinarijs parallelis, flexiſque aſcribere: ſi verticalem circulum tanquàm horizontem, ac latitudinis loci complementum, tanquàm ipſam latitudinem ſumpſerit.

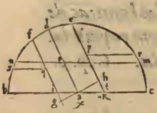
De altitudine & vmbra per ſingulas horas: ac de hora per altitudinem vel vmbram captanda. lineiſq; horarijs aliter deſcribendis. Cap. 9.

VT AD horam propoſitam, altitudinem Solis, ac gnomonicę vmbrę longitudinẽ inueniam, repetam primam præmiſſi capitis figurationem: in qua b e c. circulus ſuper diametrum b a c. meridianum repreſentabat. & d a. æquatoris diametrum: nec non g a h. eiuſdem axem. Itemq; f h k. & f l g. diametros paral^los, ad diuerſas ab æquatore declinantiũ. Sitque primùm Sol in æquatore: & hora ante meridiana vel poſt meridiana propoſita: cuius ad gradus conuerſæ ſinus verſus per Regulas ſexti capitis præmiſſi compertus ſit linea d o. ſiue cuius ſinus ſecundus ſit linea o a. Ducam per punctũ o. rectam ipſi b a c. æquidiſtantem, quæ ſecet meridianum in punctis m n. certum eñ eſt hanc eſſe communem ſectionem circuli almucantarat in quo eſt Sol cum meridiano: & ideo tam arcum m c. quàm arcum n b. eſſe Solis altitudinem ad talem horam. Quod ſi Sol ſit extra æquatorem, ſit in parallelo, cuius diameter e h k. Et tunc ſignato, vt prius, in æquatoris diametro per ſinum horæ propoſitæ puncto o. ſecabo per 8^a Regulam ſexti cap. præmiſſi, ſemidiametrum



e h. in

e h.in puncto p. Aut, ſi Sol ſit in parallelo, cuius diameter fg.ſecabo itidem fg.in puncto q.ad eam rationem, qua ſecatur d a.in puncto o. & per punctum p.ſiue per pũctum q.ducam p r.ſeu q s.æquidiſtãtem ipſi b a c. quæ ſecent periferiam meridiani in puncto r. ſeu s. Tunc enim, vt prius, arcus meridiani r c. vel s b. erit altitudo Solis ad horã propoſitam : Nam in tali caſu almucantarat Solis in puncto r. vel s. meridianum ſecat. Similiter in cęteris caſibus me expediam, quãcunq; ad datam Solis aut etiã alterius cuiuſcunque aſtri diſtãtiam à mer^{no}, ſiue antemeridianam ſiue poſtmeridianam, eius altitudinem ſuper horizontem elicere voluero. REGVLA 2ª. Contrà verò, ſi ex alt^{ne} Solis aut aſtri propoſita diſtantiam eius à Meridiano comminiſci iubeat. Tunc ſit iam data ipſius altitudo arcus m c. & Si ſol ſit in æquatore, ducam per m. punctum lineam m o. æquidiſtantem ipſi b c.& ſecantem ipſam d a.in o. puncto. nam arcus ipſi d o. tanquàm ſinui verſo, aut ipſi o a. tanquàm ſinui ſecundo debitus per 6ᵘ cap. præmiſſum inuentus erit diſtantium Soli vel aſtri à meridiano. quæſita, ſiue antemeridiana ſiue poſtmeridiana.

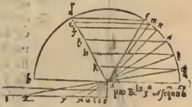


Pro R.^{le} 2ª.

Quòd ſi Sol vel aſtrum ſit extra æquatorem, vtpote in parallelo, cuius diameter e h. aut in parallelo, cuius diameter f g. ponaturque in illo eius altitudo r c. In hoc autẽ eius altitudo s b. ductiſque penes b a c. lineis per puncta r s. quæ parallelorum diametris occurrant ad puncta p q ſecabo iam per Regulam 9ª ſexti cap. huius, ipſam d a.in puncto o.ad eam rationem, qua vel e h. ſecatur in puncto p. vel qua f g. ſecatur in puncto q. Sic enim, vt prius, ex ſinu verſo d o.vel ſinum ſecundo o a. ex Regulis ſexti cap. eliciam arcum, qui Solem vel aſtrum à meridiano ſemouet: qui arcus ad temporum menſuras redactus horam inſtantem indicabit ante vel poſt mer. Quod ſi talis diſtantia fuerit non Solis pro alterius aſtri, iam & hinc hora elici poterit, dum tempus, quo ad meridianum aſtrum tale perueniat, notum ſit: quod ex differentia aſcẽſionum rectarum ipſius aſtri & Solis colligi poteſt. Sed parallelorum diameter e h. f g. deſcribendi ſunt ad arcus d f. d e. declinationum per ſeptimum caput præmiſſum inuentarum. Et notandum, quòd ſi æquidiſtantes r p. s q. occurrerent ipſis parallelis ad puncta g h. iam tunc aſtri a merid. remotio eſſet circuli quadrans, hoc horarum ſex. cum e h. f g. ſint ſemidiametri, & perinde ſinus quadrantum. Si autem p r. ipſi e k. incideret in aliquo puncto inter h k. vtpòte in puncto t. tunc per Regulam 5ª ſexti cap. ſicut eſt e h — h t. ſic fiat iam e a — a x.

Nam arcus

Nam arcus reſpondens ſinui recto a x. per ſextum cap. compertus, iunctus cum quadrante conflabit totam Sol vel aſtri à meridiano diſtantiam. REGVLA 3ª. Porrò ex altitudinibus Solis ad horas ſingulas licebit vmbras metiri, ad quemuis Solis ſitum. Sumam tamen exemplum ſuper æquatore, in cuius ſemidiametro d a. ſignabo puncta e f g h k. quæ terminant ſinus verſos atque ſecundos diſtantiarum Solis à meridie per ſingulas ſex horas. Et per ſingula puncta ſignata ducam lineas ipſi b a c. æquidiſtantes d l. e m. f n. g o. h p. k q. Mox faciam a r. ſtyli menſuram ipſi b a c. perpendicularem, quæ pars eſt horizontalis axis: & per ſtyli pedem r. ducam ipſi b a c. æquidiſtantem & indefinitam: & coniungam puncta l m n o p q. cum centro a. ductis totidem rectis, quas continuabo, donec ipſi r i. occurrant ad totidem puncta ſcilicet s t u x y z. Namque recepta ſpacia inter hæc ſingula puncta & pedem ſtyli r. erunt vmbræ ad altitudines horarum ſingularum videlicet r s. vmbra meridiana r t. vmbra horæ vnius ante vel poſtmeridiana r u. vmbra horarum duarum r x. trium r y. quatuor r z. quinque: Nam vmbra horæ ſextæ tunc infinita eſt, quandoquidem Sol in horizonte iacet.

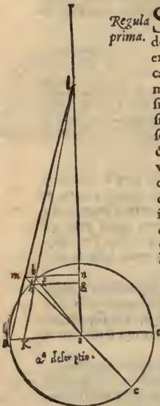


REGVLA 4ª. Similiter ad alium quemuis parallelum idem efficere poteris: ſi ſupponatur paralleli ſemidiameter pro ſinu maximo, & ſecundùm ſinuum horariorum ſegmenta ſecetur.

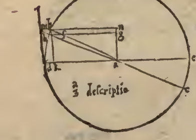
REGVLA 5ª. Et ex hoc quidem lineamento facile habes ex hora vmbram, & ex vmbra horam.

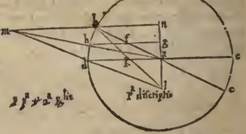
REGVLA 6ª. Item ex longitudinibus vmbrarum æquinoctialium ad horas ſingulas habes interualla in horologio horizontali à pede ſtyli ad puncta lineæ æquinoctialis, quæ tales vmbrarum deſinentias ſuſcipit, in quibus lineæ horariæ ſingulæ lineam ipſam æquinoctialem ſecant. Noteſcent igitur hac via puncta huiuſmodi: & coniuncta cum pede axis in linea meridiana ſuſcitabunt lineas horarias ſingulas. Quæ omnia bene præcepta & lineando frequentata, multo faciliora venient.

De quibuſdam alijs extraordinariis quæſtionibus circa declinationes & aſcenſiones rectas. Cap. 10.



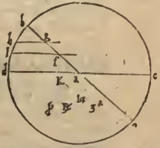
Regula prima. SI ex propoſita recta aſcenſione velim arcum zodiaci tali aſcẽſioni reſpondentem, ac etiam declinationem puncti arcum ipſum terminantis extrahere; repetam deſcriptionem primã ſeptimi capitis præmiſſi. in qua datæ aſcenſionis à proximo nodo numeratæ ſinus per 7^{u} cap. inuentus ſit a k. de ſemidiametro æquatoris a d. tanquàm ſinu maximo abſciſus: & coniungam punctum ſolſtitiale b. cum puncto k. & continuabo in rectum b k. donec occurrat axi æquinoctialis a g. vbicunque fiat occurſus ad punctum l. Mox ducam lineam l d. eamque producam, donec coincidat ipſi b n. parallelo ipſius a d. in puncto m. Deinde iungam puncta m b. cum centro a. ductis b a. & a m. quæ ſecet periferiam b d. in puncto h. & per punctum h. agam ipſi a d. parallelum h g. quæ ſecet ipſam a b. in puncto f. Eritque propter æquidiſtantiam linearum ſicut a k — k d. ſic n b — b m. Et ſicut n b — b m. ſic g f — f h. Igitur g f — f h. ſic a k — k d. Quare, circulus declinationis, qui determinat aſcenſionem rectã, cuius ſinus eſt linea a k. abſcindit cum coluro æquinoctiorum de parallelo, cuius ſemidiameter eſt g h. arcum ſimilem tali aſcenſioni: cuius arcus ſinus eſt linea g f. & de zodiaco arcum, cuius ſinus eſt linea a f. Nam paralleli prædicti periferia ſecat



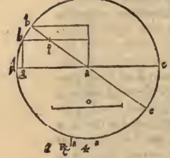


zodiacum

zodiacum in eo puncto, in quo ſecat eundem præfatus declinationis circulus. Quare arcus debitus ſinui a f. per 6ᵘ cap. cognitus, erit arcus zodiaci reſpondens arcui aſcenſionis propoſitæ, cuius ſinus fuit a k. Et quoniam parallelus ſupradictus colurum ſecat in puncto h. ideo arcus d h. erit declinatio ſini talis arcus zodiaci debita. Quæ quidem operatio procedit cum demonſtratione ſua, ſiue lineæ b k. m d. concurrant cum axe æquinoctialis a g n. ad punctum l. infra centrum a. ſiue ſupra, ſiue ſint æquidiſtantes. vt in triplici deſcriptione pro tribus caſibus huiuſmodi apparet. REGVLA 2ª. Ex eadem etiam deſcriptione, ſi proponantur aſcenſio recta & declinatio alicui puncto zodiaci debitę iam notę, poterit & maxima zodiaci declinatio cognoſci. Sed illud lectoris perſpicaciæ indagandum relinquo: & ad aliud problema tranſeo. REGVLA 3ª. Pergens in eadem æquatoris, zodiaci, & coluri ſolſtialis deſcriptione: ablato iam arcu zodiaci à nodo proximo incępti, cuius ſinus ſit a f. volo ſciſcitari angulum, quē circulus declinationis cum zodiaco facit ſuper punctum, quod talem arcum terminat. Sit a k. ſinus aſcenſionis rectæ oblato arcui debitæ per 7ª cap. inuentus: & eiuſdem aſcenſionis ſinus verſus per 6ᵘ cap. ſit b g. linea. Ducam per punctum g. ipſi a d. æquidiſtantem & periferiæ in puncto h. occurrentem lineam g h. Namque d h. arcus ablatus de quadrante, quæſitum angulum relinquet. Nam arcus, cuius ſinus verſus e. g h. eſt qui à ſolſtitiali puncto ſumitur de zodiaco vſque ad periferiam paralleli ſectionem g h. cum coluro facientis: qui arcus, quoniam æqualis eſt aſcēſioni rectæ, cuius ſinus a k. quæ debetur arcui zodiaci, cuius ſinus a f. propterea, per 37ª primi libelli noſtrorūm ſphæricorum, complementa declinationum ad terminos talium arcuum zodiaci debitarū æqualia ſunt viciſſim alteri angulo alterius, quem ſuper ipſum terminum cum zodiaco facit circulus declinationis. Quā obrem ducta æquidiſtante ipſi a d. per punctū f. quæ periferiam ſecet apud l. cum ſit per 7ª cap. l d. declinatio pertinens ad terminū arcus zodiaci, cuius ſinus a f. iam & arcus l d. de quarta circuli ſubtractus relinquet etiam angulum, quē circulus declinationis cum zodiaco facit ſuper terminū arcus, cuius ſinus verſus fuit b g. Hoc autem in ſphæricis oſteſumeſt. REG. 4ª. Item, ſi velim determinare pūctum zodiaci, qui terminat arcum maximè differentē à ſua aſcenſione recta; ſic procedam: In eadem deſcriptione ducam ipſi a d. æquidiſtantem l n. axique æquatoris occurrentem apud n.



Eritque b n. ſemidiameter tropici, atque ſinus ſecundus maximæ declinationis b d. Capiam per ſextum cap. præmiſſum, inter a b. & n. mediam proportionalem o. quæ quidem erit minor quàm a b. hoc eſt quàm a d. Itaque de a d. abſcindam ipſi o. æqualem a g. & à puncto g. excitabo ipſi a d. perpendicularem g h. quæ occurrat periferiæ b d. apud h. punctum : ſecabit enim omnino periferiam b d. cum o. hoc eſt a g. ſit minor, quàm b n. Deinde per punctum h. ducam ipſi a d. æquidiſtantem h f. quæ ſecet ipſam a b. apud f. Dico itaque, quòd arcus zodiaci cuius ſinus eſt a f. eſt, qui maxime differt ab aſcenſione ſua recta, & eius finis declinatio arcus h d. Hoc enim in 29ª primi noſtrorum ſphæricorum oſtenſum eſt. Hæc aûtem per lineamenta luſiſſe placuit: vt qui horarias lineas eſt deſcripturus, iactare ſe audeat omnia per lineamenta poſſe ad rem ſpectantia inuenire abſque calculi adminiculo: Quod ſi quis per calculum minutias diſcernere ſe iactet, quę lineator in paruo ſpacio animaduertere nequeat ; idem lineator in ſpacio, quantum ſatis eſt, lato efficiet. Immò lineatio in hac excedit calculum dignitate, quòd geometricum punctum aſſequitur : quod ſupputator minime poteſt . Sed de hac collatione alibi differetur. Et lineatio magis ad theoriam, quàm calculus accedit. Veniamus nunc ad id, quod dicendum ſupereſt.



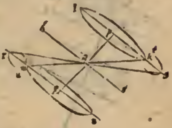
De flexa dati paralleli in plano cuiuſlibet horologij ad quemlibet ſitum delineanda. Cap. 11.

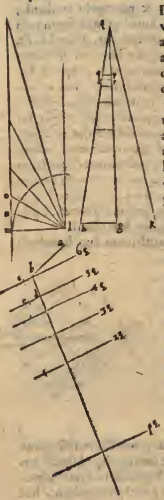
CVM ſatis notum ſit ex præmiſſis & ex quinto capite huius libelli, æquinoctialis vmbræ deſinentiam deſcribere in omnis horologij plano lineam rectam : & in plano æquinoctialis horologij omnis vmbræ limitem circumferri in aliqua circulari periferia : quod quidem horologium in ſphæra recta verticale, ſub polo autem horizontale eſt ; in cæteris verò Solis ſitibus , aliorum horologiorum omnium planis vmbrarum extrema circumferri per alias conicarum ſectionum periferias, ſiue ea ſit Ellipſis,

ſiue

ſiue hyperbola; omnino dandus eſt modus & præceptio tradenda, quemadmodum ad propoſitum Solis,loci, horologijque ſitum talis periferia, quæ ab vmbræ apice circumlato deſcribitur, delineãda ſit. Nam flexæ tales, quæ per cancellatas horariarum linearum ſectiones incedũt & facillimè ſuper ipſa horarũ lineamenta, vt in præmiſſo lib. docuimus, deſcribi poſſunt; arcubus diurnis ordinarijs, non autem propoſito Solis, aſtriue loco reſpondent. In primis ergo deductio æquinoctialis lineæ, quæ meridianam orthogonaliter ſecans in omni horologio ſuſcipit æquinoctialium vmbrarum deſinentias, iam ſatis nota eſt ex præmiſſo libro. Pro horologio autem æquinoctiali intelligo in plano meridiani axem mundi p a q. ſecantem diametrum æquinoctialis h a i. ad rectos: k a m. lineam communem ſectionem meridiani & horizontis, vt ſcilicet angulus p a q. ſit latitudo loci. Item duos circulos æquales & æquidiſtantes, quorum diametri l p k. m a n. centro p q. orthogonales ad planum Meridiani.

Quorum quidem circulorum plana repræſentant duo horologia æquinoctialia, quorum ſtyli q a. p a. communem verticem a. ſphæræ centrum habentes: & in quibus lineæ horariæ tangunt & ſecant dictos circulos: vt habes in ſecundo capite huius libelli: In his itaque horologijs vmbræ extremum quotidie defertur in periferia circuli. Ponatur ergo Solis locus habens declinationem ab æquatore angulum h a r. volo deſcribere in planis horum horologiorum circulum, cuius periferia ſuſcipit vmbrarum deſinentias ad dictum Solis ſitum. Continuabo r a s. lineam, donec diametris l k. m n. productis in ipſo plano meridiani occurrat ad puncta r s. Superque centris p q. ad ſpacia q r. p s. circulos deſcribam: qui, vt in quinto huius libro capite oſtenſum eſt, vmbras per totam Solis in eo ſitu poſiti terminabunt. hoc eſt, circulus r u. terminabit vmbras, dum Sol declinat ab æquatore ad polum extantem per angulum i a s. dum verò ad diuerſas declinat per angulum æqualem h a r. circulus s t. vmbrarum tunc limites definiet. Similiter faciam ad reliquos omnes ſitus Solis, cùm tales circuli ab vmbræ vertice quotidie deſcripti ſint concentrici. Atque ſi r a s. eundem cum æquatore h a i. ſeruans angulum intelligatur perfecta reuolutione circumferri, deſcribat ipſas r u. s t. circulorum periferias, in quibus & vmbrarum q r. p s. extrema pariter eadem conuerſione circumducuntur.

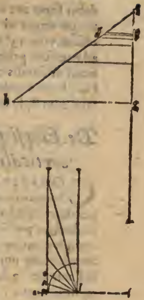




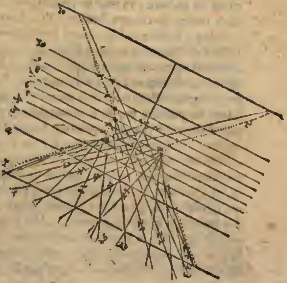
Pro horologio autem meridiano ad ortum vel occaſum verſo ſit a b. gnomon vel ſtylus ad planum horologij perpendicularis: b c. autem linea horæ ſextæ ante vel poſt mer. d e. linea horæ 5ᵉ ante vel poſt merid. & deinceps reliquæ quatuor æquidiſtantes per 10ᵘ cap. præcedentis libri ad propria interualla lineatæ. Deinde linea f g, ſit radius ſolis æquinoctialis: linea f h. radius Solis per angulum g f h. declinãtis ad polum extãtem: linea f k. radius Solis per angulum g f k. declinantis ad diuerſas: linea l m. æqualis gnomoni a b. Anguli m n l. n l o. & cæteri per circuli quadrantẽ diſtincti ſinguli quindenorum graduum. continuatis in rectum ſemidiametris ad lineam vſque m o. ipſi m l. perpendicularem. Quibus peractis, ponatur ipſi l m. æqualis f p. abſciſſa de radio f g. ipſiq́; l n. æqualis f r. & ducantur p q. r s. perpenᵗᵉˢ ad f g. & ſimiliter ipſi l o. & cæteris à puncto l. ad lineam m o. ductis æquales ſingulæ ſingulis de linea f g. abſcindãtur: & à pũctis abſciſionum ipſi f g. perpenᵗᵉˢ excitentur vſque lineam f h. Poſt hæc ponatur ipſi p q. æquale ſpacium b c. in linea horæ ſextæ: ipſiq́; r s. æquale ſpacium d e. in linea horæ quintæ: & reliquis perpendicularibus ad f g. reliqua ſpacia in reliquis ſeriatim horarijs lineis ſingula ſingulis æqualia. Nam ſicut in conuerſione motus diurni, radius æquinoctialis f g. porrigit extremum vmbræ ſtyli a b. in puncta b d. & reliqua in linea æquinoctiali b d. ſignata, in quib. ea ſecãt horariæ lineæ; ita radius f h. proijciet extrema vmbrarum in puncta c e. & ſequentia in cæteris lineis horarijs prædicto modo ſignata: ſicut expoſcit △ △ˡᵒʳᵘ f p q. a b c. ſimilitudo & æqualitas: Itemque △ △ˡᵒ f r s. a d e. per latera æqualitas & cæterorum. vnde puncta c e. & reliqua in cæteris lineis horarijs ſignata, erunt limites vmbrarum ſtyli, Sole in tali ſitu locato: & linea flexa curuatim continuata per huiuſmodi pũcta ſuſcipiet terminos vmbrarũ eius diei: quę linea eſt ſectio conica dicta hyperbole, per pᵘ Coroll. 4ᵉ cõcluſioni quinti capitis præmiſſi.

Similiter

Similiter faciam pro radio Solis f k. declinantis ad diuerſas; & pro quocunq; alio ſitu Solis. Eruntq; ſemper tales flexæ hyperbolæ; vt in quinto capite ſatis demonſtratum eſt. Quæ quidem flexæ nõ niſi ad penicillum lineatoris per puncta dicto modo ſignata deduci poſſunt: cum neque rectæ ſint vt Canonis, neque circulares vt circini officio deſcribantur: & tanto certius lineabũtur, quo crebriora fuerint puncta ſignata: & ſemper ſic molliter erunt à puncto ad punctum & per totum protrahendæ, vt curuaturæ tenorem ſeruantes, anguli fracturam nec ubi admittant: quod etiam aliàs monuimus.



¶Et notandum, quòd ſi tam angulus g f h. quàm angulus g f k. fuerit æqualis cõplemẽto latitudinis loci; quantum ſcilicet declinant ſinguli paralleli æquatoris, quos tangit horizon: tunc hyperbole inuenta per c e. puncta & reliqua in lineis horarijs ſignata incedens, & alia hyperbole contrapoſita ex aduerſa parte lineæ æquinoctiale b d. eſſent illæ, quas vndecim lineæ horariæ æquidiſtantes ſecant ſingulæ in binis punctis, in quibus eaſdem tangunt 12æ lineæ horariæ tangentes: Nam linea horæ mer^{næ} non comparet, cùm Meridianus horologio æquidiſtans lineam non faciat. Et duæ ex tangentibus fiant hic non tangentes, atq; ita, vt alibi diximus, duo pũcta cõtactuum ac ſectionũ euaneſcãt. Sicut autẽ hyperbole c e. ducitur p ſignata pũcta in lineis horarũ inferiorib. ipſa b c. ita & in ſupiorib. per eadem vtiq; ſpacia, erit continuanda. Et ſimiliter hyperbole ꝯpoſita: Nam diſpoſitio & interualla ſuperiorum linearum eadem ſunt cũ ĩteruallis ĩferiorũ: vt in 10° cap. præcedentis libelli ſatis ꝯſtitit. Notãdũ præterea, ꝙ hor^{ria} merid^{na} ad oriẽtem vergẽs, cõuerti

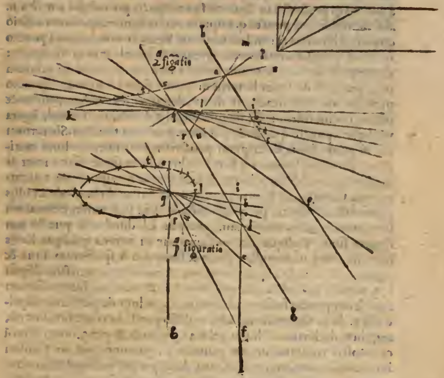


 debet

debet ſuper axe mundi, donec ad æquidiſtantiam prioris ſitus reſtitutum vergat ad occidentem, mutato tamen horarum numero & officio, vt in 15° cap. præmiſſi libelli tradidimus. ſtylo quoq; tantūdē ad occaſum prominente. Vel ſi conuerſio talis non placeat, tergum faciei orientalis conuerſum ſcilicet ad occaſum ſic lineandum eſt, vt lineę faciei occidentalis eædem ſint ſingulæ ſingulis lineis faciei orientalis, cum ſtylo indidem & tantundem ad occaſum exporrecto.

De Ellipſi paralleli cuiuſpiam in horizontali ſeu verticali horologio deſcribenda. Cap. 12.

CONSTITIT iam per quintum caput, quas in quocunque horologio cuiuſlibet ſitus flexas deſcribat quælibet vmbræ deſinentia circumlata: Non enim omnes flexarum ſpecies vbique deſcribuntur per Solarem radium, vtpote in horizonte, cuius latitudo complementum maximæ declinationis non excedit, horizontale horologium nunquàm ſuſcipit vmbrarum deſinentias in Ellipſi: ſed tantùm in hyperbola, vel parabola, ſi latitudo ſit par dicto complemento. nobis ſemper in hyperbola. Verùm, quoniam placet nobis, non neceſſitatis, ſed ſpeculationis gratia, in horologijs omnes protrahere tam horarias quàm flexas lineas etiam eas, ad quas vmbrarum ſolarium deſinentiæ non perueniunt: intelligemus in quouis propoſito parallelo, extra anni Solisque vias, aſtrum quodpiam ita radiare, vt vmbræ iaculatu deſcribat diurno motu cuiuſlibet trium ſpecierum flexam. Pro ellipſi itaque delineanda, ſit in horologio horizontali quopiam linea meridiana k l. cum qua horarię lineæ à meridie in puncto q. ſe inuicem ſecent, per 11ª caput præmiſſi libri deſcriptæ: ex quibus ipſa r s. linea horæ ſextæ orthogonaliter meridianam ſecans: & t u. linea horæ 5ª & cæteræ deinceps. Item linea æquinoctialis ad rectos meridianæ incidens, ſecet ipſas horarias lineas in punctis b c d e f. orientalibus: nam ſpacia occidentalium punctorum ad reliquas quinque lineas ſunt ſingula his ſingulis æqualia. Deinde ipſam lineam k l. in alium locum transferam: & deſcribam in plano meridiani axem mundi q a p. Ita vt angulus a q i. ſit latitudo loci: & linea h a i. axem orthogonaliter ſecans repręſentet radiū Solis æquinoctialem. Ad quam per circinum transferam ſpacia q i. q b. q c. q d. q e. q f. & q g. dicto radio æquidiſtantem, continuatis per punctum q. vtrinque lineis. His peractis per punctum a. quod in ipſo axe mundi repræſentat centrum, ducam duos radios l a m. k a n qui æquales hinc inde cum axe comprehendant angulos, & lineæ meridianæ coincidant ad puncta k l n. Sic enim tales radij coniungunt



iungunt extrema diametrorum in parallelis æquatoris circulis. quo
neque ſecat neque tangit horizon : quare conica ſuperficies talis
paralleli ſecta plano horizontalis horologijs per 5^{a} quinti capiti prę
miſſi concluſionem, faciet ellipſim. Itaque radij tales l a m. k a n.
circum axem q a p. per motum primum, ſeruatis angulis reuoluri,
dum deſcribunt conicas ſuperficies, deſignabunt in dicti horologij
plano ellipticam periferiam, cuius diameter maior k l. per 2^{u} præambulum primi capitis huius libri. Ad inuenienda verò pūcta, in quib.
talis periferia ſecat horarias lineas, ſic procedo : Radij l a m. k a n.
vtrouerſum producti ſecentes mer^{nu} in punctis k l. ſecēt reliquas per
punctum q. traiectas lineas in ſenis hinc inde punctis: vtpote lineam
q g. in pūctis r s. lineam autem q f. in pūctis t u. & deinceps reliquas.
Et faciam in prima figura linearum horariarum eadem in earundem
notorum lineis ſpacia : hoc eſt, in linea q g. ſpacia q s. q r. eadem : in
linea q f. ſpacia t q. q u. eodem ordinis ſitu ſingula ſingulis æqualia.

Idem

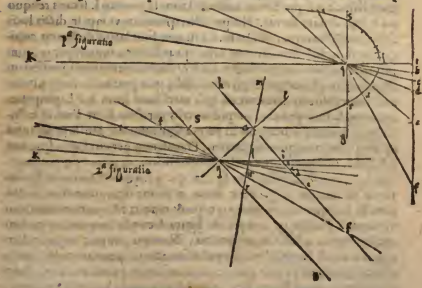
Idem faciam in linea q c. q d. q c. q b. ſumens ex talibus lineis vtrinq; à puncto q. productis in ſecunda figura, ſpacia per radios l a m. k a n. abſciſa vtrinque à puncto q. eaque in prima figura transferens officio circini ad horarias earundem notarum lineas eodem ordine à puncto q. Nam propter æqualitatem laterum & angulorum in triangulis: quæcunque ſpacia abſcindunt radij l a m. k a n. per motum primum circumuoluti de lineis horarijs in prima figura hinc inde à puncto q. periferiam ellipticam, vt decet, deſcribentes; eadem penitus & eodem ordine ijdem radij ſingula ſingulis deſecant in ſecunda figura vtrinque à puncto q. de lineis per idem punctum traiectis. Sic certum erit in prima figura deſcriptam periferiam abſcindere de linea meridiana portiones ſignatas q k. q l. de linea horæ ſextæ ſpacia inter ſe æqualia q r. q s. de linea horæ quintæ ſpacia q t. q u. & de reliquis reliqua. Certum erit igitur ellipticam periferiam dicto modo à radijs memorati deſcriptam per pũcta dicta k l r s t u. & cætera cæterarum linearum incedere. Itaque iam, exceptis k l. duodecim puncta iam ſignata ſunt. Reliqua decem ſumentur in cæteris quinque lineis horarijs, bina in ſingulis; Nam & linearum & ſpaciorum ſitus & æqualitas hinc inde à linea meridiana eſt eadẽ. Quare periferia ellipſis b r. æqualis & ſimilis erit periferiæ l s. & totidem interuallorum æqualium puncta ſuſcipiet. Idemque dicendum de periferijs ellipticis k r. k s. Quamobrem aſtri in dicto parallelo conſtituti, hoc eſt, angulum declinationis h a m. vel n a i. patientis, & per motum primũ circumlati vmbramque per acumen a. gnomonicum in planum horizontalis horologij proijcientis deſcripta per vmbrę deſinentiam periferia, erit Ellipſis k t l. per ſignata quatuor ac viginti in horarijs lineis puncta. quæ fuerat deſcribenda Similiter pro cæteris aſtris ad aliarum declinationum radios operabimur. Regvla *verticali hor.* Et eadem penitus via deſcribemus ellipſim in verticali horologio deſcriptam per propoſitum radium: hoc ſolum mutato, vt angulus a q i. qui iampridem conſtitutus fuerat latitudo regionis, fiat nunc complementum talis latitudinis: & lineæ horariæ in prima figuratione fiant in plano verticalis horologij, vt conuenit: Namque in verticali circulo linea meridiana, quæ axis eſt horizontis, continet cum axe mundi q a p. angulum æqualem complemento latitudinis loci. & omnia quæ in plano horizontalis, hic in plano verticalis horologij ſpeculabimur & peragemus. Regvla. Et notandum, quòd ſi anguli h a m. n a i. declinationum ſinguli fuerint æquales complemento latitudinis loci; tunc radij l a m. k a n. circumducentur in periferijs parallelorum, quos tangit horizon atque cæteri circuli horarij tangentes: atque ideo periferia elliptica k t s. in horologio

verticali

verticali deſcripta per tales radios erit illa; quã lineæ horariæ ſecãtes ſecant in 24ᵒʳ punctis, in quibus eam tangunt totidem horariæ lineæ tangentes : Quod accidit locis, quorum latitudo minor eſt dimidio recti anguli, quemadmodum in 13° capite præcedentis libri, in quo pro tali ſitu facta eſt vniuerſalis linearum vtriuſq; ordinis deſcriptio. Poſtremo & hìc non omittenda eſt illa cõſyderatio : Sicubi horologij verticalis facies, quæ ad meridiem vergens ſiſti ſolet, conuertenda ſit ad extantis poli partes: de qua conuerſione in 15° præmiſſi libri & in tertio præſentis capite ad plenum locuti ſumus : Sic rurſum habes modum lineandi horarias lineas tangẽtes: cùm pro vnaquaq; habeas punctum in quo cum ſecante ſecat lineam æquinoctialem, & punctũ in quo tangit ellipſim, in quo ſcilicet alia ſecans ſecat eandem.

Quo pacto parabola per paralleli ſui radios in horizõtali ſeu verticali horologio delineãda ſit. C. 13.

PARALLELI circuli, quem tangit in ſphæra circulus maior, cui æquidiſtat planum horologij, conica ſuperficies tali plano ſecta facit parabolen, ſicut in 2 & 3 cap. huius libri & etiam in quinto innotuit. Hìc itaque viam dabimus ſignandi puncta in lineis horarijs à meridie, per quæ talis periferia incedit ac ſui curuationis tenore delineanda eſt. Et primùm pro horologio horizontali faciam in primis ea, quæ in præmiſſo cap. feceram : hoc eſt, lineas horarias à meri-



die ſe viciſſim in puncto q. interſecantes: meridianam ſcilicet k q i. lineam horæ 6ᵉ s q r. lineam horæ 5ᵉ t q u. & cæteras lineæ æquinoctiali i f. apud puncta b c d e f. incidentes, per 11ᵃ cap. præmiſſi libri: & hæc in prima figuratione, ſicut in præcedenti fecimus. In ſecunda quoque deſcriptione faciemus angulum a q i. æqualem latitudini regionis: eique æqualem angulum q a l. quod eſt complementum declinationis radij l a m. qui fertur in periferijs circulorum, quos tangit horizon, parallelorum æquatorum, quorũ conicæ ſuperficies, vt dictum eſt, faciunt in horizontali horologio parabolas, vnde contrapoſitus radius s a n. faciet cum axe mundi angulum s a q. æqualem angulo q a l. & ideo æqualem angulo a q i. latitudinis loci ſibi coalterno. Quare, per 27ᵃ primi elementorum, radius s a n. non concurret, ſed æquidiſtabit lineæ meridianæ k q i. Cætera omnia diſponuntur, vt in ſecunda figuratione præmiſſi cap. ita vt q i. ſpacium ſit æquum ſpatio q i. primæ figurationis. Itemque reliqua ſpacia primæ figurationis ſcilicet q b. q c. q d. q e. q f. transferam per circinum in ſecundam figurationem à puncto q. ad eaſdem notas in linea æquinoctiali h a i. producta: & puncta ſic inuenta iungere cum puncto q. protractis, continuatiſque lineis vtrinque à puncto q. faciam quàm q g. ipſi h a i. æquidiſtantem, quæ ſecet radios prædictos in punctis r s. ſicut linea q f. continuata ſecat eoſdem in punctis t u. & cæteræ lineæ per q. ſecant eoſdem hinc inde in cæteris punctis: excepta meridiana k q i. quæ ſolum radium l a m. in puncto l. ſecans reliquo s a n. æquidiſtans fertur. His peractis, quoniam, vt iam in dictis locis fuit demonſtratum, radij l a m. s a n. quæ ſunt latera dictarum conicarum ſuperficierum circum axem q a p. ſeruatis angulis per motum primum circumlati deſcribunt cum conicis ſuperficiebus periferiam quandam in plano horologij horizõtale, quæ parabola dicitur, cuius axis ſeu tranſuerſa diameter eſt ipſa meridiana linea k q l. propterea inuenienda ſunt puncta, in quibus talis periferia ſecat lineam meridianam & cæteras horarias in prima figuratione ſe inuicem ſecantes apud q. punctum. quod ſic faciam: Transferam per circinum ſpacium q l. ſecundæ figurationes ad lineam meridianam primæ figurationis: ſignato l. puncto. Et ſimiliter ſpacia q s. q r. æqualia ſecundæ figurationis ad lineam q g. horæ ſextæ in prima figuratione hinc inde à puncto k. atque itidem ſpacia q t. q u. & reliqua reliquarum linearum vtrinque à puncto q. recepta de figura ſecunda in primam eodem ordine circini officio tranſportabo. Namque propter æqualitatem angulorum & laterum in triangulis ſeruatam, quantacunque ſpacia abſcindunt radij l a m. s a n. per conuerſionem primi motus de lineis horarijs in prima figura hinc inde ab axe mundi, hoc eſt à puncto q.

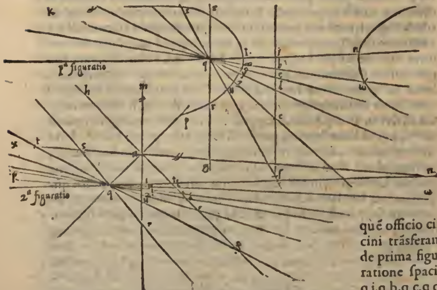
periferiam

periferiam parabolæ deſcribẽtes, tãta etiam & ordine eodẽ ijdẽ radij, ſingula ſingulis cõparando, deſecant in 2ª figura vtrinq; de lineis per q. pũctum vtrouerſum ꝯtinuatis. Quo fit, vt certum ſit, in prima figuratione ſic deſcriptam periferiam abſcindere de linea merⁿᵃ portionẽ q l. tm̃, cum ꝯpoſitus radius merⁿᵃ nuſquàm coincidat: de linea horæ 6ª ſpacia q r. q s. æqualia: de linea horæ 5ª ſpacia q t. q u. & de reliq̃s ſingulis reliqua bina: Nam, per 27ᵃ pmi conicorum, oĩs linea ſecãs diametrum parabolæ, vtrinq; coincidit periferiæ. Quare certum erit parabolicam periferiam, vt ſ̃ dictum eſt, in horologij plano deſcriptã per ipſa puncta t s l u r. iam ſic ſignata & cætera cæterarum linearum incedere. Itaq;, excepto pũcto l. qui vertex eſt parabolę, biſſena puncta in quibus ſex lineæ periferiam ſecant, inuẽta ſunt. Decẽ alia ſimiliter in cæteris quinq; lineis horarijs per q. pũctum ducẽdis inueniẽtur ad eadẽ ſpacia. Nã ſicut in periferia l r. ipſis pũctis l r. interiacẽt quinq; pũcta in qbus periferiã ſecãt totidẽ lineæ horariæ; ita & ex aduerſo in piferia l s. totidẽ ad eadẽ ſpacia, eadẽq; in oppoſitũ diſpoſitionẽ ipſis l s. pũctis interſunt. Itẽ ſicut periferia s t. cõtinuatur p quinq; pũcta, in quibus ſecatur à quinq; dictis lineis horarijs per pũctũ q. traiectis: ita & è diuerſa parte, periferia vltra punctum r. cõtinuata totidem in diuerſum eiuſdẽ diſpoſitionis & mẽſurę pũcta ſuſcipit: Sic fiũt pũcta tria & viginti: cum vna linearum merⁿᵃ quæ diameter eſt parabolę in vertice tm̃ ſecet ſuam periferiam. In quibus quidẽ 23. pũctis totidem lineæ horariæ tangẽtes tãgunt eandẽ periferiam. Euaneſcit enim vnũ punctorum ſectionum, & perinde contactus. Non enim apparet linea horæ 24ª quam faceret horizõ, niſi horologij planõ æquidiſtaret. Sed tales lineas iã deſcripſimus in 12° cap. pręmiſſi libri. Reg. *verticalis.* Cũ aũt, vt in 3° cap. huius lib. patuit, in verticali horologio regionis latⁿⁱˢ 45. grad. lineæ horariæ parabolã ſecẽt & tangant, poteris & ibi talem parabolen, deſcribere; ſumpto tantummodo pro horizontali, verticali plano. Nam deſcriptio linearum horizontalis horologij, vna penitus & eadem eſt in tali regione cum deſcriptione verticalis: q̃n quidem ipſa loci latᵈᵒ æqualis eſt ſuimet complemento, quod cõplementum ſemper eſt latitudo verticalis circuli horizõtis loco ſumpti. & in horizõtibus eiuſdem latⁿⁱˢ eadem penitus linearum deſcriptio, propter eandem circulo℞ inclinationem ſitumq;, ſeruatur. Quæ ſunt in ſphæricis, aſtronomicisq; rudimẽtis notiſſimæ. Ecce hic præceptũ alterum ab eo, quod in 12° cap. præcedẽtis libri traditũ eſt, habes lineãdi horarias tãgentes in horizⁿᵃˡⁱ plano, & in verticali memoratæ regionis: Nam pro vnaquaq; linea tãgente habes bina puncta, vnum, in quo ipſa cum ſecãte ſimul partitur lineam æquinᵃˡᵉ; reliquum, in quo tangit parabolen, vbi eandem ſecat alia ex numero ſecantum.

De contra-

De contrapoſitarum flexarum deſcriptione in horizontali, aut verticali horologio. Cap. 14.

SI circulus, cui planum horologij æquidiſtat, ſecet in ſphæra parallelos contrapoſitos, tunc ipſum planum ſecás conicas ſuperficies talium parallelorum, facit hyperbolas contrapoſitas, ſicut in 4° & 5° capite huius libri oſtenſum eſt: quæ quidem ab æquinoctiali linea hinc inde auerſis diſponuntur brachijs, proque diametro lineam meridianam habent. Ad ſignanda igitur puncta, in quibus tales flexæ datorum parallelorum, ad propoſiti ſitus horologium ſecant horarias linea à meridie; faciam ea, quæ in præmiſſis duobus capitib. feceram. Et primùm pro horologio horizontali, deſcribam lineam meridianam q l i. lineam horæ 6ᵉ s q g. quintæ t q u. quartæ x q z. tertiæ k q y. ſecundæ q o. primæ q æ. & earum ſpacia in æquinoctiali abſciſa per occurſuum puncta b c d e f. vt prius. hæc autem in prima figuratione. In ſecunda verò, vt antea, Meridianã k q i. axem mundi q a p. angulum latitudinis loci a q i. radium æquinoctialem h a i. in



quẽ officio circini tráſferam de prima figuratione ſpacia q i. q b. q c. q d. q e. q f. ipſiſque h a i. æquidiſtantem q g. & protraham per punctum q. rectas vtrinque productas. Deinde faciam angulos s a q. q a l. æquales ſingulos complemẽto declinationis parallelorum propoſitorum,

quos

quos ſecans horizontalis horologij planum facit. hyperbolas contrapoſitas: & producam vltro citroque radios s a n. l a m. Quorum ipſe quidam l a m. ſecet rectas per punctum q. traiectas in punctis l æ o y z u r. at ipſe s a n. æquidiſtans ſupponatur ipſi q o c. & perinde incidere quatuor lineis ſub ipſa q o c. ſcilicet ipſis q y d. q z e. q n f. q r g. in punctis videlicet k x t s. ad diuerſas partes: necnon duabus ipſa q o c. ſuperioribus ſcilicet ipſis q l i. q æ b. vltra æquinoctialem in punctis n ω. Et quoniam radij s a n. l a m. circum axem q a p. ſeruatis angulis, reuoluti deſcribentes conicas ſuperficies, deſcribunt pariter in horologij plano hyperbolarum periferias; videndum eſt, in quibus punctis lineæ horariæ in prima figuratione ſecant eas periferias, eo modo & ſyllogiſmo, quibus in præcedenti & antè præmiſſo cap. vſi ſumus. Transferam enim per circinum de ſecunda figuratione ſpacia q l. q æ. q o. q y. q z. q n. q r. & ex aduerſo ſpacia q s. q t. q x. q k. Itemque vltra lineam æquinoctialem h a i. duo ſpacia q n. q ω. vnumquodque videlicet ſpacium ad ſuam lineam in prima figuratione. Sic enim, cum vnaquæque linearum per punctum q. traiectarum in ſecunda figura ſecet vtrunque radiorum s a n. l a m. excepta linea q o c. quæ ipſi s a n. æquidiſtans ſecat reliquum l a m. tantùm in puncto o; inuenta & ſignata erunt tredecim puncta in prima figuratione, videlicet vndecim citra æquinoctialem linea, quæ ſunt l æ o y z u r. s t x k. & bina vltra eandem, quæ ſunt n ω. Itaque certum eſt propter æqualitatem angulorum & laterum in triangulis ſeruatam, radios circum axem ſeruatis angulis delatos ferri in prima figura per talia puncta, hoc eſt, radium l a m. per puncta l æ o y z u r. & radium s a n. per puncta s t x k. & vltra æquatorem per puncta n ω. immo vtrunque radium peragrare omnia puncta, cum vterque circumferatur per vtráque conicam ſuperficiem. Quam obrem deſcriptarum per tales radios hinc inde ab æquatore citerior incedet quidem per puncta l æ o y z u r. s t x k. vlterior autem per puncta n ω. Verùm productis alijs quinque horarijs lineis per punctũ q. in prima figura, iam periferia l s. ſuſcipiet alia quinque puncta, ad menſuram & diſpoſitionem eorum quinque quæ iam ſignata ſunt in periferia l r. & ipſis t x k. punctis correlatiua ſuſcipiet periferia vltra punctum r. continuata per eandem menſuram in dictis quinque horarijs lineis. Similiter in contrapoſita periferia ſupra punctum n. cadet punctum ipſi ω. correlatiuum. Sic ſignabuntur puncta duo & viginti ſumpta quidem in biſſenis horarijs lineis in prima figura per q. pũctum protracti. Namq; linea q o c. horæ 2ª poſtmer. & eius correlatiua horæ 2ª antemer. ſingulæ in vno tantùm puncto hyperbolæ s l r. coincident: Cæteræ autem lineæ horariæ 10. ſingulæ in binis:

Nam

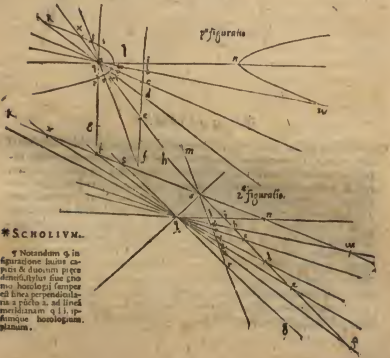
Nam linea q l n. meridiana; & linea horæ primæ q æ i. ſingulæ ſingulas hyperbolas in ſingulis tantùm punctis per 16ᵃ ſecundi conicorum ſecant: ſic habes ſex puncta. Cæteræ octo lineæ horariæ ſecant hyperbolen s l r. ſingulæ in binis punctis, contrapoſitam verò non tangunt, per 33ᵃ ſecundi conicorum: ſic habes puncta 22. Cum igitur linea horaria q o c. eiuſque correlatiua in vno puncto tantùm hyperbolam s l r. ſecet, contrapoſitam non tangens, iam omnino æquidiſtare conuincitur vni Non tangentium in ipſis contrapoſitis, per conuerſam 13ᵃ ſecundi conicorum: ſecus enim aut ſecaret ipſam s l r. hyperbolen in binis punctis, aut per 16ᵃ prædicti, ſecaret hanc & contrapoſitam in ſingulis punctis, quorum neutrum ſupponitur. Sed delineata hyperbola s l r. iam & contrapoſita n ω. omnino ei ſimilis & æqualis facile lineabitur. Quando autem in ſecunda figuratione radiorum s a n. l a m. neuter æquidiſtat alicui linearum per q. punctum tranſmiſſarum: tunc puncta ſectionum ſunt 24ᵒʳ. cum enim tunc ſinguli duo radij ſingulas tranſmiſſas in ſingulis punctis ſecent, fiunt puncta 14. Quare in prima figuratione in totidem punctis lineæ horariæ ſeptem coincident hyperbolis, hoc eſt, ſingulæ in binis: & quinque reliquæ ſingulæ ſimiliter in binis, ſic fiunt alia 10. puncta & vniuerſa 24ᵒʳ. Sed iam licebit hanc totam ſpeculationem de horizontali horologio transferre ad verticale, pro regione latitudinis recti dimidium excedentis; in quo quidem horariæ lineæ ſecantes ſecant contrapoſitas hyperbolas in 24ᵒʳ punctis, in quibus eaſdem tangunt totidem horariæ lineæ tangentes: ſicut iam docuimus & oſtendimus in 4ᵒ cap. huius libelli. Sic & alius conſtabit modus lineas tales tangentes in dicto verticali horologio deſignare. Nam in vnaquaque linea tangente præter punctum, in quo ipſa cum aliqua ſecantium, ſecat æquinoctialem lineam, habes & punctum, in quo tangit hyperbolen, in quo videlicet alia de numero ſecantium ſecat eandem.

Sed pro verticali angulus a q i. qui fuit & horizontali latitudo loci, fiant complementum latitudinis: & in prima figura lineæ horariæ fiant per ſuam Regulam in plano verticalis horol.

SCHOLIVM.

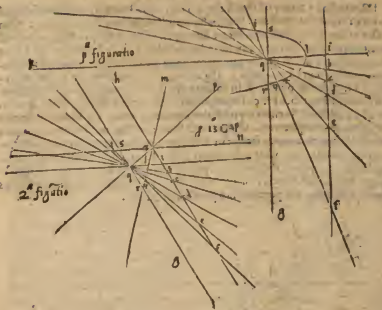
*SCHOLIVM.

Dum radius s a n. æquidiſtat lineæ q o c. in hyperbolen s l r. cadunt ſectionũ puncta 11. in contrapoſita 2. ſicut in figura ad exemplum ſumpta patet. Nam dictus radius non poteſt æquidiſtare lineæ q l i. ſic enim ſectio eſſet parabola. Si autem æquidiſtaret lineæ q x b. ſic in hyperbolen s l r. caderent puncta 12. in contrapoſita vnum. Si verò æquidiſtaret lineæ q y d. tunc in hyperb. s l r. caderent puncta 10. in contrapoſita 3. Quòd ſi æquidiſtaret lineæ q z e. tunc in hyperb. s l r. caderent puncta 9. in contrapoſita 4. Si demum æquidiſtaret lineæ q u f. tunc in hyperb. s l r. caderent puncta 8. in contrapoſita 5. Nam s q r. non poteſt æquidiſtare: ſic enim æquidiſtaret æquatori: omnis verò radius, de quo hic agitur, ſecat æquatorem. Quòd ſi dictus s a n. radius nulli talium linearum æquidiſtaret; tunc omnino faceret in dictis ſeptem lineis totidem puncta ſectionum: ſecaret enim eas omnes, ſicut ſecat radius l a m. vnde puncta tunc ſectionum: eſſent 14. quibus ſi apponas 10. pro quinque lineis horarijs, quæ in deſcriptione omittuntur, fiunt 24^{or}. Et tunc radij non æquidiſtant Nou tangentibus contrapoſitorum, nec pereunt duo puncta ſectionum.



*SCHOLIVM.

¶ Notandum quod in figuratione huius capitis & duorum præcedentium, ſtylus ſiue gnomo horologij ſemper eſt linea perpendicularis a puncto a. ad lineã meridianam q l i. ipſumque horologium planum.

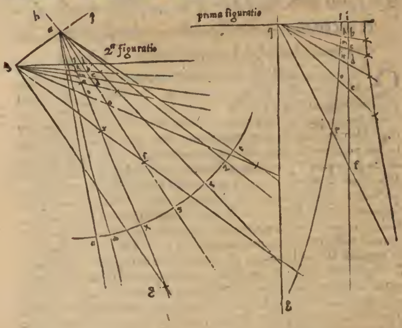


*Scholivm.

Candidiſſime Lector, cum cæteris & hoc velim attendas, quòd in huiuſmodi lineamentis, ſi ſeruentur anguli & ſpacia iuxta præcepti traditionem, interdum alicubi linearum atque angulorum anguſtia vix capit literarum notas: & coincidentiæ linearum non cedunt intra paginæ limites: ſic deſcriptio relinquitur mutilata. Hic verò dum repetens huius & præcedentis cap. lineamenta, permitto mihi latiora ſpacia & incidentias omnes complecti conor intra margines, neglexi menſuras præcepti. tamen demonſtratio & praxis melius intelligitur hic, vbi nihil in lineamento deſideratur. Idem ſæpe accidit in conici Apollonij: difficile adeò eſt tantæ profunditatis ſpeculationibus deſcriptionem oportunam accommodare. Hinc exemplarium Mathematicæ diſciplinæ tanta incorrectio & intelligendi tanta difficultas. Nihil enim eſt quod magis abſterreat lectorem, quàm exemplar mendoſum. Quod ſi his acceſſerit ſcriptoris ignorantia, aut interpretis negligentia, iam nihil integri ſperandum eſt.

De flexis ad parallelos per initia ſignorum Zodiaci incedentes pertinentibus in horizontali, ſeu verticali horologio delineandis. Caput 15.

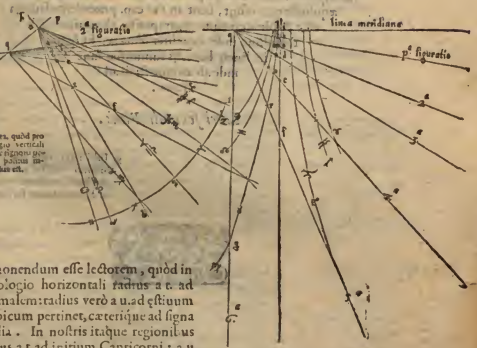
QVAMVIS in 8° cap. huius libelli modum tradiderimus aſcribēdi tam in horiz^{ali}, quàm in verticali horologio zodiaci locos ordinariorum paral^{lis} flexis rńdentes; nondū tn̄ viam expoſuimus deſcribendi flexam paralleli per datum zodiaci locum incedentis: cōuerſo .ſ. problemate, cum de quæſito ſit datum, & de dato quæſitū. Hoc nos in hoc poſtremo huius libelli capite exequemur. Cum itaq; æquinoctialis per æquin^{orum} puncta, quę ſunt Arietis & Librę initia, ſiue Piſciū & Virginis fines, incedēs, faciat in plano horologij lineam rectā æquinoctialem; cogitandum eſt de flexis, quæ fiunt à parallelis per aliorum ſignorum limites ſeu per alia deſtinata zodiaci puncta incedentibus. Sed cum parallelus, omnis, tropicis exceptis, zodiacum ſecet in duob. punctis æqualiter ab æquinoctio remotis; iam flexa, quam conus talis paralleli facit in horologij plano, ad eadem duo puncta ſpectabit. Per ſeptimum itaque huius caput noteſcet propoſiti paralleli declinatio, quare ex vno trium præmiſſorum capitum, flexa per talis paralleli radium deſcripta lineari poterit in ipſo horologij plano. Nam ſi parallelus propoſitus neque tangatur neq; ſecetur à circulo magno cui æquidiſtat horologij planum, flexa per paralleli radios deſcripta, erit ellipſis, & per 12^{a} caput huius, deſcribetur. Si autem parallelus propoſitus tangitur à circulo magno, cui æquidiſtat planū horologij; tunc flexa, vt dictum eſt, facta erit parabole, & per 13^{a} cap. deducetur. Si tandem parallelus ſecatur à circulo dicto: tunc per binos radios ꝯpoſitæ hyperbolæ fient, & per præmiſſum immediatè caput delineabuntur. Adducam tamen exemplum pro tropicis duobus & quatuor per initia mediorum ſignorum parallelis. Sitque in plano mer^{ni} axis mundi q a p. angulus latitudini loci a q i. linea meridiana q i. radius æquinoctialis h a i s. radij tropicorum a t. a u. radij parallelorum per initia ſignorum ab æquinoctialibus proximorum a x. a y. radij per initia ſequentium a z. a ω. ſinguli complectentes cum radio æquinoctiali a s. angulum ſuæ declinationis, per ſeptimū cap. huius, inuentæ. Secetque radius æquinoctialis s. lineam meridianam in puncto i. & cæteri radij hinc inde ſecent eandem in ſenis punctis. hæc autem in 2^{a} figuratione, in quam tranſportatum ſit ſpaciū q i. lineæ meridianę in prima figuratione ſecantis orthogonaliter lineam æquinoctialē i f. quam & reliquæ horariæ quinque lineæ, per 11^{a} lib. p^{i} cap. deſcriptæ ſecent in punctis b c d e f. & cui linea horæ ſextæ q g. æquidiſtet.



Mox & ipſa ſpacia q b. q c. q d. q e. q f. transferam officio circini de prima figura in ſecundam, à puncto q. ad radiũ æquinoctialem a s. ſub eiſdem ſignata notis. Et continuatis à puncto q. per ſignata puncta lineis radios cæteros ſecantibus : atque ipſa q g. æquidiſtante ipſi a s. videbo in quib. punctis continuatæ lineæ ſecent, exempli gratia, radium a x. vtpote linea meridiana ſecet eum in puncto l. & cæteræ per ordinem in punctis k m n o r x g. Et eadem hæc ſpacia q l. q k. q m. q n. q o. q r. q x. q g. transferam per circinum à ſecunda figura in primam per ordinem in meridiana q i. cæteriſque horarijs lineis, ſignando totidem ſub ijſdem notis puncta: Nam propter ſeruatam in triangulis angulorum & laterum æqualitatem, fit, vt radius a x. motu primo ſub eodem ſemper declinationis angulo circumductus ac deſcribens in prima figuratione hyperbolen, abſcindat eadem ſpacia de lineis horarijs à puncto q. recepta, quæ radius a x. de meridiana a i. cæteriſque continuatis ab ipſo q. puncto amputat. Quare certum erit deſcriptam hyperbolen per talem radium in plano horologij ferri per puncta l k m n o r g. in prima figura : & per eadem

puncta

puncta talem periferiam delineari poſſe: Similiter & cæterorum radiorum flexæ deſcribentur ſingillatim. Vnde flexa, quam deſcribet radius a y. erit contrapoſita ipſi l r g. periferiæ, propter parem & diuerſam declinationem: Nec ſecus hyperbolæ duæ per radios a z. a ω. deſcriptæ, contrapoſitæ erunt inuicem. Nec minus, quæ per a t. a u. tropicorum radios maximarum zodiaci declinationum depingentur. Sicut autem deſcribimus periferiam l r g. citra meridianam q l. per puncta in cæteris horarijs lineis ſignata; ita & vltra eandem reliquum periferiæ brachium continuabimus per cæteras horarum lineas ad eadem ſpacia ſimilemque penitus diſpoſitionem: quandoquidem meridiana ipſa, eſt axis ſeu principalis hyperbolarũ diameter ſimilia vtrinque brachia periferiarum diſterminans. Et idem faciemus in reliquorum radiorum periferijs deſcribendis. Nec arbitror



¶ Nota, quòd pro horologio verticali no, hoc ſignorum gra- do hic poſitus in- [illegible] eſt.

admonendum eſſe lectorem, quòd in horologio horizontali radius a t. ad hyemalem: radius verò a u. ad æſtiuum tropicum pertinet, cæterique ad ſigna media. In noſtris itaque regionibus radius a t. ad initium Capricorni: a u autem ad initium Cancri: a x. ad initia Tauri ac Virginis: a y. ad initia Piſcium ac Scorpij a z. ad initia Aquarij ac Sagittarij a ω. ad initia Geminorum & Leonis ſpectabunt: a s. autem æquinoctialis ad initia Arietis ac Libræ. bina enĩ quæq; hmôi initia locãtur in vno parallelo.

 ¶Quod

¶ Quod ſi flexas ad talia ſignorum initia ſpectantes velim in plano verticalis horologij protrahere, faciam in ſecunda figuratione angulum a q i. parem complemento latitudinis loci : & in prima figura diſtinguam linearum ſpacia vti ad verticalem circulum ſpectat. per 11ª præmiſſi. Præterea radiorum officia commutabuntur. Nam a t. pertinebit ad æſtiuum : & a u. ad brumalem tropicum, & ſequentes radij ad ſequentia, vt ordo poſtulat, ſignorum initia. Sic itaque æquinoctialis linea l f. habebit hinc ternas & inde totidem flexas lineas, in quibus vmbrarum deſinentiæ deferentur Sole in ipſis, quorum ſunt flexæ, parallelis conſtituto. Stylus autem in horologio vtroque ſemper erit perpendicularis à puncto a. ad lineam meridianam q i.

¶ Pro horologio autem horizontis recti, & pro omni horologio meridiano, radius æquinoctialis h a i. perpendicularis ponetur ad lineam meridianam l i. & axis q a p. eidem æquidiſtans. & lineæ horariæ æquidiſtantes erunt, ſicut in 11° cap. præcedente factum eſt : & binæ quæque contrapoſitæ ab æquinoctiali recta hinc inde æqualiter ſemotæ. Et ſpacia in lineis horarijs ſumuntur hinc inde ab æquinoctiali ad flexas.

Libri ſecundi Finis.

9. Iulij 1553. cùm iam Caſtellobono fuiſſet nunciatum claſſem Turcorum appuliſſe in Mamertinum fretum.

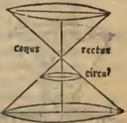
FRANCISCI

FRANCISCI MAVROLYCI, ABBATIS MESSANENSIS. DE LINEIS HORARIIS, LIBER TERTIVS.

Ad Ioannem Vegam, Siciliæ Proregem.

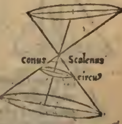
PRÆFATIO.

OMnis *ſerè in aſſumpto negocio difficultas conſtitit in flexarum linearum notitia : qui locus tam neglectus eſt ab ijs, qui de gnomonica ratione conſcripſerunt hactenus, quàm conicorum doctrina fuit incognita. Nos autem, quibus decretum eſt ea, quæ ab alijs omiſſa ſunt, tractare, & quæ ad rei ſpeculationem magis faciunt, id præcipuè curauimus explicandum. Quoniam igitur in ſuperioribus libellis vix ſpecies flexarum, vix pauca circa earum axes, ac delineationes tetigerimus, lineis tantùm horarijs deſcribendis intentis; in hoc poſtremo libello percurremus aliqua circa conicarum ſectionum diametros, ac proprietates, & contactus, necnon circa contrapoſitarum Non tangentes. vt ſi quid remanſit obſcurum, hic apertius noteſcat. Perſtringemus igitur aliqua ex Apollonio noſtro partim decerpta, partim per nos demonſtrata : vt quàm facillime fieri poterit, flexarum huiuſmodi diffinitiones, accidentia & proprietates præcipuæ aperiantur : ab ipſis diffinitionum elementis exordium capientes.*



DIFFINITIONES & Elementa.

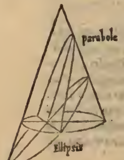
Si itaque à puncto extra circuli planum fixo, recta linea vtrouerſus in infinitum producta per ipſius circuli periferiam totam circumducatur : deſcripta per lineam circumductam ſuperficies, conica ſuperficies vocabitur vtrinque à puncto ſumpta in infinitum, habens vtraque vnum verticem, quod eſt punctum ipſum fixum. Conus autem erit ſub circulo, & conica ſuperficie comprehenſum ſolidum. Conicæ baſis erit circulus : & vertex, qui & conicæ ſuperficiei vertex. axis vero recta, quæ per verticem baſisq; centrū traycitur. Rectus conus eſt, cuius axis ad baſim perpēdicularis eſt.

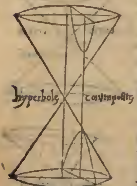


Scalenus uerò conus, cuius axis obliquus eſt ad baſim, plano autem conum per uerticem ſecante, ſectio facta triangulum eſt, ſub duobus lateribus conicis & baſis diametro ſeu chorda contentum, per tertiam primi Conicorũ.



Plano item baſi æquidiſtante conum ſecãte, ſectio circulus erit, per quartam prędicti. Si conus ſcalenus plano per axẽ recto ad baſim ſecetur, ſectio erit, ut dictũ eſt, triãgulum: cui ſi ſuperueniat planum orthogonaliter ſimile ſed ſub contrariæ poſitum triãgulũ abſcindens, facta in cono per ſuperueniens planum ſectio, circulus erit, per quintã primi conicorum. Triangulum itaque per axem in cono recto, ſemper rectum eſt ad baſim: In Scaleno autem non ſemper. Baſis autem talis triãguli ſemper eſt diameter circuli, qui baſis eſt coni. Qñ ergo planum dicto triangulo ita ſuperuenit, ut ſectionẽ in plano dicti circuli faciat perpendicularẽ ad dictam ipſius circuli diametrum, nec ſubcõtrarium auferat triangulum; tunc faciet in cono unã ex tribus flexis, ſcilicet parabolen, ſi communis ſectio eius cum triangulo æquidiſtet uni laterum trianguli: ellipſim autem, ſi ſectio dicta coincidat utrique laterum. Hyperbolen uerò, ſi ſectio ipſa nec æquidiſtet, nec coincidat lateribus: Taliſq; ſectio erit diameter flexæ ĩ cono factę ipſius. ſ. paraboles, ellipſis, uel hyperboles, ſecãs per æqualia omnẽ lineam, quæ chorda eſt flexæ; æquidiſtãtem communi ſectioni ſuperueniẽtis plani cum circulo. Tales autem chordæ ſic à diametro per medium diuiſæ dicũtur Ordinatæ ſiue ſtructim actæ. & qñ triangulũ per axim orthogonaliter inſtat baſi conico, quod in cono recto ſemper fit, qñq; verò in Scaleno; tunc diameter flexæ ſecat ordinatas ad rectos angulos, & dr̃ axis ipſius flexę. Qñ verò triãgulũ per axim inclinatur ad baſim conicum, quod in Scaleno cono accidit, diameter obliquè ſecat per medium ordinatas, nec dr̃ axis. Extremum axis ſeu diametrĩ, dici ſolet vertex flexę: flexa autem ipſa ſiue parabole, ſiue ellipſis, ſiue ſit hyperbole, dici ſolet conica ſectio: qñquidem fit à plano conum ſecante. Quando itẽ planum triãgulo per axim dicto modo ſuperueniẽs, neutri laterum trianguli æquidiſtans, & alterum tm̃ ſecans hyperbolen facit in cono: ſecabit & contrapoſitum conum faciens ſimilem & æqualem dictæ hyperbolen: quæ quidem dicentur contrapoſitæ communem diametrum habentes centrumq;. Coniugãti axes, ſiue coniugatæ diametri in ellipſi ſeu in contrapoſitis dicuntur, quarum utraque reliquam, eiusq; parallelos ordinatas intra periferiam receptas ſingulas per æqua diuidit, ſiue orthogonaliter,

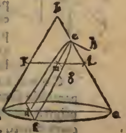




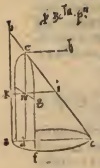
naliter, ſi ſint axes, ſiue obliquè, ſi tantum diametri appellantur. Quod autem diameter ſectionis conicæ ſingulas ſuas ordinatas per medium partiatur; oſtenditur in ſeptima primi conicorum, in genere, ſpeciatim uerò in alijs propoſitionibus. Hæc eſt ſumma eorum, quæ tractantur in conicis. Nunc de diametris & deſcriptionibus ſingularum flexarum nonnulla exponemus.

De Paraboles diametris, & lineatione. Cap. 1.

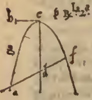
VT ſectionem conicam, ſeu flexam, quæ Parabole dicitur, eiuſq; diametros intelligamus; eſto conus a b c. cuius baſis a c. vertex b. triangulum per axē a b c. Et à quolibet puncto diametri a c. vtpote d. excitetur ipſi a c. perpendicularis d f. & vni laterum Δ^{li} vtpote ipſi a b. æquidiſtans, & reliquo incidēs recta d e. & producatur planum, in quo f d e. lineæ faciēs in cono ſectionem ſeu flexam e g f. quæ per 11 primi conicorum parabole vocabitur. ſiue rectus ſit conus a b c. ſiue ſcalenus, & eius diameter tranſverſa erit d e. ſectio communis plani ſecātis & Δ^{li} per axim, quæ diameter ſecat per medium ipſam f d. vſq; ad oppoſitas coni partes continuatā & omnem ei æquidiſtantem, quę ordinatæ ſeu ſtructim actæ dicuntur: ſecat, inquam, orthogonaliter, & axis vocatur, ſi conus a b c. rectus eſt, aut ſi Scalenus & $\Delta^{lū}$ a b c. rectū ſuper a f c. planitiem ſiſtitur: ſecat verò oblique, ſi dictū $\Delta^{lū}$ inclinatur dictæ circuli planitiei: & tūc nō dicitur axis, ſed ſimplex diameter. Et ſolet dici trāſuerſa diameter ad differētiā rectę diametri, q̄ ſic inuenit. Reg. 1.
Sit per doctrinam 5ª Regulæ ſexti cap. præmiſſi libri, ſicut e d — d c. ſic d a — e g h. Dico iam, quòd e g. erit recta diametros parabolæ e g f. Oīs enim ordinata poterit ▭^{lū} ſub tranſverſa & recta comprehēſum. Nā f d. ordinata eſt, & poteſt per 8ª ſexti ▭. a d, d c. Ergo per 15ª ſexti & ▭. d e. e h. hoc eſt, ſub tranſuerſa & recta contentum. Aſſumatur & contingens pūctum g. in periferia parabolæ, & ordinata ducatur g m. hoc eſt, ipſi f d. æquidiſtans. & per punctum m. ipſi a c. æquidiſtans k m l. facietque planum in quo k l. m g. in cono circulū per 4ª primi conicorum: Eritq; ſicut e d — d c. ſic e m — m l. Quare, ſicut e m — m l. ſic & a d. vel k m — e h. Sed m g. poteſt ▭ k m l. quando circulus eſt k g l. Ergo poteſt & ▭. e m. e h. per 15ª ſexti. Similiter oſtendemus, quòd omnis ordinata in parabola poterit ▭^{lū} contentum ſub recepta ex diametro tranſverſa ad verticem, & ſub e h. & ideo, quòd e h. eſt recta diameter parabolæ.



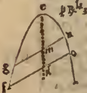
Coroll.



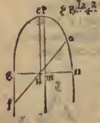
Coroll. Hinc ſequitur ex prima ſexti, quòd ordinatarum potentiæ ſunt receptis ad verticem diametris proportionales : hoc eſt, ſicut □. f d — □. g m. ſic e d — d h. quod in 20ª primi oſtendit Apollonius. Hæc autem rectæ diametro paraboles inuentio eſt multo facilior & breuior demonſtratu, quàm ea quæ ponitur in 11ª primi conicorum.



Regvla 2ª. Proponatur & in plano parabola fg e. circa transverſam diametrum e d. & ordinatam f d. Eſt autem ordinata, quam diameter vtrinque periferiæ applicatam per medium partitur. Volo eius rectam diametrum inuenire: faciam per 4ª Regulam ſexti cap. in præmiſſo lib. ipſis e d. d f tertiam proportionalem e h. Sic enim f d. ordinata poterit ▭. d e. e h. & perinde e h. omnino recta diameter eſt, quæ quæritur.



Regvla 3ª. Quod ſi data ſit parabolæ f g e. ſeu circuli, ſeu cuiuſlibet alterius conicæ ſectionis periferia nuda ſine centro ac diametris: & velim aliquam in ea diametrum inuenire; ducam in tali ſectione duas æquidiſtantes rectas vtrinque periferiæ applicatas f o. g n. quas ſingulas per æqualia ſecabo in punctis d m. Et agam per ea puncta rectam d m e. ipſa namque erit tranſverſa diameter ſectionis: & ad eam ordinatæ ſunt ipſæ g n. f o. & omnes aliæ illis æquidiſtantes. & hæc eſt 44ª ſecundi conicorum.

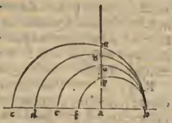


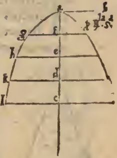
Regvla 4ª. Detur & parabole f g e. Volo eius axem deſcribere. Inueniam per præcedentem Regulam aliquam eius diametrum, quæ ſit e d. diuidens per medium ordinatam f d o. Si itaque diameter e d. ad rectos angulos ſecet ordinatam f d o. iam per diffinitionem, axis eſt e d. Secus verò per punctum d. agam ipſi e d. perpendicularem g d n. vtrinque periferiæ applicatam, eamque per æqua diuidam in puncto m. ipſique perpendicularem excitabo m p. quæ per differentiam erit axis parabolæ. & hæc eſt propoſitio quadrageſimaſexta ſecundi conicorum.

Corollarium. Vnde patet, quòd axis & omnes diametri parabolæ ſunt æquidiſtantes, ſicut oſtenditur in quadrageſimaſexta primi conicorum. Et perinde, ſola parabola inter flexarum ſpecies, caret centro.

REGVLA 5ª. Ex datis denique paraboles diametris duntaxat poſſum delineare periferiam : vt exempli gratia, ſit recta diametros parabolæ a b. Axis verò, ſeu diametros a c. volo circa diametrum a c. lineare parabolen, cuius recta diametros ſit a b.

Ponam in rectam vnam vtranque c a. a b. & ſecta a c. per ſextum cap. præmiſſi libri, in aliquot æquas portiones, vtpura quatuor in puncti d e f. deſcribam ſuper b c. b d. b f. diametros ſingulas ſingulos ſemicirculos b m c. b m d. b o e. b p f. Deinde à puncto a. excitabo ad rectos ipſi b c. lineam a m. ſecans periferias in punctis m n o p. In axe autem ſeu diametro parabolæ a c. vt dictum eſt diuiſa in punctis





d e f. ducam ordinatas l c. ipſi a m. æqualem d k. ipſi a n. æqualem: e h. ipſi a o. æqualem. & f g. ipſi a p. æqualem ; ſingulas ad aliam partem vltra diametrum a c. tantundem productas. Nam delineanda periferia parabolæ ibit per a g h k l. puncta & eorum correlatiua vltima diametrum. Quæ puncta quò plura fuerint, eò certius delineabo per ea ductam periferiam leni flexu & anguloſæ fracturæ expertem. Cuius operationis demonſtratio eſt, quòd in ſemicirculis, rectæ a m. a n. a o. a p. ſingulæ poſſunt ſingula rectangula, quæ poſſunt ſingulæ ordinatæ c l. d k. e h. f g. in parabola, quibus ſunt æquales ſingulæ ſingulis.

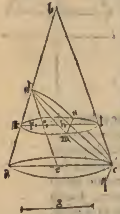
COROLL. Vnde manifeſtum eſt, quòd in delineatione parabolæ ſemicirculi, ex quibus ordinatæ eliciuntur, ſeſe contingunt apud extremum rectæ diametri. Habes itaque & hunc modum lineandi parabolen in horologijs.

De Ellipſeos diametris & lineatione. Caput 2.

QVo autem pacto conica ſectio, quæ vocatur Ellipſis, fiat in cono, ſic accipe. Eſto, ſicut in præcedenti, conus a b c. cuius baſis a c. vertex b. Δ^{lu} per axem a b c. Ducatur linea vtrique laterum Δ^{li} coincidens c d. ſitque recta c q. ipſi c a. perpendicularis : Mox planum, in quo c d q. ſecet conum : eritque per 13ª ſecundi conicorum,

facta

facta in cono ſectio ellipſis, cuius diameter c d. qua per medium ſecta in puncto h. erit h. centrũ ipſius: & ſecunda diametros m h n. vtrinq; ad conicam ſuperficiem incidens. Intelligatur autem c d. non abſcindere de Δ^{lo} a b c. ſub contrarium $\Delta^{lũ}$, quando conus eſt ſcalenus & perinde $\Delta^{lũ}$ non iſoſceles: Nam tunc facta in cono ſectio per planum d c q. eſſet circulus per 5^{a} primi conicorum. Quando itaque conus a b c. rectus eſt. aut ſcalenus & $\Delta^{lũ}$, a b c. rectum ad baſim coni: tunc c d. diameter orthogonaliter ſecat ſecundam diametrum m h n. & omnem ei æquidiſtantem per ęqualia ſecans; & dicitur axis primus, & m n. axis ſecũdus. Quando verò conus a b c. ſcalenus eſt & $\Delta^{lũ}$ a b c. inclinatur ad planitiẽ baſis conicæ; tunc c d. diameter obliquè ſecat 2^{a} diam. m n. & omnes æqdiſtãtes, quæ ordinatæ dicuntur per æqua; nec vocatur axis.

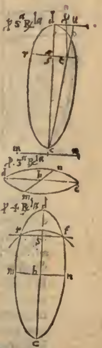


pro prima Reg.

Regvla 1^{a}. Volo igitur ex c d. prima diametro elicere ſecundam: Ducam ipſi b c. æquidiſtantem d e. occurrentemq; baſi apud e. & inter ipſas a c. c e. per 2ª Regulam ſexti ca. in præmiſſo lib. ponam mediam proportionalem c f. Dico, quòd c f. erit ſecunda diametros ellipſis d m c. videlicet ipſi m n. æqualis. Quod ſic oſtendam. Agam per punctum h. rectam k h l. ipſi a c. æquidiſtantem. Nam ſic planum, in quo ſunt rectæ k l. m n. erit æquidiſtans circulo a c. quandoquidem k l. ipſi a c. & m n. ipſi c h. quia ordinata, æquidiſtant: & faciet per 4^{a} primi conicorum, circulum in cono k m l. Cumque angulus k h m. ſit rectus, æqualis ſcilicet ipſi a c q. angulo iam per 8ª ſexti Eucl. m h. erit media proportionalis inter k h. h l. Quare & m n. dupla ipſius m h. media proportionalis erit inter duplas ipſarum k h. h l. Dupla autem ipſius k h. eſt ipſa a c. (quandoquidem c d. dupla eſt ipſius d h. Dupla verò ipſius o h. hoc eſt ipſius h l. (ſunt enim æquales o h. h l. propter $\Delta\Delta^{la}$ h d o. h c l. Inuicem æquilatera) eſt ipſa e c. Igitur m n. erit media proportionalis inter a c. c e. Sed inter a c. c e. media proportionalis fuit c f. Ergo c f. æqualis ipſi m n. Quod fuit demonſtrandũ. His peractis, ſicut eſt d c—c f. ſic ſit, per 4ª Regulã dicti ſexti cap. c f—g. quæ erit recta diameter ad tranſverſam c d. Cum 2ª poſſit ſpeciem primæ, per Coroll. 13^{x} primi conicor. Species enim eſt ▭^{lũ} ſub tranſverſa, rectaq; diametris contentum. Potuiſſem & inter ipſas o h. h k. ſumere mediam proportionalem h p. quæ iam æqualis eſſet ipſi m h. quippe quæ media proportionalis eſt inter ipſas k h. h l. hoc eſt inter ipſas k h. h o. cùm h o. h l. ſint æquales: & ſic habuiſſem ſemidiametrum ſecundam h p. cum faciliori demonſtratione.

Regvla

Regvla 2ª. Proponatur nunc & in plano ellipſis c r d. circa tranſverſam diametrum c d. & ordinatam quandam r s. Volo talis Ellipſeos ſecundam diametrum & rectam comperire. Subiūgam per 4ª Regulam ſexti capitis in præmiſſo lib. ipſis d s. s r. tertiam in proportione continua s t. atque ita r s. poterit ▭. d s. s t. Ducam ergo c t. lineam, quæ apud u. punctum occurrat ipſi d u. perpendicularis ſuper c d. Dico itaque, quòd d u. erit recta diametros ad tranſverſam c d. Ducatur enim ipſi d s. æquidiſtans t x. Eritq; ſpecies t x u. ſimilis ſpeciei c d u. quæ vocatur ſpecies ſectionis. Igitur r s. ordinata poteſt ▭. s x. applicatum ad s d. receptam ex diametro ad verticem deficiens à ▭. s d u. in ſpecie t x u. ſimili ſpeciei c d u. Quare, per 13ª primi conicorum d u. Recta diameter eſt, ad quam poſſunt ordinatæ. Deinde, per 5ª Regulam ſexti cap. prædicti, ponam inter c d. d u. mediam proportionalem m n. Igitur m n. poterit ▭. c d u. ſpeciem ſcilicet primæ diametri, & perinde per coroll. 13ª prædictæ erit ſecunda diametros Ellipſis propoſitæ r d. quod fuit faciendum.



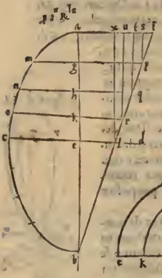
Regvla 3ª. Offeratur & Ellipſis c d. abſque diametris & centro: volo ipſius centrum reperire: Protraham in ea, per 3ª R.ᵐ præcedentis cap. duas diametros c d. m n. ſe inuicem ſuper h. puncto ſecātes: Eritq; h. punctū cētrum quæſitum. & hæc eſt propoſitio 45ª ſecundi conicorum.

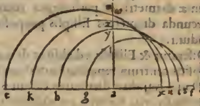
Regvla 4ª. Item exponatur Ellipſis c d. Volo eius axem inuenire primum ac ſecūdum Primò inueniam eius centrum, quod ſit h. & ſuper h. centro deſcribam circulū, qui ſecet ellipticam periferiam in punctis r t. Et poſt hæc ducam chordam r t. quam per æqualia ſecabo in puncto s. & per puncta h s. continuabo lineam vtrinque periferiæ coincidentem c h s d. quæ axis erit quæſitus: quandoquidem diameter exiſtens chordam r t. per æqualia & ad rectos partitur. & hæc eſt propoſitio 47ª ſecundi conicorum. Quæ Regula etiam per hyperbolæ ſeruiet. Secta demum c d. per æqualia in puncto h. ipſum erit ſectionis centrum: per quod incedet ſecundus axis m n. ad primum orthogonalis.

Regvla 5ª. Proponantur etiam mihi tranſverſa diametros ellipſis a b. recta verò a f. Volo delineare Ellipſim, cuius dantur a b. a f. diametri. Eſto centrum ellipſeos e. in quo ſecant ſe inuicem axes ſiue diametri a b. c d. Extendanturque in rectum e a. a f. Sitque f x. dimidiū ipſius a f. Et a e. ſecetur in quotlibet partes, vtputa quatuor æquales in punctis g h k. & in totidem ſecetur f x. in punctis s t u.

His

His peractis, ſuper e x. k u. h t. g s. diametros ſingulas ſinguli ſemicirculi deſcribantur e ω x. k z u. h y t. g i s. Et à puncto a. ipſi e f. perpendicularis excitetur a ω. ſecans periferias in punctis ω z y i. In ſemidiametro autem Ellipſis, à punctis g h k e. educantur diametro perpẽdiculares ſiue ordinatæ g m. h n. k o. e c. ſingulæ ipſis a i. a y. a z. a ω. ſingulis æquales. Et per puncta a m n o c. delinetur flexa necubi angularem fracturam admittens: quæ tanto certior delineabitur, quo plures diuiſiones crebriora fecerint puncta. Et ad eandem dimenſionem cæteri tres quadrantes Ellipſeos a c b d. abſoluãtur vtrinque ab axe a b. ſiue diametro traiectis vtrinq; à punctis ſectionum æqualibus lineis. Cuius operationis demonſtratio eſt; quòd in ſemicirculis lineæ a i. a y. a z. a ω. ſingulæ, poſſunt rectangula, quæ in deſcriptione ellipſis poſſunt g m. h n. k o.





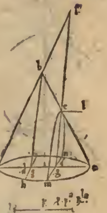
e c. ſingulæ ordinatæ. Quarum quidem vnaquæque poteſt rectãgulã ſuperficiem receptæ ex diametro ad verticem applicatam ipſi rectæ a f. & deficientem ſpecie ſimili ſpeciei ſub b a. f. diametris contentæ. Quamobrem, per 13ᵃ primi conicorum delineata periferia a c b d. Ellipſis erit, cuius diameter tranſuerſa b a. recta verò a f. quòd erat faciẽdum. Quod autem a ω. ſit maior, quàm a z. & hæc maior, quàm a y. & hæc maior, quàm a i. patet in deſcriptione ellipſis ex rectangulis, quæ poſſunt. COROLL. Vnde manifeſtum eſt, quòd in delineatione Ellipſeos, ſemicirculi, ex quibus eliciuntur ordinatæ, ſunt inæquales, & habent diuerſa centra: & vnuſquiſq; eorum ſecat reliquos vniuerſos. Et maiores circuli cadunt ad partes maioris ſemidiametri quorſum ſcilicet maiora ſpacia. COROL. Hinc ergo rurſus habes modum lineandi Ellipſim in horologijs.



De Hy-

De Hyperboles diametris & lineatione.
Caput 3.

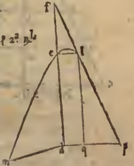
VENIAMVS nunc ad Hyperbolen,& in primis coni ſectionem ad eam flexam generandam accommodemus: vt inde diametros eius eliciamus. Eſto, ſicut prius, conus a b c. cuius baſis a c. circulus. vertex b. △lū per axim a b c. cuius & plani ſecantis cõis ſectio ſit recta d e. occurrens lateri a b. producto ad punctum f. Item dm. intelligatur in baſi conica ipſi a c. perpenris ita vt planum ſecãs ſit, in quo ſunt rectæ m d. d e. & facta ſectio in cono ſit m e n. hyperbole ſcilicet, cuius trãſuerſa diameter erit e f. & qñ conus a b c. rectus eſt: aut ſi ſcalenus, △lū a b c. orthogonalr imminet baſi conicoꝛ tũc d f. diameter ſecãs m. n. & omnem aliam ordinatam ipſi æquidiſtãtem in ſectione per æqualia, ſecat orthogonaliter. Qñ autem conus a b c. Scalenus eſt, & △lū a b c. inclinatur ad baſim: tunc d f. diameter non ad rectos ſecat ipſam m n. & alias ordinatas: Et cum ſecat orthogonaliter, dicitur axis. ſecus verò ſimpliciter diameter.



REGVLA 1ª. In primis ergo volo ex e f. diametro tranſverſa hyperboles m e n. inuenire rectã eius diametrũ hoc pacto: Ducam ipſi d e. æquidiſtantem b g. & à pũcto g. ipſi a c. perpẽdicularẽ g h. quæ media proportionalis erit inter a g. g c. Deinde ipſis b g. g h. p 4ª ꝶli ſexti præcedẽti lib. ſubiũgam in proportione cõtinua lineã k. Et per 5ª ꝶli eiuſdem capitis, ſicut eſt b g—k. ſic ſit f e—e l. Eritq; per 12ª primi conicorum e l. recta diametros hyperboles m e n. quæſita.

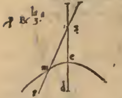
REG. 2ª. Proponatur & in plano, hyperbole quædam m e. cuius diameter trãſverſa f e d. & ordinata m d. Volo hinc rectã eius diametrũ elicere. Subiũgã per 4ª ꝶli ſexti cap. ĩ præmiſſo lib. ipſis e d. d m. tertiam proportionalem d p. atque ita m d. poterit ▭. e d. d p. Mox per puncta f p. traijciam rectam, quæ occurrat ipſi e l. ad pũctum l. ipſi, inquã, e l. ad rectos excitatæ ad ipſam f d. & cõpleatur rectangulum e d q l. Erit enim e l. Recta diametros ad tranſuerſam f e. quæ quærebatur. Nãq; m d. ordinata poteſt ▭lū e d p. ſub recepta ex tranſuerſa ad verticẽ applicatũ ipſi e l. & excedens ſpecie l q p. ſimili ſpeciei f e l. quæ ſpecies ẽ ſectionis ſub diametris ɔtẽta. Itaq; e l. ẽ recta diametros ad q̃ poſsũt ordinatæ, p 12ª pⁱ conicoꝝ, in ꝑpᵘ hypbola m e. tã ſi f e d. ſit axis, q̃ ſi ſimplex diam.

ſ 2ª ꝶli

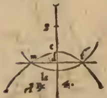


REGV-

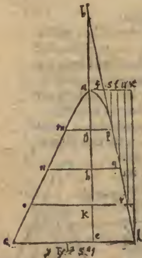
Regula 3ª. Exponatur item hyperbole m e. abſque diametris & centro. volo eius centrum inuenire. per tertiam Regulam antepræmiſſi capiti, ducam in hyperbola m e. duas diametros r m. d e. quæ productæ ſe inuicem ſecent in puncto s. eritq́; s. centrum hyperboles. ſicut in 45ª ſecundi docet Apollonius. Nam cùm parabole centri expers ſit habens diametros æquidiſtantes. Ellipſis intra periferiæ ambitum: hyperbole verò extra centrum ſortitur. Per illud enim incedenres diametri ordinatas ſingulas per medium partiuntur.

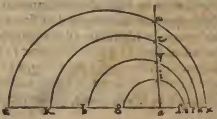


Regula 4ª. Eſto & hyperbole m e. iubeor eius axim reperire. Inueniam primò, ex præmiſſa Regula, eius centrum: quod ſit s. ſuper quod deſcribam circulum, qui ſecet periferiam hyperbolem in duobus punctis m r. Et ducam chordam m t. quæ ſecetur per æqualia in puncto d. Sic enim s d. recta, ſecás talem chordam orthogonaliter ac per medium, erit axis hyperboles m e. per 47ª ſecundi conicorum.



Regula 5ª. Eſto denique hyperboles cuiuſpiam tranſverſa diametros a b. Recta verò a f. Volo delineare hyperbolen talem. Capiam ex axe, ſiue diametro partem, vtputa a e. cui in rectum applico ipſam a f. Sitq́ue, per 5ª Regulam ſexti ca. in præmiſſo libro ſicut b a — a f. ſic a e — f x. Vnde, ſi b a. a e. fuerint æquales, erunt & a f. f x. æquales inuicem. Et continuabo in rectum ipſi a f. ipſam f x. Deinde ſecabo in aliquot partes æquales ipſam a e. vt puta quatuor in punctis g h k. & in totidem partiar ipſam f x. in punctis s t u. Poſt hæc ſuper e x. k u. h t. g s. diametros ſingulas deſcribam ſingulos ſemicirculos e ω z. k z u. h y t. g i s. & à puncto a. excitabo ipſi e x. perpendicularem ſecantem periferias in punctis ω z y i.





In diametro autẽ hypboles à punctis k h k e. educam diametro perpen ſiue.

ſiue ordinatas g m. h n. k o. e c. ſingulas ipſis a i. a y. a z. a ω. ſingulis æquales. Et per puncta a m n o c. ducam molli flexu ac iuxta ſignatorum punctorum tenorem curuatam periferiam, quæ erit ipſius hyperboles iam delineandæ circumferentia, eò quidem certior, quò crebriora puncta exhibuerit in principio facta diuiſio. Et ſimiliter, à punctis g h k e, protenſis vlterius æqualibus ſpacijs, lineabo reliquum periferiæ. Cuius operationis demonſtratio eſt, quòd in ſemicirculis, lineæ a i. a y. a z. a ω. ſingulæ poſſunt rectangula, quæ in deſcriptione hyperboles poſſunt ipſæ g m. h n. k o. e c. ſingulæ ordinatæ: quarum quidem vnaquæque poteſt rectangulam ſuperficiem ſub recepta ex diametro ad verticem. & ad rectam a f. excedentem ſpecie ſimili ſpeciei ſub b a f. diametris contentæ. Quamobrem, per 12. primi conicorum, delineata periferia a m n o c. erit hyperbole, cuius diameter tranſuerſa b a. recta verò a f. quod fuit faciendum. Corol. Vnde manifeſtum eſt, quòd in delineatione hyperboles, ſemicirculi, qui abſcindunt ordinatas, minimè ſe contingunt, et habent diuerſa centra: quando diametri tranſuerſa et recta ſunt inæquales. Concentrici verò, ſunt ſemicirculi, quando dictæ diametri ſunt æquales. Coroll. Et hinc ſumis alium modum lineandi hyperbolen, aut contrapoſitas. Nam poſtquàm delineauero hyperbolen c m a. ex datis eius diametris b a. a f. ſic & eius contrapoſitam, cuius periferia tranſit per punctum b. delineabo: Habent enim contrapoſitæ hyperbolæ communes diametros: commune centrum, quod tranſuerſam diametrum a b. per medium diuidit: & perinde ſunt ſimiles & æquales.

De tangentibus atque ſecantibus conicas ſectiones. Cap. 4.

OMNIS recta linea tangens conicam ſectionem apud extremum diametri, ordinata eſt ad talem diametrum. Et omnis linea ad extremum diametri ordinatè applicata apud dictum extremũ tangit ſectionem. hæc eſt 17ª primi conicorum. II. Oīs linea tangēti ſectionē lineæ æquidiſtans per punctum intra ſectionem, vtrinq; coincidit ſectioni. 18ª primi. III. Omnis linea tangēs Parabolen, aut hyperbolen, coincidet diametro. 24ª primi. IIII. Omnis linea tangēs ellipſim intra duas diametros, coincidet vtriq; diametro 25ª. primi. diametros intel lige coniugatas. Quòd ſi tangat in extremo vnius diametrorum, æquidiſtans erit reliquæ diametro, quia ordinata ad illam diametrum. V. Omnis linea æquidiſtans diametro Paraboles, aut hyperboles, in vno tantùm puncto coincidet ſectioni. 26. primi. VI. Omnis linea ſecans diametrum Parabolæ, vtrinque coincidet ſectioni. 27ª primi.

VII. Omnis linea ducta per centrum contrapoſitarum, ad vtrãlibet periferiam, ſecat vtranque ſectionem: quia communis diameter. 29ª primi. VIII. Omnis linea æquidiſtans alteri Non tangentium in contrapoſitis, coincidit vni contrapoſitarum ad vnum ſolum punctum 13ª ſecundi. Quòd ſi linea neutri Non tangentium æquidiſtet, aut coincidet contrapoſitis ſingulis in ſingulis tantùm punctis, per 16ª ſecundi: aut coincidet vtrinque vni contrapoſitarum, reliquam non attingens, per 33ª eiuſdem. IX. & in parabola, ſicut eſt $\square^{ti}$ ordinatæ ad $\square^{ti}$ ſub recepta ex diametro ad verticem contentum; ſic eſt recta ipſa ad receptam prædictam. Quod quidem ex 20^{a} primi conicorum ſequitur facillimè. X. In hyperbole, aut ellipſi, & circulo, ſicut eſt $\square^{ti}$ ordinatæ ad $\sqsubset$ ſub receptis ab ordinata ad extremitates diametri contentum; ſic eſt tranſuerſa diameter ad rectam: Vnde & $\square\square^{ta}$ ordinatarum ſunt talibus $\sqsubset\sqsubset^{lis}$ proportionalia. quod quidem demonſtratur in 21^{a} prædicti. ¶ Nunc præmittemus duo lemmata demonſtrationibus circa ſectionum contactus ponendis neceſſaria.

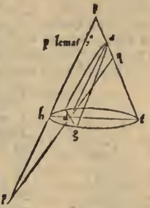
Primum lemma. Quorum primum eſt hoc: Puncto intra lineas coincidentes ſignato, poſſibile eſt per punctum ipſum ita lineam ducere in occurſum coincidentium, vt in puncto tali per æqualia ſecetur. Vt ſi, exempli gratia, a b. c d. lineæ coincidant in puncto e. interq́ue ipſas punctum ſignatum ſit f. dico, quòd poſſibile eſt per punctum f. agere lineam, vtputa b f c. ita vt b f. ſit æqualis ipſi f c. Coniungam enim f e. & continuabo f e g. cui æquidiſtantem ducam d h. ipſis c d. a b. occurrentem apud puncta d h. Mox ſecabo per æqualia ipſam d h. in puncto k. & coniungam e k. cui æquidiſtantem per punctum f. ducam lineam b f c. occurrentem ipſis a b. c d. in punctis b c. Dico enim, quòd b c. tunc per medium ſecabitur in puncto f. Agantur enim per puncta b c. ipſi

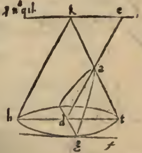


f g. æquidiſtantes b l m. c n. ipſis e k. e d. apud puncta l m n. occurrentes. Eruntq́: in parallelogrammo b c n l ipſæ b l. c n. æquales: Cumq́ue b l. ſit æqualis ipſi l m. quandoquidem h k. æqualis fuit ipſi k d. erit & l m. æqualis ipſi c n. vnde $\triangle\triangle^{la}$ e c n. e m l. inuicem erunt æquilatera, quia æquiangula. Quare ipſæ n e. e l. inuicem æquales: verùm in parallelogrãmo n e f. ipſæ n e. c f. æquales inuicem: & in parallelogrãmo e l b. ipſæ e l. f b. æquales. igitur ipſæ c f. f b. inuicem æquales: quod fuit demonſtrandum. *Secundum lemma.* Alterum lemma erit hoc. Omnis ordinata in ſectione conica eſt vel circuli, vel ellipſis cuiuſpiam diameter. Quod vt apertius intelligatur, eſto conus h k t. cuius baſis circulus h g t. vertex k. $\triangle^{lũ}$ per axem h k t. circuli diameter, baſisq́; $\triangle^{li}$ recta h t cui perpendicularis ſit g d. ordinata quidem alicuius ſe-

ctionis

ctionis conicæ, vtputa paraboles, hyperboles, aut Ellipſeos, cuius trãſuerſa diameter a d. in ipſo Δ^li plano. Quod enim ordinata ſit g d. patet per 7ª primi conicorum: ipſa enim et omnis eius parallelus in ſectione per medium ſecatur à tranſuerſa diametro a d. Dico igitur, ꝙ g d. ordinata erit diameter aut alicuius circuli, aut factæ in cono ellipſis. hoc eſt, ꝙ poſſibile eſt producere planum per g d. quod ſecando conũ faciat ſiue circulũ ſiue ellipſim, cuius ipſa g d. ſit diameter. Nam, ſi d. ſit centrũ circuli h g t. conſtat iam concluſio. Tunc enim g d. per centrũ incedens, eſt in diametro. Si autẽ d. non ſit centrum; tũc per præmiſſum lẽma poſſibile erit per punctum d. agere lineam, quæ ipſis k h. k t. coincidens per medium ſecetur in ipſo d. puncto. Agatur: ſitq; pdq. inuicem æqualibus. Et producatur planũ, exiſtẽtib. p d. d q. in quo p q. g d. ſecãs conũ. Nam ſic facta ſectio, ſi conus h k t. ſit ſcalenus, et Δ^lũ pkq. ſubcontrariũ Δ^lo t k h. circulus erit, cuius diameter pq. g d. per 5ª primi conicorũ. Secus verò facta ſectio erit ellipſis per 13ª primi, cuius diametri rurſum p q. g d. cẽtrumq; d. Oĩno igr̃ g d. diameter erit, aut circuli aut ellipſeos ĩ cono factæ. quod erat demonſtrandum. Quibus præmiſſis, ꝙ demonſtraturi eramus, demonſtrabimus.



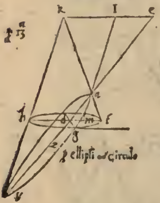


XI. Si à puncto quopiam in diametro extra Parabolen ducta periferiam tangat; & à puncto tactus ordinata ducatur ad diametrum: tũc receptæ à vertice ſectionis ex diametro ad punctum exterum & ad ordinatam, ſunt æquales. Quod ſic demonſtratur. Sit in cono quopiam Δ^lũ per axem h k t. in quo diameter tranſuerſa parabolæ ſit d a. ordinata d g. quæ, per immediatè præmiſſum lemma, erit pro diametro alicuius circuli vel Ellipſeos: qui circulus ſiue ellipſis ſit h g t. cuius periferiam in puncto g. tangat recta linea g x. quæ per primam harum concluſionum, ordinata erit ad diametrum d g. & perinde æquidiſtãs diametro h t. Ducatur & in plano Δ^li h k t. per verticem k. ipſi h t. æquidiſtans linea k e. coincidensque diametro d a. apud e. Sic enim fiet, vt ipſæ k e. g x. ſint æquidiſtantes & in plano poſitæ, quod conicam ſuperficiem tangit apud latus k g. Sola enim k g. recta communis erit conicę

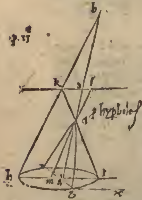
 ſuperficiei,

ſuperficiei, planoq; prædicto, in quo k e. h x. Quo fit, vt recta linea in codẽ plano connectens pũcta e g. & vlterius producta tangat in ſolo puncto g. conicam ſuperficiẽ, & in eodem ipſo puncto paraboles a g. periferiam tãgat in eius plano iacens. Æqualis autem cum ſit h d. ipſi d t. & ipſæ h k. d a. æquidiſtantes: iam æquales erunt k a. a t. cumque ipſæ k e. d t. æquidiſtẽt; erunt & d a. a e. inuicẽ æquales, receptæ ſcilicet à vertice ſectionis a. ad terminum tangentis e. & ad ordinatam d g. Sicut fuerat demonſtrãdum. Et hæc propoſitio eſt 35ª pⁱ conicorum.

XII. Quòd ſi receptæ ex diametro Parabolæ à vertice ad pũctum quodpiam & ad ordinatam fuerint æquales; tũc recta, quæ à puncto ad extremum ordinatæ ducitur, in ipſo extremo tangit periferiam. Hæc eſt conuerſa præcedentis concluſionis, quæ facile oſtenditur ab impoſſibili: & eſt 33ª primi conicorum.



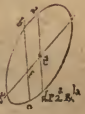
XIII. Si à pũcto quopiam in diametro extra circulum, ellipſim, vel hyperbolen linea ducta periferiam tangat, & à puncto tactus ordinata ducatur ad diametrum, tunc receptę ab extremitatibus diametri ad ordinatam, erunt proportionales receptis ab eiſdem extremitatibus ad punctũ prædictum. Repeto eãdem deſcriptionem, & idem per axim △ˡⁱ h k t. Et ordinata in circulo, ellipſi, vel hyperbole ſit d g. quę per 2ª præcedentium lemmatum, ponatur diameter ſiue circuli, ſiue Ellipſeos h g t. cuius periferiam in puncto g. tangat recta linea g x. & ideo æquidiſtans diametro h t. & in plano △ˡⁱ vtriq; æquidiſtans k e. coincidẽsq; diametro ſectionis propoſitæ apud e Sic enim, vt prius, planum, in quo ſunt k e. g x. tãget conũ ſuperlatus k g. & recta linea e g. tanget ſectionem apud g. punctum. Verùm in ellipſi & circulo tranſuerſa a d. coincidat reliquo lateri △ˡⁱ apud b. in hyperbole verò, eidem lateri ſupra verticẽ producto: eritq; a b. diameter ſectionis tranſuerſa, in quo centrum z. Quibus actis & intellectis demonſtrandum erit, quòd ſicut eſt b d—d a. ſic erit b e—e a. Hoc pacto. Ducatur per punctũ a. ipſi h k. æquidiſtans linea m a l. ipſi quidẽ h t. apud punctum m. ipſiq; ke. apud l. punctum coincidens: Sic enim, propter æquidiſtãtiam linearum h b. a m. △△ˡᵃ d b h. d a m. erũt inuicem æquiangula, & proporˡⁱᵘ laterum: hoc eſt, ſicut b d—d a. ſic iam h d—d m. hoc eſt, ſic t d—d m. Sed propter æquidiſtantiam linearum k e. d t.

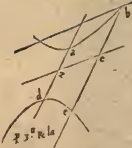


d t.ΔΔ^la^ a k e.a t d,ſunt ſimilia & proportionalia laterum : Itemque ΔΔ^la^ a e l.a d m. ſimilia & proportionalium laterum. Vnde fiet,ſicut t d—d m.ſic.k e—e l. Verum adhuc,propter æquidiſtantiam linearũ k b.a l. ΔΔ^la^ b k e.a l e. ſimilia & proportionalium laterum. Igr̃ k e—e l.ſicut b e—e a.Quare,ſicut b e—e a.ſic fiet b d—d a. quod fuit demonſtrãdum.Et hæc eſt propoſitio 36ª primi conicorum.& ſimilr̃ oſtẽdi poteſt 37ª tertij conicorum v^a^ linea e a d b. nõ diameter, ſed ſecans circulum, ellipſim, hyperbolen, ac etiam parabolen ponitur. XIII. Contra verò,ſi in circulo,ellipſi,aut hyperbola,receptæ ab extremitatibus diametri ad ordinatam fuerint proportionales receptis ab eiſdem extremitatibus ad pũctum quodpiã diameter extra ſectionem: tunc linea ducta à puncto tali ad extremũ ordinatæ in periferia in tali extremo tanget pariferiam. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ,& ab impoſſibili facile oſtenditur: hoc eſt,deſtructis ꝯrijs. Atque in conicis eſt 34ª primi. In omnibus autem his 4^or^ concluſionibus proceſſit Apollonius indirecte: nos autem in duabus tm̃. Et demõſtratio noſtra facilior eſt: q̃q̃ ille plana deſcriptione vtatur: qua in re Apollonius cæteros ingenio antecellit. Et notandum,quòd pro demonſtratione circuli,neceſſe eſt vt conus h k t.ſit ſcalenus & Δ^lũ^ a k b.ſubcontrariũ Δ^lo^ h k t.Sic enim,per 5ª primi conicorũ,ſectio a g b.ſuper qua diſſeritur,circulus erit.& tũc baſis h g t.Ellipſis erit. Ecce 4^or^ concluſiones aliter,quàm Apollonius, quod pulchrum fuit, oſtendimus. XV. Item notandũ ꝙ in circulo,ellipſi,& hyperbola,lineæ d z.z b.z e.ſunt continue proportionales: hoc eſt portio inter ordinatum & centrum: ſemidiameter tranſuerſa: & quæ à centro ad tangentem, ex diametro receptæ.& eſt 37ª primi conicorum.

De coniugatis diametris flexarum, deq́ tangentibus flexas lineis ducendis. Cap. 5.

IAM ex diffinitione coniugatarum diametrorum conſtat Parabolen coniugatas non habere diametros verum æquidiſtantes, vt in primo cap. oſtenſum eſt. Circuli verò coniugatæ diametri ſemper ſe inuicem ad rectos diſpeſcunt angulos: ſecus enim vtraque alterius parallelos per medium ſingulas ſecare non poteſt. quod eſt proprium coniugatarum diametrorum. Supereſt ergo de coniugatis ellipſeos, aut contrapoſitarum diametris deſcribendis Regulas tradere. REG. 2. Eſto itaque ellipſis a b c. in qua data ſit diametros a d. Volo in tali Ellipſi deſcribere diametrum cõiugatum ipſi a d. Secabo per æqualia ipſam a d. in puncto e. eritq; z. centrũ ſectionis. ducã ipſi a d. æquidiſtãtẽ b c. eãq; in pũcto f. p mediũ diuidã. Et p pũcta e f. ducã recta g f z h.

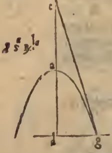




Diameter igitur erit g h.quoniam tranſit per z.cẽtrũ ſectionis:& cõiugata ipſi diametro a d.quoniam eius æquidiſtantem b c. per medium, & perinde reliquas ſecabit, modò recte formata ſit. Et ſi data diametros fuerit axis ſectionis:axis erit & cõiugata: & factæ tũc ſectiones ad angulos rectos. Sicut autẽ diameter g h. ſecat diametrũ a d. eiuſq; parallelos ſingulas per mediũ:Ita & a d.diam.ipſam g h.diam.eiusq; ęquidiſtãtes p æqualia partitur,ſicut in 15 pⁱ conicoꝝ oñdit. Re.3ª. Sit deinde hyperbole a b.cuius diametro a d. centrum z. Volo ipſi a d. diametro coniugatam diametrum ducere.Ducã primo ipſi a d.diametro æquidiſtantem b c. quæ per 5ª Concl. præmiſſi capiti coincidet ſingulis contrapoſitis hyperbolis ad ſingula puncta. Coincidat ipſi quidem a b. hyperbolæ ad punctum b. contrapoſitæ autem c d. ad punctum c. Deinde ſecabo ipſam b c. per æqualia in puncto f. & ducam e f. quæ erit coniugata diameter ipſi a d. diametro : quandoquidem ſecat eam , eiuſque parallelum b c. per medium in punctis e f. ſicut in 16ª primi conicoꝝ oſtenditur.Et ſi a d.axis fuerit ſectionum:& e f.axis erit ſecũdus,& ſectiones linearũ fient ad angulos rectos. Et ſicut e f.ſecat ipſam a d.eiusq́ue parallelos per æqualia : ita & a d. ipſam e f. eiuſque parallelos intra ſectionũ periferias per medium partitur. Nunc veniam ad tangentes. Regvla 4ª.

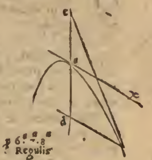


Proponatur ſectio conica a g.& in eius periferia punctum a. Volo lineam rectam ducere, quæ ſectionem a g. tangat in puncto a. Ducam per punctum a.diametrũ ſectionis,quæ ſit a d. Et per præmiſſas regulas ipſi a d. coniugatam diametrum g h. ſecantes ſe in z. pũcto,pro ellipſi & hyperbola:pro parabola verò g h

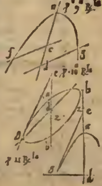


metrum a d.Deinde per punctum a.ducam ipſi g h.æquidiſtãtem a k. Igitur a k.ordinata erit ad diametrũ a d.& ideo per pᵃ conclusionem præcedentis,tanget ſectionẽ in pũcto a.quod erat faciendum.Reg.5ª. Sed qm̃ in parabola non datur Rˡᵃ deſcribendi ordinatam ad datam diametrum , quòd in alijs ſectionibus fit per coniugatas diametros: vtemur alio modo.Sit Parabola a g.cuius diameter a d. Volo lineam ducere,quæ in puncto g. tangat parabolam . Ponatur primum a d. axis , & ducatur ipſi ad rectos linea g d. quæ erit ordinata ad axem. producatur vltra verticem axis , ponaturq́ue ipſi d a. æqualis a e. & ducatur

ducatur recta e g.quæ per 12ª concluſionẽ præmiſſi,tanget in puncto g.parabolã,quod fuit faciendum Reg.6ª. Proponatur & Parabole a g. cuius diameter quælibet e a d. Volo per punctum aliquod periferiæ vtpote g.ducere ordinatam ad diametrũ a d. Per præmiſſam Regulam, ducam lineam a x. quæ tangat ſectionem in ipſo a.extremo diametro.Deinde per datum pũctum g.ducam ipſi a x. tãgenti æquidiſtantem d g. quæ per prima cõcluſionem præmiſſi,erit ordinata ad diametrũ a d. Reg.7. Si igitur per datũ punctũ g.tangentẽ in parabola deſcribere iubear: ducam diametrum quamlibet e a d.& per punctum g.ordinatam ad talem diametrum ex præmiſſa



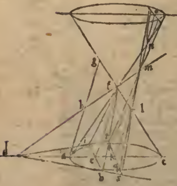
Regula;quæ ſit g d.deinde faciam ipſi d a.æqualem a e. Nam,vt antea per axem,e g.tanget ſectionem in puncto g.data per 12ª concl.dictam. Reg. 8. Detur & extra parabolen a g. punctum quodpiam e. Volo à puncto e.lineam ducere,quæ parabolen a g.tangat. Agam per punctũ e.diametrum æquidiſtantem ſcilicet axi.quæ diameter ſit e a d.& ponam ipſi e a. æqualem a d. & per punctum d. ducam ordinatam ad a d diametrum a d.quæ ſit d g.per antepræmiſſam Regulam.Nam ſic recta e g.tanget ſectionẽ in pũcto g.per 2ª concl. quod erat faciendũ. Reg.9.Sit præterea conica ſectio a g.ellipſis vel hyperbole : eius diameter a d.volo per punctum g. ducere ordinatam ad diametera d. Ducam per 2ª vel 3ª Regulam præmiſſam, ipſi a d.diameter coniugatam diametrum e f. Deinde per punctum g.datum ducam ipſi e f.æquidiſtantem g d. quæ erit,per 15ª vel 16ª primi conicorum, ordinata ad ipſam a d.diametrum. Reg.10.Eſto Ellipſis a g b.& extra ipſam datũ punctum e.Volo à puncto e.ducere lineam, quæ tangat Ellipſim a g b.Ducam per e.punctum,perq; z. ellipſis cẽtrum lineam,quæ ſecet ellipſim in punctis a b.diameter igitur erit ſectionis a b. Dein faciam ſicut b e — e d. ſic b d — d a.& per pũctum d.ducã,p præcedentem ℞la,lineam d g.ordinatam ad diametrum a b. Nam ſic,linea e g.tãget periferiam in pũcto g.per vlt.ↄcl.præced.cap. Reg. 11ª.



Similiter faciam pro hyperbole,modò punctum e.datum ſit inter centrũ ſectionis & periferiã.ſecus enim per punctũ e. nõ poſſet duci linea tangens ſectionem.& per conſequẽs problema eſſet impoſſibile. Cum enim ſit ſicut b d — d a.ſic iã b e — e a.& ſemp maior ſit b d.q̃ d a.oportet,vt & b e.maior ſit,quàm e a. Et hæc ſint ſatis circa tangentes.

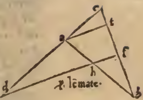
De Non tangentibus contrapoſitarum. Ca. 6.

QVONIAM Apollonius omnia ferè conicorũ demonſtrata conatus eſt in planum redigere, antiquioribus ingenioſior, neglecta conorum deſcriptione, & aliunde quærens argumenta cogitur perſæpe obſcurius & indirecte demonſtrare id, quod contemplando ſolidæ figuræ ſectionem, apertius & breuius demonſtratur. Id nos fecimus in 4°r poſtremis præcedentis capiti concluſionibus: Idem nunc de Non tangentibus ꝯpoſitarum locuturi faciemus. Sunt enim Non tangẽtes, duæ rectæ lineæ ſe inuicem in centro ꝯpoſitarum hyperbolarum ſecãtes & vtrinque ſemper magis ac magis in infinitum periferijs approximantes, nunquàm verò coincidentes. Et ob id Non tangentes, ſiue Nõ coincidentes appellatæ: de quibus Apollonius in 2° conicorum locutus eſt. Nos igitur huiuſmodi linearũ proprietates demonſtraturi hoc præfabimur, duas hyperbolas in duobus rectis conis factas ac ſimilibus triangulis per vertices conorum ductis æquidiſtantes ſimiles eſſe, vt in 6° conicorum lib. oſtenſum eſt. Vnde omni propoſitæ hyperbole ſimilis ac etiã ſimilis & ęqualis collocari poteſt in aliquo recto cono, vt ibidem traditur. Oſtendemus igitur hic lineas Non tangentes incedere per cẽtrum ꝯpoſitarum, & complecti angulum æqualem angulo verticali trianguli, cui planum hyperboles æquidiſtat. Eſto igr̃ conus baſis circulus a b c. vertex f. In quo hyperbole r l s. propoſitæ ſimilis & æqualis: cuius diameter tranſuerſa k l m n o. Ita vt l n. ſit diameter communis ipſius r l s. & ſuæ contrapoſitæ inter earum vertices l n. Quarum plano æquidiſtet triangulum c f b. cuius baſis b i. ad rectos ſecat a c. diametrum baſis conicæ baſimq́, Δli a f c. per axim, in pũcto e. Vnde rectæ d i r. d b s. tangẽtes circulum apud b i. puncta concurrẽt ad idem punctum cum c a. producta, quod punctum ſit d. & perinde tam planũ ipſum, in quo ſunt d b s. b f. lineæ, quàm planum, in quo ſunt d i r. i f. lineę tanget conum. & tales contactus fient ſuper latera conica b f. i f. & communis ſectio tãgentium planorum, quæ linea recta eſt, ibit per verticem f. conicũ eat, ſitq́; d f m. occurrens diametro l n. ꝯpoſitarum apud m. punctum. Cui diametro æquidiſtãs agatur a h g. conicę ſuperficiei, ꝯpoſitæ occurrens in puncto g. & ipſam d f. ſecans in puncto h. Eruntq́; lineæ d i r. d b s. tangẽtes baſim conicam apud i b. puncta. cões ſectiones planorum tangentium cum ipſo baſis plano. Sint demum tangentium eorundem planorum

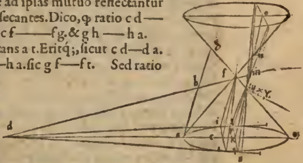


cum

cum plano hyperbolarum communes ſectiones per m. pūctum eūtes & vtrinq; continuatæ lineæ r m. m s. Quo fiet, vt puncta r s. in quibus dictæ lineę coincidunt lineis baſim conicum tangētibus: & pūcta p q. in quib. hyperboles periferia occurrit periferiæ baſis conici: necnon punctum k. in quo baſis hyperboles ſiue ordinata p q. ſecat diametrum a c. hęc inquam quinque puncta ſint in vna recta r p k q s. quæ communis ſectio eſt plani facientis hyperbolas cum baſi conico. hoc idem intellige per reliqua hyperbola contrapoſita. Oſtendendū igitur eſt quòd linea d f. cōtinuata ſecat per æqualia diametrū l n. contrapoſitarū in puncto m. quodque m r. m s. lineæ ſunt Non tangentes contrapoſitarum: ipſumque m. centrum eſt Sectionum.

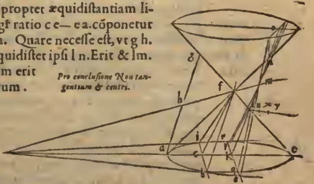


Lemma. Sed prius hoc lemma oſtendendum eſt. Duæ lineæ ſint ab vno puncto c. delapſæ c d. c g. & ab earum terminis aliæ ad ipſas mutuò reflectantur d f. g a. ſe inuicem in puncto h. ſecantes. Dico, ꝙ ratio c d — d a. componitur ex rationibus c f ——— f g. & g h —— h a. Ducatur enim ipſi d f. æquidiſtans a t. Eritq;, ſicut c d — d a. ſic c f — f t. Itemq; ſicut g h — h a. ſic g f — f t. Sed ratio c f — f t. cōponitur ex rationib. c f — f g. & f g — f t. Igitur & ratio c d — d a. componetur ex rationib. c f — f g. & g h — h a. quod eſt propoſitum. Sed per cōcluſionem 13ª antepręmiſſi cap. ſicut c d — d a. ſic c e — e a. & propter æquidiſtantiam linearum a g. e f. ſic eſt & c f — f g. Igr ratio c e — e a. cōponetur ex rationibus c e — e a. & g h — h a. Quare neceſſe eſt, vt g h. h a. ſint æquales: Cumque a g. æquidiſtet ipſi l n. Erit & l m. æqualis ipſi m n. Quare m. punctum erit centrum ſectionum contrapoſitarum.



Pro concluſione Non tangentium & centri.

Supereſt nunc oſtendere, quòd rectæ m r. m s. ſunt Non tangētes dictarū ſectionum: cōplexæ ſcilicet angulū æqualē angulo i f b. Nā, per 16ª 11. Eucl. lineæ i f. f b. ſunt æquidiſtātes lineis r m. m s. pp æqdiſtītiā plano℞: Et ideo p 10ª eiuſdē, angulus i f b. æqualis eſt angulo r m s. & ſinguli p lineas k m. e f. per mediū ſecātur. Ducā ergo ipſi r s. æquidiſtantem &, ipſi b i. lineam l u. quæ per 51ª Concluſionem ante præmiſſi cap. tanget ſectionem p l q. in puncto l. Eritq; Δlū m l u. æquianlū Δlo f e b. Igr, ſicut f e — e b. ſic m l — l u. Sit ergo ipſi l u. dupla l x. Eritq; n l — l x. ſicut m l — l u. & ſicut f e — e b.



Subiun-

Subiungatur ipſis n l. l x. tertia in proportione continuā l y. ſiue longior, ſiue breuior: Eritq́ue ſicut □. f e—□. e b. ſic n l—l y. Quare per 12ª primi conicorum l y. erit recta diameter hyperboles r l s. Et l x. poterit ▭. n l y. ſpeciem ſcilicet ſectionis. Et ideo l u ½ ipſius l x. poterit quadrantem ipſius ſpeciei. Vnde per primam ſecūdi conicorum m u s. eſt Non tangens ſectionis, & ſimiliter oſtendetur m r. ex alia parte eſſe reliqua Non tangens. Quando autem recta b i. diameter eſt circuli a b c. tunc lineæ tangentes circulum in punctis b i. ſunt æquidiſtantes ad inuicem, & ipſi h f m. communi ſectioni planorum conos tangentium per 19ª 11. Eucl. & tunc ipſæ f e. n k. g a. lineæ ſunt perpendiculares ad a c. & vtrunque △△lorum g f a. n f l. iſoſceles. Et eorum baſes n l. g a. per mediū & orthogonaliter ſecabuntur in punctis m h. Conſtabit ergo; vt prius, quidquid fuerat proprium. Et in hoc caſu demonſtratio faciet ad id, quod de horologio meridiano in 3° capite præcedentis libri fuit oſtenſum: In quo lineæ horariæ duę, ſcilicet horizontalis, & horæ 12ª ſunt Non tangētes contrapoſitarum ſectionū, quas in horologij plano tangunt reliquæ 22ª horariæ lineæ. Demonſtratio autem caſus anterioris, vbi lineę tangentes circulū concurrunt in puncto d. facit ad illud, quod de horologio circuli verticalis in regione, cuius latitudo excedit dimidium anguli recti: fuerat in 4° præcedentis libri cap. oſtenſum: in quo interdum duæ lineę horariæ ſunt Non tangentes hyperbolarum, quas in tali horologio tāgunt reliquæ lineæ 22. verùm in his duobus locis præcedentis libri, vſi fuimus indirecta demonſtratione, aſſumptis præambulis 3° & 4° primi capitis eiuſdem libri, vt quæ promptior erat, atque lineamentis dudum hic peractis non indigens. * Sed ipſam indirectam demonſtrationem hic repetam, quo apertior fiat. Dico enim rurſus ipſam r m. m s. lineas eſſe Nō tāgentes ſectionis ipſius & ꝯpoſitæ. ipſumq; m. punctū cētrū earū. Nam ſi r m. m s. non ſunt ſectionum p l q. & ꝯpoſitæ Non tangentes. Tunc Non tangentes aut ibunt per punctū m. aut per aliud: Si per m. punctum, tunc aut facient cū diametro l n. maiores an^los, aut minores, quàm cum eadē diametro faciunt lineæ r m. m s. Si maiores; tunc ipſæ r m. m s. ſecabunt angulos Non tangentium & nuſquàm coincident ſectioni: quod eſt impoſſibile per 2ª 2ⁱ conicorū. Si minores; tūc Non tangentes coincident ſectioni: qm̄ omnis linea per punctum m. ſecans angulum r m s coincidit ſectioni, quandoquidē æquidiſtans ipſi r m. vel m s. hoc eſt ipſi i f. vel f b. lateri ꝯtactus, coincidit conicæ ſuperficiei, & perinde ſectioni, per 3ᵘ præambulum primi cap. pręcedentis libri: quod eſt abſurdum. Si autem non tangentes ibunt per aliud quàm punctū m. tunc aut ipſæ ꝯtinebunt cū diametro l n. angulos maiores, quàm cum eadem diametro faciant lineæ r m. m s. aut non maiores.

Demonſtratio alia indirecta.

Si ma-

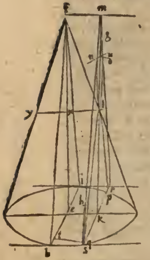
Si maiores, tunc ipſis r m.m s.æquidiſtantes & aliæ infinitæ ſecantes angulum Non tangentium non coincident ſectionibus p l q. & contrapoſitæ: quod eſt impoſſibile per ſecundam ſecundi conicorum. Si non maiores; tunc ipſæ Non tangentes protractæ ſecabunt ipſas r m. m s. atque coincident ſectionibus, quandoquidem æquidiſtans vni dictarum coincidit per dictum præambulum, ſectionum alteri: quod eſt abſurdum. Non igitur aliæ, quàm ipſæ r m.m s. erunt Non tangentes ꝯpoſitarum p l q n o. Et perinde neq; aliud, quàm ipſum m. punctum erit dictarum ſectionum centrũ. quod erat demõſtrandum. Quod enim ipſæ r m. m s. ſemper magis atque magis approximant ſuperficiei conicæ, & perinde periferiæ ſectionis, & nuſquàm etiam in infinitum cõtinuatæ coincidunt, patet per 4ᵘ præambulũ primi cap. in præmiſſo libro. Rurſum ergo via indirecta idem demonſtrauimus.

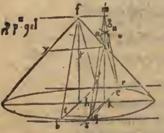
Notandum, quòd ſi conus a f c. ſupponatur ſcalenus: & linea b i. diameter circuli a b c. tunc lineæ tangentes in punctis b i. ſunt æquidiſtantes inuicem & ipſi h f m. communi ſectioni planoꝝ tangentiũ. Verùm tunc lineæ f e. n k. g a. non ſunt perpendiculares, ad ipſam a c. At quoniam tunc a c. per æqualia ſecatur in puncto e. & ipſa e f. æquidiſtat ipſi a g. atque ſimiliter h f. ipſi a c. Iam ideo per primum lemma quarti cap. præmiſſi, & ipſa a g. per æqualia ſecabitur in puncto h. & l n. in puncto m. ſicut prius in cono recto. Sed pro horologijs conſiderantur coni tantùm recti.

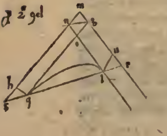
Quòd parallelogramma inter Non tangentes & periferiam locata, ſunt inuicem æqualia: quodq́; tam tangentis ſectionem à tactu, quàm ſecantis eandem à periferia ad Non tangentes, recepta ſegmenta ſunt æqualia. Caput 7.

AD hæc demonſtranda repeto deſcriptionem præcedentis cap. ita vt linea b e i. ſit diameter conicæ baſis: & ipſæ i r. b s. tãgẽtes æquidiſtẽt, & perinde ipſi f m. cõi planoꝝ conum tangẽtium ſectioni æquidiſtãtes. Item tam planum r m s. faciens hyperbolen p l q. quàm Δˡⁱᵘ f b i. inuicem æquidiſtantia perpẽdiculariter inſtet baſi conicæ. vñ $\Delta\Delta$ˡᵃ a f c. b f i. per axem conicũ f e. ducta erũt inuicem æquilatera. Ponatur autẽ angulus a f c. æqualis angulo, quẽ Non tangẽtes propoſitę hyperbolæ cõprehẽdunt: Sic eñ hyperbole p l q. ſimilis erit, ꝑpoſitę, & etiã ſimilis & æqualis, ſi m l. huius ſemid^{er} illius ſemid^{ro} æqualis fuit. Tum inter Nõ tãgentes & periferiã duo parall^{ma} cõem an^{lu} apud m. hñtia intelligãtur, vnũ ad ꝟticẽ ſectionis ęqualium lateꝝ m n l u. alteꝝ verò m g q h. oſtẽdam ꝙ hęc duo parall^{ma} ſunt inuicem ęqualia, ſic·

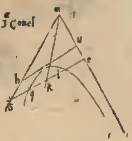
Ducatur in parallelogrammo verticali diameter n u. ſecans axim hyperboles apud o.eritq; o.centrum parallelogrãmi.Ducatur & l x y. æquidiſtans diametro a c.& per medium ſecta in puncto x.in Δlo b f i. & eidem æquidiſtans in baſi conico,linea q t.incidens ipſi b e.apud t. punctum. Iam enim, quia conus eſt rectus, erunt ΔΔla f l y.m n u.ſimilia. Sed illius latera dupla ſunt laterum huius: quandoquidem f x.perpẽdicularis,hoc eſt ml.dupla eſt ipſius m o.perpẽdicularis: quare n u.tota æqualis ipſi x l. dimidiæ baſi. Sed per 8ª ſexti elementorum, b t.t q.t i.ſunt cõtinue proportionales. Igitur & s q.n u.q r. ſingulæ videlicet illis ſingulis æquales ſunt etiam continue proportionales, baſes quidem ΔΔlorum s q h.n u m.q r g. ſimilium. quare & tria correlatiua eorundem latera eodem ordine continue proporlia erunt,ſcilicet q h.u m.q g. Itaque parallmorum m g q h.m n l u.inuicem æquiangulorum reciproca ſunt latera: hoc eſt, ſicut q h—u m. ſic iam m n—q g. Nam m n. u m.æquales. Et ideo, per 13ª ſexti elementorum, parallma m q. m l. inuicem æqualia erunt.Similiter oſtendam,quòd omne parallmũ inter Non tangentes & periferiam coaptatum,æquale erit verticali parallelogrãmo æquilatero.Vnde ſequitur, vt omnia duo parallelogramma inter Non tangentes & ſectionem ſic locata ſint inter ſe æqualia. quod fuit primum ex propoſitis. *Coroll.* Quare neceſſe eſt,vt quod ſub vnius huiuſmodi parallelogrãmorum lateribus, æquum ſit ei, quod ſub reliqui lateribus continetur, rectanlo. quod Apollonius in 12ª 2ⁱ demonſtrauit. II.Exponantur nunc in plano Non tangentes s m.m r.earumq; hyperbole p l q. Et recta linea s q l r.ſecet Non tangẽtes quidẽ apud r s.ſectionẽ verò apud q l.dico,quòd s q.l r.æquales erunt.Compleantur enim parallelogramma mn l u. m g. q h. quæ, ſicut dudum oſtenſum eſt, æqualia inuicem erunt.Commune auferatur parallelogrammum m n o g. & ſupererunt parallelogramma n o q h.g o l u.inuicem æqualia.Quare per 13ª ſexti.erit ſicut n o—o g.ſic o l—o q.Igitur m g—m n ſicut h q—h s.cum ΔΔla q o l.s h q.ſint ſimilia & proportionalium laterum:& ſicut u r—u l.ſimile enim dictũ Δlo l u r.Sed m g.h q.æquales:& mn.ul.æquales:







Igitur



Igitur △△△[la] m g n.h q s.u r l.inuicem ſunt æquilatera:et ideo s q.l r.eorum baſes ęquales: quod fuit vltimum ex propoſitis. et eſt 8ª ſecundi. Denique tangat h z u. hyperbolen q l p. apud z. punctum coincidens periferiæ apud puncta h u. Dico demum, quòd h z.z u. æquales erunt. Ducatur enim per m. centrum et z. punctum contactus recta m z k.ipſique h u.tangenti æquidiſtans,s q k l r. coincidens Non tangentibus apud r s. periferiæ verò apud q l.puncta. Eritque per primam Concl. quarti cap. huius lib.tam h z u.quàm et ipſa s k r.ordinata ad diametrum m z k. diameter enim eſt m z k. cùm eat per m. centrum ſectionis. Itaque æquales erunt q k. k l. quandoquidem diameter omnem ordinatam per æqualia ſecat: æquales item ſunt s q.l r.vt dudum oſtenſum eſt: igitur et totæ s k. k r. inuicem æquales erunt. Sed ſicut s k — k r.ſic h z — z u.propter æquidiſtantiam ipſarum h u. s r. ergo et ipſæ h z. z u. ęquales. quod demonſtrandum ſupererat. et eſt tertia ſecundi. Quę quidem alio ordine, modoque in ſecundo conicorum oſtenduntur.

Libri tertij Finis.

In monaſterio S. Mariæ à parte 19. Iulij die, ꝙ. 11. Indictionis, 1553.

D. FRANCISCI

MAVROLYCI

ABBATIS MESSANENSIS,
Mathematici celeberrimi,

ARITHMETICORVM LIBRI DVO,

NVNC PRIMVM IN LVCEM EDITI,
Cum rerum omnium notabilium.

INDICE COPIOSISSIMO.



CVM PRIVILEGIO.
Venetijs, Apud Franciſcum Franciſcium Senenſem.
M D LX X V.

Numeri lineares.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	Pares
1		6				28				Perfecti 496. Et deinceps.

Superficiales primi.

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	Trianguli primi.
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi.
0	2	6	12	20	30	42	56	72	90	parte altera longiores.
1	5	12	22	35	51	70	92	117	145	Pentagoni primi.
1	6	15	28	45	66	91	120	153	190	Hexagoni primi.

Pyramides Primæ.

1	4	10	20	35	56	84	120	165	220	Pyramides triangula prima.
1	5	14	30	55	91	140	204	285	385	Pyramides quadrata prima
1	6	18	40	75	126	196	288	405	550	Pyramides pentagona prima.
1	7	20	50	95	161	252	370	525	715	Pyramides hexagona prima.

Columnæ primæ.

1	6	18	40	75	126	196	288	405	550	Columna triangula prima
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	Columna quadrata prima. Vel Cubi.
1	10	36	88	175	306	490	736	1053	1450	Columna pentagona prima
1	12	45	112	225	396	637	960	1377	1900	Columna hexagona prima.

Superficiales Secundi centrales.

1	4	10	31	19	46	64	85	109	136	Trianguli ſecundi.
1	5	13	41	25	61	85	113	145	181	Quadrati ſecundi.
1	6	16	51	31	76	106	141	181	226	Pentagoni ſecundi.
1	7	19	61	37	91	127	169	217	271	hexagoni ſecundi. æquianguli.
1	8	22	71	43	106	148	197	253	316	heptagoni ſecundi.
1	9	25	81	49	121	169	225	289	361	Octogoni ſecundi.

Pyramides ſecundæ centr.

1	5	15	34	65	111	175	260	369	505	pyramides triangula ſecunda
1	6	19	44	85	146	231	344	489	670	pyramides quadrata ſecunda
1	7	23	54	105	181	287	428	609	835	pyramides pentagona ſecunda
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	pyramides hexagona ſecunda
1	9	31	74	145	251	399	596	849	1165	pyramides heptagona ſecunda
1	10	35	84	165	286	455	680	969	1330	pyramides octogona ſecunda

Columnæ ſecundæ centr.

1	8	30	70	155	276	448	680	981	1360	Columna triangula ſecunda
1	10	39	100	205	366	595	904	1305	1810	Columna quadrata ſecunda
1	12	48	124	255	456	742	1128	1629	2260	Columna pentagona ſecunda
1	14	57	148	305	546	889	1352	1953	2710	Columna hexagona ſecunda
1	16	66	172	355	636	1036	1576	2277	3160	Columna heptagona ſecunda
1	18	75	196	405	726	1183	1800	2601	3610	Columna octogona ſecunda

Solida Regularia in numeris.

1	9	35	91	189	341	559	855	1241	1729	Tetrahedra. Vel pyramides.
1	25	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Octahedri. Et ydem Cubi
1	33	155	427	909	1661	2743	4215	6137	8569	Icoſahedri. Et ydem Dodecahedri.

Quadrati Quadratorum.

1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561	10000	Biquadrati.

FORMATIO NVMERORVM
Præcedentis Tabellę.

RADICES formantur ab unitate, & per unitatis continuam additionem.

Impares ab unitate, per binarij continuam additionem. Vel ex duabus radicibus.

Pares a binario, & per binarij ſemper additionem, uel duplicando radices.

Trianguli primi, per continuatam radicum accumulationem. Siue multiplicando aggregatum collateralis radicis & unitatis in dimidium multitudinis radicum.

Quadrati primi ex ductu radicum in ſe, uel ex aggregatione ſucceſſiua imparium ab unitate. Vel ex coniunctione trianguli collateralis cũ præcedenti, uel multiplicando aggregatũ collateralis imparis & unitatis in dimidium radicis.

Parte altera longiores ex ductu collateralis radicis in radicem immediatè præcedentem: ſiue ex aggregatione continuata parium: ſiue ex duplato triangulo prçcedenti: ſiue ex præcedenti quadrato cum ſua radice.

Pentagoni primi ex coniunctione collateralis quadrati cum triangulo præcedenti.

Hexagoni primi ex quadrato collaterali, duploq; præcedẽtis trianguli: Vel ex pentagono coll. dictoq; triangulo: Vel ex ductu radicum in impares: Vel ex quadrato cum parte altera lungiori.

Pyramides triangulę primę ex ſucceſſiua triangulorum aggregatione.

Similiter pyramides quadratę ex quadratorum. Pyramides pentagonæ ex pentagonorum; pyramides hexagonę ex hexagonorum aceruo conſtruuntur.

Item pyramides quadratæ primæ fiunt ex coniunctione collateralis pyramidis triangulæ cum præcedenti.

Pyramides pentagonæ primæ ex collaterali quadrata pyramide cum præcedenti triangula pyramide.

Pyramides hexagonæ primæ ex quadrata pyramide collaterali cum duplo præcedentis triangulæ pyramidis. Vel ex pentagona pyramide collaterali, & triangula pyramide præcedenti.

Columæ nprimæ fiunt ex ductu ſuarum ſuperficierum in radices: ut puta triangulæ ex radice in triangulos: & ſic de cæteris.

Item columnæ triangulæ primæ ſunt æquales pyramidibus pentago-

nis primis, ſingulæ ſingulis. Quod notatu dignum eſt:

Columnæ quadratæ primæ, ſiue cubi, fiunt ex ductu radicum in ſuos quadratos.

Siue ex columna triangula collaterali & præcedenti cũ ſuo triangulo.

Vel ex pyramide hexagona prima cum pyramide quadrata præcedẽti.

Vel ex aggregatione unius, deinde binorum, deinde trium, deinde qdatuor, & ſic deinceps imparium.

Item columnæ pentagonæ primæ fient ex cubo collaterali cum columna triangula & triangulo præcedentibus.

Columnæ hexagonæ primæ item ex columna pentagona collaterali cũ pręcedenti triangula columna & ſuo triangulo.

Trianguli ſecundi fiunt ex triangulo primo præcedenti triplicato cum unitate.

Pro quadratis autem ſecundis, quadruplicetur dictus triangulus.

Pro pentagonis quintuplicetur. & ſic deinceps pro ſequentibus formis, adiecta unitate.

Item trianguli ſecundi fient ex triangulo primo collaterali & quadrato præcedenti.

Quadrati ſecundi ex quadrato collaterali & pręcedenti primis.

Pentagoni ſecundi ex pentagono collaterali & quadrato præcedenti primis.

Hexagoni ſecundi æquianguli ex collaterali hexagono primo cum quadrato pręcedenti. Vel ex quadrato collaterali & præcedenti & parte altera longiore collaterali. Vel ex parte altera longiore triplicato cum unitate.

Heptagoni ex hexagono ſecundo collaterali cum triangulo primo præcedenti.

Octogoni ex heptagono dicto collaterali cum triangulo præcedenti primi ord. Siue (quod notatu dignum eſt) ex collaterali impari in ſe multiplicato.

Pyramides ſecundę fiunt ex accumulatione continuata ſuarum ſuperficierum, ſcilicet triangulæ triangulorum, quadratę quadratorum ſecundi ordini & ſic deinceps.

Item pyramides ſecundæ triangulę fient ex pyramide triangula prima, & præcedenti pyramide quadrata.

Pyramides autem quadratæ ſecundę ex pyramide quadrata collaterali cum præcedenti primi ordinis.

Pyramides pentagonæ ſecundæ, ex pyramidæ pentagona prima, & pyramide quadrata pręcedenti prima.

Pyramides hexagonæ ſecundę ex pyramide hexagona prima & pyramide

mide quadrata pręcedenti prima. Et ſunt æquales cubis collateralibus, ſingulę ſingulis. quod mirum eſt.
Pyramides heptagonæ ſecundę, ex hexagona pyramide ſecunda collaterali cum pręcedenti triangula pyramide prima.
Pyramides octogonę ſecundę ex heptagona pyramide collaterali cum pręcedenti pyramide triangula prima.
Item unaquęq; dictarum pyramidum fit ex pyramide triangula primi ordinis multiplicata in numerum laterum, unà cum radice collaterali.
Columnę ſecundę fient ex multiplicatione ſuarum ſuperficierum in radices collaterales, triangulæ ſcilicet triangulorum, quadratæ quadratorum. Et deinceps ſimiliter.
Item omnis columna ſecundi ordinis, fiet ex columna eiuſdem nominis in primo ordine cum pręcedenti cubo & quadrato coniuncta.
OMNIS COLVMNA TRIANGVLA Prima cum duplo ſui trianguli, facit triplum ſuę pyramidis.
Omnis cubus cum ſuo quadrato & triangulo, facit triplum ſuę pyramidis.
Omnis columna pentagona prima cum duplo quadrati collateralis, facit triplum ſuę pyramidis.
Omnis columna hexagona prima cum ſuo hexagono coll. & triangulo, facit triplum ſuæ pyramidis.
Omnis columna triangula ſecunda cum coll. quadrato & triangulo primis, facit triplum ſuę pyramidis.
Omnis columna quadrata ſecunda cum duplo coll. quadrati primi, facit triplum ſuæ pyramidis.
Omnis columna quadrata ſecunda cum duplo coll. quadrati primi, facit triplum ſuę pyramidis.
Omnis columna pentagona ſecunda cum duplo quadrati coll. primi, & cum triangulo præcedente primo, facit triplum ſuę pyramidis.
Omnis columna hexagona ſecunda cum hexagono ſecundo & impari collaterali, facit triplum ſuæ pyramidis.
Item eadem columna cum quadrato & hexagono primis facit triplum ſuę pyramidis.
Omnis columna ſeptangula cum hexagono ſecundo & impari collateralibus, & cum triangulo primo pręcedenti facit triplum ſuę pyramidis.
Omnis columna octangula cum hexagono ſecundo & impari collateralibus, duploque trianguli pręcedentis primi, facit triplum ſuę pyramidis.

Tetrahedrum ſeu Pyramis conſtruitur ex unitate, cum quatuor radicibus præcedentibus, cum ſexcuplo trianguli primi, uno retrorſum intermiſſo, accepti : & cum quadruplo pyramidis triangulæ ſecundæ præcedentis.

Cubus, conſtruitur ex unitate cum octo radicibus præcedentibus, cũ duodecuplo trianguli primi, uno retrorſum intermiſſo, ſumpti : cumq; ſexcuplo pyramidis quadratæ ſecundæ præcedentis.

Octahedrum conſtruitur ex unitate, ſecuplo radicis præcedentis, ex duodecuplo trianguli primi, uno intermiſſo, recepti, & ex octuplo pyramidis triangulæ ſecundæ præcedentis. Quod ſemper exit æquale cubo prædicto.

Icoſahedrum conſtruitur ex unitate, ex duodecuplo radicis præcedentis, ex uigecuplo trianguli primi, uno retrorſum omiſſo, accepti: & ex uigecuplo pyramidis triangulæ ſecundæ præcedentis.

Dodecahedrum conſtruitur ex unitate, ex uigecuplo radicis præcedentis, ex trigecuplo trianguli primi, uno retrorſum intercidente, occurrentis : & ex duodecuplo pyramidis pentagonæ ſecundæ præcedentis. Quod ſemper inuenitur æquale Icoſahedro dudum memorato.

Item cubus, aut octahedrum prædictum (ſunt enim æquales) poteſt aliter conſtrui. Nam diſpoſitus imparibus ab unitate per ordinem, unitas faciet primum cubum prædictum ? tres ſequentes impares ſecundum ; quinque ſequentes impares tertium ; deindee ſeptem ſuccedentes quartum ; nouem quintum. Et ſic deinceps in infinitum : impares ſub multitudine impari ſucceſſiue coaceruando.

Adhuc idem cubus, ſeu octahedrum producetur ex ductu imparis collateralis in quadratum ſecundi generis collateralem.

Et notandum quòd talis cubus ſiue octahedrus ſemper eſt pyramis triangula ſecundi generis in locis imparibus accepta.

Præterea non omittendum eſt, quòd ex ſucceſſiua coaceruatione taliũ cuborum ſiue octahedrorum ab unitate per ordinem, conſtituuntur Quadrati quadratorum ab unitate ſeriatim receptorum. Qui quidem quadrati quadratorum, ſeu biſquadrati producuntur ex quadratis primis in ſe ductis. Quod ſicut hactenus ignoratum, ita poſthac iucundum ſcitu fiet ſpeculatiuis ingenijs.

Deniq; cum his, neq; illud ſubticebo, quòd Tetrahedrum ſuperius memoratum, eſt & cubus mixtus quidam tertij generis, qui conflatur ex binis ſemper proximis cubis primi ordinis, ſcilicet collatera-

li &

li & pręcedenti. Quemadmodum quadrati ſecundi ex duobus quadratis primis, collaterali & pręcedente coaleſcunt. Quod non minus erat admirandum.

Hęc omnia in tabella pręmiſſa per exempla ſingula noteſcunt, & in primo horum Arithmeticorum libello demonſtrantur.

DE NVMERO PERFECTO.

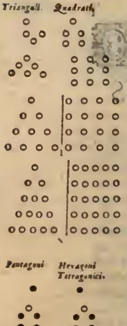
PERFECTVS Numerus producitur ex multiplicatione ultimi in ſerie pariter parium ab unitate diſpoſitorum, in totum aggregatum ipſorum, dum tamen tale aggregatum ſit numerus primus, hoc eſt a nullo, pręterquàm unitate numeratus. Tales numeri ſemper inueniuntur in ordine triangulo & hexagonorũ primorum. In hoc numero perfecto partes integrant totum, ut oſtendit Euclides in ultima Noni. Secunda conditio faciens numerum perfectum eſt imparitas. unde impar numerus perfectior, quam par: quoniam affinitatē habet cum Monade genitrice numerorum, quę repręſentat Deum, Mundum, Naturam, Solem, & quidquid unicum eſt. Tertia Conditio, eſt poteſtas. Vnde impares numeri, quorum poteſtas & officium eſt formare numeros quadratos, perfectiores ſunt paribus, qui formant parte altera longiores. Rurſum hexagoni ęquianguli ſunt perfectiores, quàm impares communes: quoniam formant cubos. Quarta conditio, eſt forma. Vnde numeri ęquilateri perfectiores, quàm non ęquilateri. Sic quadratus perfectior, quàm altera parte longior. Et cubus perfectior, quàm ſolidus non ęquilaterus. Item Hexagonus ęquiangulus perfectior quàm hexagonus primus. Vnde prima conditio friuola eſt: quoniam nuda & expers eſt cęterarum fructuoſiorum qualitatum. Verum hęc diſcuſſio poſita eſt in poſtremo problematum Mechanicorum.

MAVROLYCI ABBATIS MESSANENSIS MATHEMATICI,

Arithmeticorum Liber Primus.

PROLOGOMENA.

CVM Euclides agat de planis, ſolidis, quadratis, cubiſq; numeris: De cæteris alteriuſmodi formis, vt triangulis, pentagonis, hexagonis & ſequentibus tam ſuperficialibus, quàm ſolidis; neque apud noſtros, neq; apud Græcos (quem ſciam) ſatis ſcripſit quiſpiam: nec ipſe Pythagoras, ſiue Iamblicus, aut Nicomachus, à quibus Boëtius noſter, quicquid de Arithmeticis tradidit, mutuatus eſt: Iordanus autem, meo quidem iudicio, melius vtique egiſſet, ſi ab alijs omiſſa plenius tractaſſet, potiuſquàm in repetendis iys, quæ ab Euclide ſatis fuerant demonſtrata, fruſtra inſudaſſet: Nos igitur conabimur ea, quæ ſuper hiſce numerarijs formis, nobis occurrunt, exponere: multa interim faciliori via demonſtrantes, & ab alijs authoribus aut neglecta, aut non animaduerſa ſupplentes. Sed iam à diffinitionibus inchoantes, reliqua commodius exequemur.



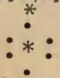
DIFFINITIONES.

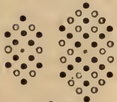
Vnitas eſt principium, & conſtitutrix omnium numerorum, conſtituens autem imprimis ſeipſam. Omnis igitur numerus aut eſt vnitas, quæ reſpondet puncto; quam punctum non habet partem in continuis, ſicut vnitas in diſcretis. Aut eſt linearis, qui reſpondet lineæ. Aut ſuperficialis, qui reſpondet ſuperficiei. Aut ſolidus qui ſolidum in geometricis imitatur Poſt vnitatem itaque primus linearium numerorum eſt Binarius: ſicut linea finita duo extrema ſortitur. Primus ſuperficialium ternarius; ſicut Triangulum figurarum geometricarum prima eſt. Primus ſolidorum quaternarius: quoniam pyramis triangula in numeris, ſicut eadem in continuis ſolidis prima eſt. Sicut igitur monas pũcto: ita dias lineæ: Trias ſuperficiei, ac tetras ſolido aſſimilatur. Linearium numerorum, Par eſt quẽ Binarius metitur. Impar vero, qui pari vnitatem addit, vel minuit. Superficialium autem primi generis numerorum, alij trianguli ſunt; Alij quadrati, Alij pentagoni, Alij Hexagoni, & Hexagonorum, alij Tetragonici. alij Aequianguli, à forma ſcilicet, in qua diſponuntur, numeroq; angulorum aut laterum vocati. Radices numerorum ſunt ꝙ ab vnitate, & ſecundum vnitatis crementum ſucceſſiue accreſcunt. Triangulus numerus eſt, in primo genere, q ex aggregatione radicum ab vnitate acceptarum conſtitutus triangulã formam acquirit. Quadratus autem, qui ex radice in ſe ducta procreatur. Pentagonus verò, qui ex quadrato, & triangulo præcedenti coniunctis quinque laterum acquirit figuram. Hexagonus tandem, qui pentagono adhuc triangulũ adiungens, ſextum lucrifacit latus Hæ itaque figuræ ex triangulis, & quadratis compaginantur. Nam Hexagonus æquiangulus ex vnitate & ſex multiplicato triangulo conſtruitur. Ex his ſuperficialibus formis totidem Pyramides, totidemque colũnę conficiuntur, qui ſolidi numeri merito vocantur. Nam Pyramis triãgula ex aggregatione triangulorum ab vnitate per ordinẽ ſumptorum fabricatur. Similiter & Pyramis quadrata, ex cumulo quadratorum: Pentagona, Pentagonorum: & Exagona, exagonorum ab vnitate continuatim ſumptorum erigetur. Vndeq; & duplex erit hexagona Pyramis, ſcilicet à ſuis ſingulæ hexagonis conſtructæ. Columna verò triangula ex ductu radicis in ſuum triangulum. Quadrata quæ cubus vocatur, ex ductu radicis in ſuum quadratum. Pentagona, ex ductu radicis in Pentagonum. Et hexagona vtriuſque ſpeciei ex radice

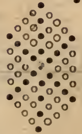
Radices.	Pares.	Impares.
1.	0.	1.
2.	2.	3.
3.	4.	5.
4.	6.	7.
5.	8.	9.
6.	10.	11.
7.	12.	13.
8.	14.	15.
9.	16.	17.
10.	18.	19.

in hexagonum multiplicata procreabitur. Sunt & numeri parte altera longiores, quorum quilibet fit ex ductu collateralis radicis in præcedentem. His ita ſe habẽtibus, dicendum eſt de eorum proprietatibus & colligantijs.

Hexagona æquiangula.







SCHOLIVM.

Ab his propagantur quincuplices Pyramides, & totuplices columnæ, in quibus omnibus poſitio vnitatum, aut triangularem, aut tetragonam ſeruat formam. Sed hexagonus æquilaterus hic reponi dignus eſt viſus, propter colligantiam, quam cum primo hoc genere formarum ſeruat: Reponetur & in ſecundo mox genere, quandoquidem conſtruitur ex centrali vnitate, & ex triangulo in laterum numerum ducto, hoc eſt ſexcupicato: & ipſius tam pyramis, quàm columna ſemper habet pro axe linearem numerum, ſiue radicem collateralem ex centralibus ſcilicet vnitatibus ſuperficierum compoſitam. Quæ omnia hîc in tabella per numerarios characteres, tam ad diffinitionum, quàm ad demonſtrandorum exempla exarabimus, ab vnitate vſque ad denarium procedere contenti.

FORMÆ NVMERARIÆ PRIMI GENERIS.

1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	3	3	4	2	5	6	4	5	6	7	8	10	12	7	14
3	4	5	6	9	6	12	15	10	14	18	22	27	36	45	19	57
4	6	7	10	16	12	22	28	20	30	40	50	64	88	112	37	148
5	8	9	15	25	20	35	45	35	55	75	95	125	175	225	61	305
6	10	11	21	36	30	51	66	56	91	126	161	216	306	396	91	546
7	12	13	28	49	42	70	91	84	140	196	252	343	490	637	127	889
8	14	15	36	64	56	92	120	120	204	285	372	512	736	960	169	1352
9	16	17	45	81	72	117	153	165	285	405	525	729	1053	1377	217	1953
10	18	19	55	100	90	145	190	220	385	550	715	1000	1450	1900	271	2710
Radices.	Pares.	Impares.	Trianguli.	Quadrati.	Parte altera longiores	Pentagoni.	Hexagoni pi.	Pyr. Δla.	Pyr. quadratę	Pyramides pẽtag. colũnę Δlæ	Pyramides hexag. primæ.	Cubi colum. quadrata pyramides hexag. æquiangula.	Columnæ pentagonæ.	Columnæ hexagonæ primę.	Hexd. æquanguli.	Columnæ hexæquiangulæ.

PROPOSITIO PRIMA.

QVOT *vnitates habet numerus quilibet, totum in ordine radicum locum ſortitur. Et è contrario, quotum in radicibus locum obtinet quiuis numerus, tot quoque complectitur vnitates.* Nam radices ab vnitate exordium capientes per ſingulos locos ſingulas acquirunt vnitates. Quapropter millenarius numerus, quoniam ex mille conſtat vnitatibus, milleſimus eſt in ordine radicum: Et viciſſim numerus, qui milleſimum in radicibus locum ſortitur, mille comprehendet vnitates, hoc eſt millenarius ipſe numerus erit. Et hoc

2ª eſt quod proponitur demonſtrandum.

Omnis datus numerus inuenitur in ordine radicum. Eſto datus numerus a. quicunque ſit, aio quòd a. numerus inuenitur in ordine radicum omnino. Habeat enim a. quotuis vnitates, vtputa mille. iam enim per præcedentem a. numerus milleſimum obtinebit in radicibus locum. Quod eſt propoſitum.

3ª *Radices ſingulæ duplicatæ conſtituunt pares ſingulos per ordinem.* Nam talia dupla menſurantur à binario: quandoquidem per binarium multiplicantur: & ideo per diffinitionem ſunt ipſi pares numeri; quorum primus ſemel, ſecundus bis, tertius ter; & ſic deinceps à binario menſu-

4ª rantur.

Impares ab vnitate per binarij appoſitionem ſucceſſiue fiunt. Nam vnitas binario appoſita, per differen. facit imparem, ſcilicet ternarium: Sed per præmiſſam pares numeri propagantur à binario per binarij crementum: & per differen. impares addunt paribus ſinguli ſingulis vnitatem: Igitur impares propagabuntur à ternario per idem binarij crementum (vt ſinguli ſingulos impares

5ª vnitate ſemper excedant.) Quod eſt propoſitum.

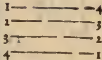
In ordine radicum impares & pares alternatim & inuicem ſuccedunt. Nam, per præmiſſam, impares ab vnitate per binarium creſcunt; quo fit vt in radicibus, vnitas, & vno ſemper intermiſſo numero, ſequẽtes ſint impares: per antepmiſſam verò, pares à binario per binarium creſcunt; quare in radicibus binarius, & vno ſemper intermiſſo, ſequentes ſunt pares. Sic ergo fit, vt impares, in imparibus, pares ſemper in

locis

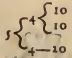
locis, paribus radicum inueniantur alternatim, ſicut proponitur.

Omnis radix cum radice præcedenti, facit ſibi collateralem imparem: cum ſequenti verò ſequentem. Nam binarius cum vnitate facit ternarium: cum ternario autem iunctus, facit binario maiorem: & ideo imparem ſequentem ſcilicet 5. per quartam præmiſſam. Rurſus, cùm ternarius coniunctus cum binario, faciat quinarium, imparem ſibi collateralem: Iam idem cum quaternario radice ſequenti faciet binario maiorem, hoc eſt, imparem ſequentem, per quartam præcedẽtem, qui ſeptenarius eſt. Eodemque modo in infinitum, ſicut propoſitio concludit. 6

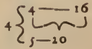
Omnis radix multiplicata in radicem ſequentem, producit duplum trianguli ſibi collateralis. Exempli gratia, ducatur quaternarius in ſequentem radicem, ſcilicet quinarium; & producuntur 20. Aio, quòd 20. duplus eſt ad triangulum ipſi quaternario collateralem. Sumantur enim ab vnitate ad quaternarium radices: quibus applicentur totidem & ordine præpoſtero ab vnitate radices, ſingulæ ſingulis: ſic enim fiet vt creſcentes cum decreſcentibus ſinguli ſingulis coniuncti numeri faciant quatuor ſummas æquales: hoc eſt quatuor quinarios. quare earum aggregatum erit planus numerus, qui fit ex ductu quaternarij in quinarium: & idcirco 20. erit talis planus. Duplus autem eſt planus ipſe ad triangulum quaternarij: quandoquidem, per diff. talis triangulus eſt aggregatum vnius dictorum ordinum: quod eſt dimidium plani: Igitur 20. duplus erit ad triangulum quaternarij. Et ſimiliter in omni caſu id quod proponitur demonſtrabimus. 7



Omnis triangulus duplicatus, efficit numerum parte altera longiorem ſequentem. Exempli gratia, triangulus quarti loci, eſt denarius. Aio, quòd 10. duplicatus efficit parte altera longiorem quinti loci. Nam per diff. talis parte altera longior producitur ex radice collaterali in præcedentem: ſcilicet ex 5. in 4. Sed per præmiſſam ex ductu 4. in 5. fit duplum trianguli quarti: Ergo tale duplum æquale eſt, parte altera longiori quinti loci. quod eſt propoſitum. 8

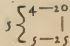


Omnis quadratus cum radice ſua coniunctus, conficit ſequentem parte altera longiorem. Exempli gratia, quadratus quarti loci eſt 16. eiuſque radix 4. Aio, quòd ſexdecim cum quatuor conficit parte altera longiorem quinti loci. 9

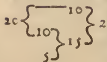


Nam per diffinitionem 4. multiplicatus in 4. producit quadratum ſuum ſcilicet 16. Et idem 4.ductus in 5. ſequentem radicē, producit parte altera lõgiorem quintum,ſcilicet 20.Sed talia duo producta differunt quaternario : quoniam multiplicantes differunt vnitate. Igitur 16.cum 4.efficit 20. hoc eſt,quadratus cum radice parte altera longiorem quintum. quod fuit demonſtrandum.

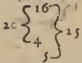
10ª *Omnis parte altera longior cum radice collaterali coniunctus, conflat collateralem quadratum.* Exempli gratia: Parte altera longior quinti loci eſt 20. Aio,quòd 20.cum 5. facit quadratum quintum. Nam, per diffi.talis parte altera longior fit ex 4.in 5.dictus verò quadratus fit ex 5.in ſe. Sed talia producta differunt quinario multiplicante: quoniam multiplicati differunt vnitate. Igitur 20. cum quinario conficit reliquum productum,ſcilicet quadratum quinarij : quod fuit demonſtrandum.



11ª *Omnis triangulus cum præcedenti triangulo coniunctus perficit quadratum ſibi collateralem.* Exempli gratia: Triangulus quintus ſcilicet 15. cum triangulo præcedenti ſcilicet 10. perficit quadratum quintum. Nam, 15. per diff. trianguli conſtat ex præcedenti Δ^{lo} & radice 5.Igitur aggregatum taliū duorum triangulorum cōſtat ex tali radice,& duplo Δ^{li} præcedentis,hoc eſt,ex 5. & duplo ipſius 10. Sed duplum ipſius trianguli 10.per antepræmiſſam eſt parte altera lõgior quintus: Ergo dictum triangulorum aggregatum,æquale erit aggregato ex parte altera longiore quinto, & ex radice quinta. Per præcedentem autem, parte altera longior quintus cum radice 5ª conflat quintum quadratum: Igitur dictum triangulorum 15. & 10. aggregatum, perficit Quadratum quintum: quod eſt propoſitum.

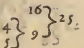


12ª *Omnis quadratus cum radice ſua,& cum radice ſequenti coniunctus,conſummat quadratum ſequentem.* Exempli gratia: Quadratus quarti loci ſcilicet 16. cum radice ſua ſcilicet 4. & cum radice ſequenti 5.compoſitus,conſummat quadratū ſequentis loci ſcilicet 25. Nam per nonam præcedentem, quadratus quartus cum radice ſua coniunctus, efficit quintum parte altera longiorem: per decimam verò præmiſſam, quintus parte altera longior conflet iunctus cum quinta radice, quintum quadratum. Igitur quartus quadratus cum 4ª & 5ª radicibus acceptus conficit $\square^{tū}$. quintum : ſicut proponitur.

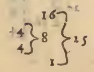


Omnis

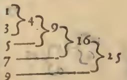
Omnis quadratus cum impari ſequente coniunctus, conſtituit 13ª
quadratum ſequentem. Exempli gratia: Quartus quadratus ſcilicet 16. cum impare quinti loci, ſcilicet cum 9. coniunctus, efficiet quintum quadratum. Nam per ſextam præmiſſarum, radix quarta cum quinta componunt imparem quintum: cumque per præcedentem, quadratus quartus, cum quarta & quinta radicibus, pariter ſumptus, efficiat quadratum quintum, ſequitur; vt idem quadratus quartus cum impare quinto, hoc eſt 16. cum 9. conſtituat quadratum quintum ſcilicet 25. ſicut concludit propoſitio.



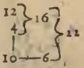
Omnis quadratus cum duplo ſuæ radicis & vnitate coniun- 14ª
ctus conſtruit quadratum ſequentem. Exempli gratia: Quartus quadratus ſcilicet 16. cum duplo ſuæ radicis, hoc eſt, cum 8. & vnitate coniunctus efficit quadratum ſequentem. Nam per 3^a huius, duplus radicis quartæ, eſt par quinti loci: cui ſi addatur vnitas, fit per diff. impar quintus. Igitur talis duplus cum vnitate, eſt impar quintus. Verùm, per præcedentem, quartus quadratus cum quinto impare conſtituit □um ſequentem. Igitur & quartus quadratus cum dicto duplo & vnitate coniunctus: hoc eſt, 16. cum 8. & 1. conſtruit quadratum quintum ſcilicet 25. quod eſt propoſitum.



Ex aggregatione imparium numerorum ab vnitate per ordi- 15ª
nem ſucceſſiuè ſumptorum, conſtruuntur quadrati numeri continuati ab vnitate, ipſiſq; imparibus collaterales. Nam per antepræmiſſam, vnitas imprimis cum impari ſequente facit quadratum ſequentem ſcilicet, 4. Et ipſe 4. quadratus ſecundus, cum impari tertio ſcilicet 5. facit quadratum tertium, ſcilicet 9. Itemque 9. quadratus tertius cum impari quarto ſcilicet 7. facit quadratum quartum, ſcilicet 16. & ſic deinceps in infinitum, ſemper 13ª repetita propoſitum demonſtratur.



Omnis Pentagonus conſtituitur ex triangulo & parte altera 16ª
longiore collateralibus coniunctis. Nam per diffinitionem ipſe, exempli gratia, pentagonus quartus, 21. fit ex □to 4o & Δlo tertio coniunctis, hoc eſt ex 16. & 6. Sed per 10ª huius, parte altera longior quartus, ſcilicet 12. cum radice quarta, ſcilicet 4. conficit □tum quartum. Et per diff. trianguli, triangulus quartus conſtat ex Δlo 3o & ex radice quarta. Igitur & Pentagonus quartus conſtituetur ex parte altera longiore quarto, ſcilicet 12. & ex Δlo quarto ſcilicet 10. ſicut proponitur demonſtrandum.



17 *Omnis item pentagonus conſtruitur ex triplo præcedentis trianguli, & ex collaterali radice, coniunctis.* Exempli gratia: pentagonus quartus. ſcilicet 22. fit ex triplo tertij Δ^{li}, ſcilicet ex 18. & ex radice 4^{a} .ſ.4. Nam per diffinitionem, pentagonus quartus ſcilicet 22. fit ex Δ^{lo} præcedenti tertio & ex quadrato quarto. Quadratus autem quartus ſcilicet 16. per 11^{a} huius, conſtat ex Δ^{lo} tertio 6. & ex Δ^{lo} quarto 10. coniunctis: & Δ^{lus} quartus ex diff. Δ^{li}, conſtat ex Δ^{lo} tertio, & ex radice 4^{a} coniunctis. Igitur & Pentagonus 4ꝰ conſtabit ex tribus triangulis tertijs, & ex radice quarta: quod eſt propoſitum. Vel ſic: q̄m per præcedentem, Pentagonus 4ꝰ conſtabat ex parte altera longiore quarti loci, & ex Δ^{lo} quarto: & per 8^{a} huius, parte altera longior 4ꝰ æquiualet duobus triangulis tertijs: & Δ^{lus} quartus æquiualet Δ^{lo} 3° & radici quartæ: iam & pentagonus 4ꝰ æquiualebit tribus Δ^{lis} tertijs & radici $4^{æ}$ quod eſt propoſitum.

$$22\begin{cases}16\begin{cases}6\\6\\4\end{cases}\;10\\6\end{cases}\qquad 22\begin{cases}12\begin{cases}6\\6\end{cases}\\10\begin{cases}6\\4\end{cases}\end{cases}$$

18 *Omnis hexagonus primus conſtat ex præcedenti triangulo, & inſuper ex iis omnibus, ex quibus collateralis pentagonus conſtare oſtenſus eſt.* Nam, cùm per diffinitionem pentagonus, vnà cum præcedenti triangulo conſtituat collateralem hexagonum, ſequitur vt hexagonus ipſe conſtet ex dicto iam triangulo, & ex iis ſimul, ex quibus per duas præcedentes, conſtare oſtenſus eſt Pentagonus. Sicut propoſitio præſens concludit.

19 *Omnis hexagonus fit ex quadrato collaterali, duploq́ præcedentis trianguli.* Exēpli gratia, hexagonus primus quarti loci ſcilicet 28. fit ex quadrato quarto, ſcilicet 16. & duplo præcedentis trianguli, ſcilicet 6. Nam per diffini. hexagonus conſtat ex pentagono collaterali, & ex præcedenti Δ^{lo}. Pentagonus autem ex quadrato, & ex præcedenti triangulo. Igitur hexagonus conſtabit ex quadrato, & ex duobus præcedentib. triangulis: quod eſt propoſitum.

$$\left.\begin{matrix}\left.\begin{matrix}16\\6\end{matrix}\right\}22\\6\end{matrix}\right\}28$$

20 *Omnis radix ducta in imparem collateralem producit hexagonum primum collateralem.* Exempli gratia: radix quarta ſcilicet 4. multiplicans quartum imparem, ſcilicet 7. facit collateralem hexagonum primum, ſcilicet 28. Nam radix 4. in ſe ducta, facit quadratum 4^{ti} ſcilicet 16. Et eadem radix 4. in præcedentem radicem ſcilicet 3. ducta facit per 7^{a} huius, duplum trianguli tertij, ſcilicet 6. Sed per præcedentem, tale $\square^{tū}$ cum duplo talis trianguli perficiunt ſimul hexagonum primum 4^{i} loci. Ergo radix 4. ducta in ſe, & ducta in 3. hoc eſt

$$4\begin{cases}4\text{—}16\\3\begin{cases}6\\6\end{cases}\end{cases}$$

ducta

ducta in 7. 4^{u} imparem, per 6^{a} huius, procreabit hexagonum
primum 4^{i} loci; quod eſt propoſitum.

Si ex radicibus ab vnitate diſpoſitis ſumantur tres, vel quinq; 21
vel ſeptem, vel ſub quauis impari multitudine ab vnitate conti-
nuati numeri: tunc illorum aggregatum æquale erit ei, qui fit ex
ductu medij in poſtremum. Exempli gratia: capiantur ſeptem 1.7
radices ſic 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. quorum medius eſt 4us ſcilicet 4. 2.6
Aio igitur, ꝙ horum 7. numerorum aggregatum æquale erit 3.5
ei quod fit ex multiplicatione medij ſcilicet 4. in poſtremum 4.4—7—28.
ſcilicet 7. ꝙ ſic oſtenditur. Aſſocientur propoſitis radicibus 5.3
totidem ſinguli ſingulis æquales, ſed ordine præpoſtero, ap- 6.2
plicati numeri: ſic fiet, vt crementa decremẽtis compenſata 7.1
faciant combinationes ſingulas æquales: vtque bini medij ab
extremis æquidiſtantes ſcilicet 4. & 4. ſint inuicem æquales.
Quare congeries totalis amborum ordinum erit planus nu-
merus, qui fit ex ductu octonarij in ſeptenarium: quæ ſunt
latera plani. Igitur & ſumma vnius ordinis, quæ dimidiũ eſt
totalis cumuli producetur ex 4. in 7. hoc eſt ex medio nume-
rorum in poſtremum. Quod fuit demonſtrandum.

Omnis radix media inter vnitatem & imparem in ordine ra- 22
dicum, multiplicata in talem imparem, producit triangulum im-
paris eiuſdem collateralem. Exempli gratia, capiantur, ſicut
in præcedenti, quotuis imparis $mult^{tis}$ radices ab vnitate cō- 1
tinuate 1.2.3.4.5.6.7. ſeptem ſcilicet. Aio, quòd in his radix 2—3—6.
æqualiter remota ab vnitate & impari: vt 2. qui æquidiſtat 3
ab vno, & a 3. multiplicata in 3. producit collateralem ipſius
3. triangulum. Nam, per præcedentem, 2. qui medius eſt
ipſorum 1. 2. 3. trium ſcilicet ab vnitate radicum, ductus in
poſtremum, ſcilicet 3. producit aggregatum ipſorum 1. 2. 3. 1
Sed tale aggregatum, per diffinitionem, eſt triangulus collate- 2
ralis poſtremæ radicis 3. Igitur 2. ductus in 3. producit Δ^{lu} col 3—5—15
lateralem ipſius imparis ſcilicet 6. quod eſt propoſitum. Item 4
3. radix æquè remota ab vnitate, & à quinario ducta ĩ quinq;, 5
producit 15. triangulum. ſ. collateralem quinarij: quia. ſ. per
præcedentem procreat aggregatum ex ipſis 1. 2. 3. 4. 5. quod 1
eſt ipſe triangulus, ſicut proponitur. Adhuc 4. radix æquè 2
diſtans ab vnitate & à 7. in 7. ipſum multiplicata generat 28. 3
Δ^{lu}. ſ. collateralẽ ipſius ſeptenarij: quandoquidem per præce- 4—7—28.
dentem, producit aggrauatum ex ipſis 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. ipſum 5
videlicet triangulum. Et ſic deinceps, arguendo per pręceden- 6
tem, & per diff. trianguli confirmatur propoſitum. 7

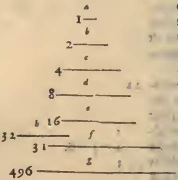
Hexa-

23ª *Hexagoni primi ab vnitate continuati per ordinem, ſunt & trianguli numeri locorum imparium.* Nam per 20ª huius, radices ſingulæ in ſingulos impares multiplicatæ, producunt per ordinem hexagonos ipſos. At per præcedentem, radices ſingulæ in ſingulos item impares ductę, procreant triangulos imparium collaterales per ordinem. Igitur & trianguli imparium locorum ſunt & hexagoni per ordinem continuati: ſicut demonſtrandum proponitur.

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd omnis hexagonus tetragonicus eſt & triangulus numerus.

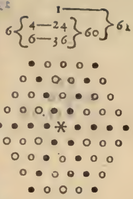
24ª *Omnis numerus perfectus eſt hexagonus tetragonicus ſiue primus.* Hoc nos ſic demonſtrabimus. Exponantur ab vnitate continuati numeri pariter pares, hoc eſt, in proportione continua dupla a. b. c. d. e. quorum aggregatum ſit numerus primus, qui ſit f. & ex e. poſtremo in f. producatur g. qui per vltimam noni elementorum Euclidis, erit numerus perfectus. Oſtendendum igitur eſt, quòd g. hexagonus eſt, non æquiangulus, hoc pacto. Sit ipſius e. duplus ipſe h. Er tunc ſi ab ipſo b. ſecundo, & ab ipſo h. dematur primus, ſcilicet vnitas, erit per penultimam noni prædicti, ſicut reſiduum ipſius b. ad vnitatem, ſic reſiduum ipſius h. ad aggregatum ipſorum a b c d e. Sed reſiduum ipſius b. eſt vnitas, & perinde æqualis vnitati: Igitur & reſiduum ipſius h. æquale erit aggregato ipſorum a b c d e. hoc eſt, ipſi f. Verùm ſi ab ipſo h. duplo ipſius e. & perinde numero pari ſubtrahatur vnitas, iam ſupereſt numerus impar collateralis ipſius e. in radicibus: Ergo talis impar eſt ipſe f. Quare per 20ª huius, e. radix multiplicans ipſum f. collateralem imparem, generat hexagonum ſibi collateralem. Fuit autem tale productum ipſe numerus g. omnino igitur & g. numerus hexagonus eſt. quod demonſtrandum fuit.



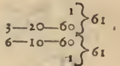
25 *Omnis numerus perfectus eſt triangulus.* Nam per præcedentem, omnis numerus perfectus eſt hexagonus primus. Per corollarium autem antepræmiſſæ, omnis hexagonus talis eſt, & triangulus: Igitur & omnis numerus perfectus eſt triangulus, ſicut propoſitio concludit.

26 *Omnis radix ſexcuplicata & cum vnitate, cumq́; ſexcuplo præcedentis trianguli coniuncta, conſummat hexagonum æquiangulum ſequentem.* Exempli gratia: Sumatur 4. qui quarta radix

radix eſt ; & tertius triangulus, ſcilicet b. Aio, quòd 4. ſexcuplicatus ſcilicet 24. cùm vnitate, & cum ſexcuplo ipſius 6, ſcilicet 36. coniunctus, conficit hexagonum æquiangulum ſequentem, ſcilicet 61. Nam radix quarta cum tertio triangulo, per dif. Δ^{li}, conficit quartum triangolum. Igitur ſexcuplum quartæ radicis cum ſexcuplo tertij Δ^{li}. ſimul efficiunt ſexcuplum quarti trianguli. Quare vnitas cum ſexcuplo 4ª radicis, & ſexcuplo tertij trianguli ſimul, ſunt æqualia aggregato ex vnitate & ſexcuplo quarti trianguli. verùm tale aggrauatum, per diffinitionem ipſius hexagoni, conſtituit ipſum hexagonum quintum. Ergo hexagonus quintus conſtruitur ex vnitate, ſexcuplo radicis quartę, & ſexcuplo tertij Δ^{li}. quod eſt propoſitum.



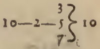
Omnis parte altera longior triplicatus & cum vnitate coniunctus, conficit hexagonum æquiangulum collateralem Exempli gratia: Quintus parte altera longior eſt 20. huius triplum ſcilicet 60. cum vnitate efficit quintum, de quo loquimur, hexagonum ſcilicet 61. Nam per diffi. Hexagonus quintus conſtat ex vnitate & ſexcuplo 4ⁱ trianguli, ſcilicet 10. Quintus autem parte altera longior, per 8ª huius, conſtat ex duobus quartis triangulis. Sequitur ergo, vt ſex quarti trianguli æqualeant tribus parte altera longioribus quinti loci : vtq; hexagonus quintus conflctur ex tribus parte altera longioribus & ex vnitate: ſicut proponitur. 27



COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd omnis quadratus cum radice ſua coniunctus & inde triplicatus, ac mox cum vnitate poſitus, conficit hexagonum æquilaterum ſequentem. Nam per nonam huius, quadratus cum radice ſua æqualet parte altera longiori ſequenti. vnde corollarium conſtat ex præmiſſa.

In tribus numeris æquali exceſſu creſcentibus, congeries extremorum æqualis eſt duplo medij. Exempli gratia, tres numeri 3. 5. 7. binario creſcentes ſint. Aio quòd extremi ſcilicet 3. cum 7. faciunt duplum ipſius 5. Nam, quanto 3. minor eſt quàm 5. tanto 7. maior, quæ 5. per hypotheſim. Exceſſus itaque binarij reſarcit eiuſdem defectum ; & perinde excedens cum deficiente, hoc eſt tertius cum primo faciunt duplum medij : quòd eſt propoſitum. 28



In tribus

29 *In tribus triangulis continuatis in ordine triangulorum, congeries extremorum vnitate excedit duplum medij.* Exempli gratia, tres capiantur continui trianguli, vtpute tertius, quartus, & quintus ſcilicet 6.10.15. Aio, quòd extremorum 6.& 15.vnitate ſuperat duplum medij ſcilicet ipſius 10. Nam in his quartus Δ^{r} ſua radice excedit tertium, hoc eſt, quaternario: Quintus autem quartum quinario, ſicut ratio diffinitionis poſtulat. Minuatur vnitas de quinto: & ſupereſt 14: fietque vt 6.10.14.æquali cremento procedant: ſcilicet quaternario creſcentes. Quare, per pręmiſſam 6.cum 14.duplum faciũt ipſius 10.Igitur 6.cum 15.vnitate duplum prædictum excedẽt.& ſimiliter hoc ipſum in omnibus tribus continuatis Δ^{lis} oſtendam: ſicut demonſtrandum proponitur.

21 { 6, 10, 15. 14.

PROPOSITIO 30ª.

Omnis triangulus quadruplicatus & cum vnitate coniunctus, efficit aggregatum collateralis & ſequentis quadratorum. Exempli gratia: triangulus 4ª, ſcilicet 10. quadruplicatus cum vnitate facit 41. aggregatum ſcilicet quadratorum quarti & quinti. Applico enim Δ^{lo} propoſito præcedentem $\Delta^{lũ}$ & ſequentem, ſcilicet tertium & quintum ſic 6.10.15. atque ita per 11ª propoſitionem huius, conſtabit, quod quartus quadratus fiet ex congerie ipſorum 10.& 6.quarti & tertij triangulorum: Et ſimiliter, quòd quintus quadratus fiet ex cumulo ipſorum 15.& 10.quinti & quarti Δ^{lorum} Quo fit, vt aggregatum talium quarti & quinti quadratorum, quod eſt 41.conſtet ex congerie Δ^{lorum} extremorum.& ex duplo medij: Sed per præcedentem, congeries extremorum æquiualet duplum medij & vnitatẽ. Igitur aggregatum ex quarto & quinto quadratis conſtabit ex quadruplo Δ^{li} medij & ex vnitate. Hoc eſt, ipſe Δ^{r} medius, quartus in hoc caſu, ſcilicet 10. quadrupliciter cum vnitate conficiet aggregatum ex quarto, & quinto quadratis 25. ſcilicet & 16. ſicut demonſtrandum proponitur.

6 } 16 } 41
10 }
15 } 25 }

PROPOSITIO 31ª.

Omnis quadratus cum præcedenti quadrato, & cum ſibi collaterali parte altera longiori coniunctus, conſummat hexagonũ æquiangulum ſibi collateralem. Exempli gratia: Quadratus quintus eſt 25. quartus præcedens 16. parte altera longior quintus 20. Aio, quòd horum aggregatum conſummat hexagonum æquiangulum quintum. Nam, per præmiſſam, aggregatum ex quinto & quarto quadratis, æquiualet quadruplo trianguli quarti cum vnitate iuncto. Per octauam

16 } 41 } 61
25 }
20 — 20

uam

uam autem huius, parte altera longior quintus æquiualet duplo trianguli quarti. Ergo aggregatum ex quinto & quarto quadratis, & ex parte altera longiori quinto, æquiualet ſexcuplum trianguli quarti & vnitatem. verùm tale ſexcuplum cum vnitate cõſtituit hexagonum æquiangulum quintum, ſicut eius diffinitio ſupponit: Igitur hexagonus æquilaterus quintus conſummabitur ex aggregato quinti & quarti quadratorum, & quinti parte altera longioris: quod fuit oſtendendum. Similiter in omni caſu procedam propoſitum demonſtrans.

PROPOSITIO. 32[a].

Omnis hexagonus tetragonicus cum præcedenti quadrato coniunctus complet hexagonum æquiangulum ſibi collateralem.

Nam, niſi diffinitiones oblitus es, Hexagonus tetragonicus ſiue primi generis vocetur, conſtituitur ex quadrato collaterali, & ex duplo $\triangle^{li}$ præcedentis: Exempli gratia hexagonus talis quinti loci, ſcilicet 45. fit ex quinto quadrato 25. & ex duplo trianguli quarti 10. Sed tale duplum, per octauã huius, eſt parte altera longior quintus ſcilicet 20. ergo hexagonus tetragonicus quintus æquiualet aggregatũ ex quinto quadrato, & quinto parte altera longiore. verùm per præmiſſam quintus quadratus, cum quarto quadrato, & cum quinto parte altera longiore conſummat hexagonum æquilaterum quintum. Igitur hexagonus tetragonicus quintus cum quadrato quarto conflabit hexagonum æquiangulum quintum: quod fuit demonſtrandum. Et ſimiliter in omni caſu demonſtrabo propoſitum.

45 { 10, 10 } 20; 25; 16 } 61

PROPOSITIO. 33[a].

Sunt plerique numeri quadrati, qui coniuncti quadratum numerum faciunt. Sumatur enim quilibet in ordine imparium quadratus: namque his cum præcedenti quadrato in ordine quadratorum ſumpto cõiunctus, per 13[a] huius, quadratum conficit. Exempli gratia. 9. quadratus, quintus in ordine imparium, cum quadrato quarto 16. conficit 25. quadratum quintum. Item 25. quadratus, tredecimus impar cum duodecimo quadrato ſcilicet 144. coniunctus, conficit 169. quadratum videlicet tredecimum. Idemque ſemper fit in oĩ quadrato impari. Conſtat ergo per 13[a] veritas propoſiti. Et aliter ſic: ſumantur duo inæquales quadrati numeri, aut ambo pares, aut ambo impares, ſiue duo plani ſimiles a b. & b c. qui cũ parem numerum faciant, iam totius a c. dimidius

9, 16 } 25

25, 144 } 169

par erit.

a	b	d	c
9		5	17

e: 225 — f: 64 — g: 289

par erit. Eſto igitur ipſe dimidius a d. qui iam excedit ipſum a b. numerum ipſo b d. ducatur numerus a b. in ipſum b c. & fiat e. igitur quadratus numerus erit e. per primam noni elemētorum. Quandoquidem ex ductu quadratorum ſeu ſimilium planorum fit. Sit deinde □^{us} ipſius b d. ipſe f. numerus. Ac denique ipſius a d. vel d c. quadratus ipſe g. numerus. Sic enim, per quintam ſecundi elementorum ad numeros redactam, conſtabit quòd ipſorum, e f. quadratorum aggregatum eſt æquale ipſi g. quadrato. Cōſtat ergo rurſus propoſitū.

PROPOSITIO 34^{a}.

Omnis pyramis triangula cum præcedenti pyramide triangula coniuncta, conſtruit pyramidem quadratam ſibi collateralem. Nam facilitatis gratia, capiatur pyramis quinta conſtans per diff. ex quinque triangulis. 1. 3. 6. 10. & 15. & pyramis quarta cōſtans ex 4^{or} triangulis. 1. 3. 6. 10. Aio, quòd horū aggregatum facit pyramidem □^{am} quintā. Nam per 11ª huius, ſecundus triangulus ab vnitate ſcilicet 3. cum vnitate facit 2^{ū} quadratum ſcilicet 4. Item 2^{9} & 3^{9} trianguli, ſcilicet 3. & 6. faciunt 3^{ū} □^{tū} ſcilicet 9. Item 3^{9} & 4^{9} Δ^{li} ſcilicet 6. & 10. faciunt 4^{ū} □^{tū} ſcilicet 16. Adhuc 4^{9} & 5^{9} triāguli 10. ſcilicet & 15. faciūt quintum quadratum 25. igitur vnitas, & aggregata talium quadratorum conſumant quinque per ordinem ab vnitate quadratos: & ideo, per diffin. conſtruunt ipſam □^{ti} quintam pyramidem: idemque ſimiliter, in omni exemplo, cuiuslibet pyramidis Δ^{li} & præcedenti demonſtrabo, per 11^{a} huius arguendo toties, quoties combinātur Δ^{li}. Quare pyramis quinta Δ^{la} ſcilicet 35. cum præcedenti pyramide Δ^{la} ſcilicet 20. conſtruūt 55. pyramidem □^{ti} quintā. Quod eſt propoſitum.

	1 ..	1
1—	3 ..	4
3—	6 ..	9
10—	10 ..	16
10—	15 ..	25
20.	35.	55

PROPOSITIO 35^{a}.

Omnis pyramis pentagona conſtituitur ex pyramide triangula collaterali, & ex duplo præcedentis. Cum per diff. Pentagona pyramis conſtruatur ex pentagonis ab vnitate per ordinē aggregatis: iā, exēpli grā, quinta pyramis pentagona conſtabit ex vnitate, & quatuor ſequentibus pentagonis ſuperficiabus. Quatuor aūt tales pentagoni, per diffin. fiūt ex coniunctione quatuor collateralium quadratorum, & quatuor præcedentium Δ^{lorū} ſinguli ſingulorum. Quadrati quoque tales 4^{or} per 11^{a} huius conſtāt ex coniunctione quatuor collateralium Δ^{lorū} & totidem præcedentium Δ^{lorū}. igitur quinta pyramis pentagona conſtabit ex aggregatione vnitatis quatuor ſequentium triangulorum, duplici totidem præcedentiū triangulorum.

		1—	1
1 .	1 .	3—	5
3 .	3 .	6—	12
6 .	6 .	10—	22
10 .	10 .	15—	35
20 .	20 .	35—	75

gulorum. Sed per diffi. vnitas, & quatuor ſequentes Δ^{li} faciūt pyramidem Δ^{lam} quintam: & quatuor præcedentes Δ^{li} faciunt Δ^{lam} pyramidem quartam. Ergo quinta pyramis pentagona conſtruitur ex aggregatione pyramidis Δ^{lis} quintæ, duploque 4^{æ}. Quod eſt propoſitum. Similis eſt cœterorum locorum demonſtratio.

P R O P O S I T I O 36^{a}.

Omnis pyramis pentagona conflatur ex pyramide quadrata collaterali, & ex pyramide Δ^{la} præcedenti. Nam, cum exempli gratia, pyramis pentagona 5^{a} per præcedentem, æquiualet aggregato ex quinta Δ^{la} pyramide, & ex duplo pyramidis $\Delta^{læ}$ quartæ: & per ante præmiſſam, pyramidis $\Delta^{læ}$ quintæ, & pyramidis triangulæ quartæ cumulus conſtruat pyramidem quadratam 5^{a}, ſequitur vt cōgeries pyramidis quadratę, quin tę cum pyramide triangula quarta conficiat pyramidem pentagonam 5^{a}. & ſimili argumento omnis pyramis pentagona fiet ex pyramide □^{ra} collaterali, & ex pyramide quadrangula præcedentis, ſicut proponitur.

75 { 20, 20, 35 } 55

pyr. pē tag. 5. { 4. pyr. Δ^{la}, 4. pyr. Δ^{la}, 5. pyra. triang. } 5. pyram. triág.

P R O P O S I T I O 37^{a}.

Omnis pyramis hexagona tetragonica conſtituitur ex pyramide pentagona collaterali, & ex pyramide triangula præcedenti. Exempli gratia, oſtendam ꝙ pyramidis hexagona quinta æqualet aggregato duarum pyramidum, ſcilicet pentagonæ collateralis, & triangulæ quartæ: ſic per diffin. pyramidis hexagona quinta coaleſcit ex vnitate & ex quatuor hexagonis ſuperficialibus ſequentibus: tales autem hexagoni, per diff. ſinguli ex quatuor pentagonis collateralibus, & ex totidem præcedentibus triangulis. Cumque vnitas & quatuor pentagoni ſequentes per differen. faciunt quintam pyramidem pentagonam & quatuorque triangul præcedentes conficiant quartam pyramidem triangulum: Iam pyramis hexagona quinta, ſcilicet 95. conflabitur ex Pyramide pentagona quinta ſcilicet 75. & ex pyramide triangula quarta, ſcilicet 20. & ſimiliter per aliis locis accommodabitur demonſtratio propoſiti.

	1 ——	1
1.	5 ——	6
3.	12 ——	15
6.	22 ——	28
10.	35 ——	45
20.	75.	95.

P R O P O S I T I O 38^{a}.

Omnis pyramis hexagona tetragonica conſtat ex pyramide triangula præcedenti; & inſuper ex ijs, ex quibus pentagona pyramis collateralis cōſtare oſtenſa eſt. Cū enim, per præcedētem, pyramidis hexagona, exempli gratia, quinti loci cōſtet ex Δ^{li} pyramide 4^{a} & ex pyramide pentagona q̄nta, & pētagona

pyramides

35 pyramidis quinta, per 3 5ª conſtet ex pyramide triangula
95 { 20 quinta,& ex duplo pyramidis triãgulæ quartæ. Iam ſequitur
20 vt pyramidis hexagona quinta conſtet ex pyramide triangula
20 quinta,& ex triplo pyramidis triangulæ 4^a. Et ſimiliter, cum
per ante præmiſſam pyramis pentagona 5ª conſtetur ex py-
55 ramide □^{ta} quinta, & ex pyramide triangula quarta: & per
95 { 20 præmiſſam pyramis hexagona 5ª ſuperaddat pyramidi pen-
20. tagonæ $5^{æ}$ pyramidem triangulam quartam: non minus ſe-
quitur vt pyr^{is} hexagona quinta æquiualeat aggregatum ex
pyr^{de} quadrata quinta, duploq; triãgulæ pyramidis quartæ;
ſicut præſens propoſitio concludit.

Propoſitio. 39^a.

Omnis pyramis hexagona æquiangula conſtat ex radice collaterali, tanquàm axe, & ex pyramidis triangulæ præcedentis ſexcuplo. Hæc propoſitio facillime demonſtratur ex ipſius
1. pyramidis hexagonæ,& hexagoni ſui diffinitionibus. Exépli
1. 6. 1.7. gratia, pyr^{is} hexagona æquiangula 5^i loci, ſcilicet 125. per
6 { 3. 18.1.19. diff. conſtat ex vnitate & ex quatuor ſequentibus hexagonis
6. 36.1.37. æquiangulis. tales autem hexagoni per diff. ſinguli conſtant
10.60.1.61. ex ſingulis vnitatibus & ex præcedentibus △^{lis} ſingulis ſexcu-
plicatis. Verùm ſinguli tales △^{li} (qui ſunt quatuor ab vni-
125. tate) conſtruunt, per diff. pyramidem triangulam 4^a: & perinde ſexcuplicati conſtruunt ſexcuplum pyramidis triangulæ quartæ. Igitur dicta pyramis hexagona 5^a conſtabit ex quinque vnitatibus, 5^a ſcilicet radice, & ex pyramidis triangulæ quartæ ſexcuplo: eſtq; talis radix quaſi axis ipſius pyramidis conſtans ex vnitate verticali, ac quatuor vnitatibus centralibus hexagonorum pyramidem ipſam integrantium. Et ſimiliter per quotcunque pyramide, ſicut pro 5^a factum eſt, ratiocinari poſſumus ad demonſtrationem propoſiti.

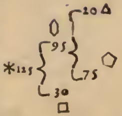
Propoſitio. 40^a.

Omnis pyramis hexagona æquiangula conſtruitur ex aggregato pyramidis hexagonæ tetragonicæ collateralis & præcedentis pyramidis quadratæ. Exempli gratia: pyramis hexagona
1—1
1. 6—7 æquiangula 5^i loci fiet ex congerie pyramidis hexagonæ te-
4. 15—19 tragonicæ $5^æ$, & pyramidis □^{tæ} quartæ. Nã per diffi. pyramis
9. 28—37 hexagona æquiangula 5ª conſtat ex vnitate, & ex 4^{or} ſequen-
16.45—61 tibus hexagonis æquiangulis. Tales autem 4^{or} hexagoni ſin-
guli, per 32^{am} huius propoſitionem, conſtat ex ſinguls hexa-
30.95—125 gonis tetragonicis collateralibus, & ex ſingulis quatuor
præcedentibus quadratis. Verùm vnitas cum quatuor dictis
hexagonis

hexagonis tetragonicis conſtruunt,per diffi pyramidem hexagonam tetragonicam quintam: & dicti quatuor quadrati ab vnitate,conſtituunt pyramidem quadratam quartam. Igitur pyramis hexagona æquiangula quinta cõſtabitur ex pyramide hexagona tetragonica quinta, & ex pyramide quadrata quarta:quod erat demonſtrandum. Similiter per 32ª & diffinitiones in cæteris locis, verificatur propoſitum.

PROPOSITIO 41ª.

Omnis pyramis hexagona æquiangula æqualis eſt aggregato trium pyramidum,ſcilicet pentagonæ collateralis, ac triangulæ & quadratæ præcedentium. Exempli gratia,dico quòd pyramis hexagona æquiangula quinti loci.ſ.125. æquiualet tres pyramides.ſ.pentagonam quintam 75. vnà cum triangula quarta, ſcilicet 20.& quadrata quarta, ſcilicet 30. Nam per præcedentem,pyramis hexagona æquiangula quinta æquiualet duas pyramides,ſcilicet hexagonam tetragonicam collateralem 95. & quadratam quartam, ſcilicet 30. Per 37ª autem propoſitionem huius, hexagona tetragonica quinta æquiualet duas, ſcilicet pentagonam quintam & triangulam quartam pyramides, ſcilicet 75.& 20. Igitur hexagona æquiangula quinta æquiualebit tres, ſcilicet pentagonam quintam, triangulam quartam,& quadratam quartam, ſicut fuit demonſtrandum: & eodem ſyllogiſmo in omni caſu conſtabit ſemper propoſitum.



PROPOSITIO 42ª.

Omnis columna quadrata, ſiue cubus, componitur ex duabus columnis triangulis, ſcilicet collaterali & præcedenti, & ex præcedenti triangulo. Exempli cauſa, dico, quòd cubus quintus ſcilicet 125. componitur ex duabus columnis triangulis, ſcilicet quinta 75.& quarta,ſcilicet 40. & ex triangulo quarto, ſcilicet 10. Nam,per diff. cubus talis conficitur ex quinque quadratis quintis: tales autem quadrati, per vndecimam huius, conſtant ex quinque triangulis quintis & ex totidem quartis. Verùm quinque trianguli quinti, per diff. faciunt columnam triangulam quintam: quinque autem trianguli quarti, faciunt columnam triangulam quartam & vnum triangulum quartum. Igitur cubus aſſumptus quinti loci æquiualebit aggregatum duarum pyramidum triangularum quintæ & quartę, & trianguli quarti: ſicut demonſtrandum fuit. Et ſimili argumento, quod pro quinto loco, pro quocunque alio procedam ad confirmandum propoſitum.

10—10.15—25
10.15—25
10.15—25
10.15—25
10.15—25
10. 40. 75—125

X PRO-

PROPOSITIO 43.

10——25—35
10.25—35
10.25—35
10.25—35
10.25—35
10.40 125—175

Omnis columna pentagona conſtruitur ex duabus columnis, ſcilicet quadrata collaterali, triangula præcedenti, & ex triangulo præcedenti. Exempli gratia, columna pentagona quinta 175. aio, quòd conficitur ex duabus columnis, ſcilicet quadrata quinta 125. & triangula quarta, ſcilicet 40. & ex triangulo quarto, ſcilicet 10. Nam per diff. columna pentagona quinta coacervatur ex quinque pentagonis quintis. Taleſque pentagoni, per diffin. ex quinque quadratis quintis, totidemque triangulis quartis. Cumque quinque quadrati quinti conficiant, per diffin. columnam quadratam, ſiue cubum quintum: atque, cùm quinque trianguli quarti æquiualeant columnam triangulam quartam, & triangulum quartum; iam planè ſequitur, vt columna pentagona quinta æquiualeat cubum quintum, columnam triangulam quartam, & triangulum quartum. Neque aliud fuit demonſtrandum. Sed argumentatio pro quinto loco facta, ſimiliter ad aliud quemnis accommodabitur, ſicut propoſitio concludit. Potes autem hìc, pro cubo, ſubſtituere ea, quibus per præcedentem æquiualet cubus. Sic enim columna pentagona æquiualebit triangulam columnam collateralem, duplum columnæ triangulæ quartæ, duplumque trianguli quarti.

175 { 125 { 75, 40, 10 }, 40, 10 }

PROPOSITIO 44.

10——35—45
10.35—45
10.35—45
10.35—45
10.35—45
10. 40 175—225

Omnis columna hexagona tetragonica conſtituitur ex collaterali columna pentagona, exq; præcedenti columna triangula vnà cum præcedenti triangulo. Exempli gratia, columna hexagona tetragonica quinta, ſcilicet 225. conficitur ex quinta columna pentagona ſcilicet 175. & ex quarta columna triangula, ſcilicet 40. vnà cum quarto triangulo, ſcilicet 10. Nam, per diffin. columna hexagona tetragonica quinti loci, coaleſcit ex quinque hexagonis tetragonicis. Tales autem hexagoni conſtant per diffin. ex quinque pentagonis eiuſdem loci, & ex totidem triangulis loci quarti. Porrò quinque pentagoni quinti conficiunt per diff. columnam pentagonam quintam. Et quinque trianguli quarti æquiualent columnæ triangulæ quartæ & triangulo. Igitur columna hexagona tetragonica quinta perficitur ex columna pentagona quinta, & ex columna triangula quarta. & ex triangulo quarto: quod erat oſtendendum, vtque pro quinto factum ſic pro cæteris locis prioribus, vel poſterioribus argumentare, ad demonſtrandum propoſitum. Et pro pentagona columna ſubſtituere potes ea,

quæ

quæ per præmiſſam pentagonæ æquiualent. Sic concludes, columnam hexagonam tetragonicam æquiualere aggregatum columnæ quadratæ collateralis, dupli columnæ triangulæ quartæ, dupliq́ue trianguli quarti.

225 { 17 { 125, 40, 10 }, 40, 10 }

PROPOSITIO 45.

Omnis columna hexagona æquiangula æquiualet aggregato ex columna hexagona tetragonica collaterali, & ex cubo, quadratoq́, præcedentibus. Exempli gratia, columna hexagona æquiangula quinti loci ſcilicet 305. æquiualet aggregato ex columna hexagona tetragonica quinta, ſcilicet 225. & ex cubo quarto, ſcilicet 64. quadratoque qnarto, ſcilicet 16. Nam, per diffi. columna hexagona æquiangula quinta conſtat ex quinque hexagonis æquiangulis. Tales autem hexagoni componuntur, per 32ᵃ. huius, ſinguli ex coniunctione ſingulorum hexagonorum tetragonicorum eiuſdem quinti loci, & totidemque quadratorum quarti loci. Sed quinque quadrati in quarto loco valent cubum quartum, & quadratum eiuſdem loci ſimul. Et quinque hexagoni tetragonici ex quinto loco faciunt, per diffin. columnam tetragonicam quintam. Igitur columna hexagona æquiangula quinta, valet aggregatum columnæ hexagonæ tetragonicæ quintæ, cubi quarti, & eiuſdem quadrati: quod oſtendendum fuit. Quæ demonſtratio, ſicut quinto loco, ita & alijs accommodatur, ad confirmandam propoſiti veritatem.

16——45—61
16.45—61
16.45—61
16.45—61
16.45—61
16. 64.225.305

COROLLARIVM.

Et pro columna hexagona tetragonica, ſubſtituere potes quicquid in præmiſſis, tali columnæ oſtenſum eſt æquiualere. Sic concludere poſſum, quòd columna hexagona æquiangula æquiualet columnam pentagonam collateralem, columnam triangulam cum ſuo triangulo, & cubum cum ſuo quadrato præcedentes. cæteras æquipollentias omitto, ne pluribus, quàm decet, negocium agam.

305 { 225 { 125, 40, 10 }, 64, 16 }

PROPOSITIO 46.

Omnis columna hexagona æquiangula coagmentatur ex radice collaterali tanquàm axe, & ex congerie præcedentis triangulæ columnæ, ſuiq́, trianguli ſexcuplicatæ. Nam, per diff. talis columna cõſtruitur ex hexagonis æquiangulis; hexagoni autẽ ex cẽtralibus vnitatibus, & ſexcuplo triãguli præcedẽtis. Exẽpli grã, colũna hexagona æquiãgula quĩta 305. p diff. cõſtruitur ex quiq; hexagonis æquiãgulis, hoc ẽ, quĩcuplo ipſi' 61. quĩti loci,

6 { 10.60.1-61, 10.60.1-61, 10.60.1-61, 10.60.1-61, 10.60.1-61 }
305.

Tales autem hexagoni quinque per diffi.coagmẽtãtur ex vnitatib. ſingulis.ſ. 5.qui eſt quinta radix: & ex triãguli quarti 10. ſexcuplo.ſinguli. Sed quinque talia ſexcupla triangulorum,faciunt, per diff. ſex columnas triangulas quartas, ſexque ſuos triangulos. Igitur columna hexagona æquiãgula quinta ſurgit ex coagmẽtatione 5ᵉ radicis,tanq̃ axis: & ex columnis quarti loci,ſex,cum totidem earũ triãgulis,ſicut fuit demonſtrãdum. Et aſſumpti loci argumentum accommodabitur ad quemuis locum aſſignatum: ſicut concludit propoſitio.

PROPOSITIO 47^a.

Omnis columna triangula æqualis eſt aggregato duarum pyramidum, ſcilicet quadratæ collateralis, & triangulæ præcedentis. Exempli gratia,quinta colũna triangula ſcilicet 75.dico,quòd æquiualet aggregato pyramidis quadratę quintę,ſcilicet 55.& pyramidis triangulę 4^e.ſ.20. Intelligam enim quinque triangulos quinti loci, ſingulos ſic diſtinctos, vt formationis diffi. poſtulat.1.2.3.4.5.qui iam per diffi.conſtituũt 5^a columnam triangulam. ex horum ſecũdo excipio vnitatem:ex tertio 1.2. ex quarto 1.2.3.ex poſtremo 1.2.3.4. qui ſunt quatuor trianguli ab vnitate diſpoſiti, & per diffi. integrantes quartam pyramidem triangulam. ſic relinquitur vnitas, duo binarij,tres ternarij,quatuor quaternarij,& quinque quinarij,hoc eſt quicunque quadrati ſeriatim ab vnitate diſpoſiti, & per diffin. conſtruentes quintam pyramidem quadrãtam. Itaque totum aggregatum ex quinque totalibus triangnlis, hoc ex 15. quinquies ſumpto, ipſa videlicet quinti loci triangula columna ęquiualet cumulo pyramidis quadratæ quintæ, ac pyramidis triangulæ quartæ : quod fuit oſtendendum. Similis eſt cuiuslibet alterius loci argumentatio ad veritatem propoſiti.

1	1	1	1	1
2	2	2	2	2
3	3	3	3	3
4	4	4	4	4
5	5	5	5	5

75 col.Δ^{la} 5^a = 55.pyr.□.5 + 20.pyr.Δ.4

PROPOSITIO 48^a.

Omnis columna triangula æqualis eſt aggregato trium pyramidum triangularum,ſcilicet vnius collateralis, & duarũ præcedentium. Exempli gratia,dico,quòd columna triãgula quinta.ſ.75. æquiualet aggregato trium pyramidũ triangularum.ſ.quintæ, & duplo quartæ. Nam,per præcedentem,columna triangula quinta æquiualet pyramidem quadratã quintã & pyramidem triãgulam 4^a. Sed per 34ª huius, pyramidis quadrata 5ª æquiualet pyramidem triangulã quintã,& pyramidem triangulã 4. Igr̃ columna Δ^{la} 5ª valebit pyramidẽ triangulã quintã,& duas pyr^{des} Δ^{las} 4as. quod fuit demõſtrãdũ.Qui ſyllogiſmus ſicut hic quinto loco, ita & vbiuis inſeruiet. ſicut propoſitio cõcludit.

□^{ta}. 5^a: 55 = 35 Δ.5 + 20 Δ.4
75 col.Δ 5^a = 55 + 20 Δ^{la} 4^a

PRO-

PROPOSITIO 49ª.

Omnis columna triangula æqualis eſt pyramidi pentagoni collaterali Exempli gratia, columna triangula quinta eſt 75. quem numerum dico eſſe pyramidem pẽtagonam quintam. Nam per antepræmiſſam, columna triangula quinta valet pyramidem quadratam 5ª, & pyramidẽ Δˡⁱ quartam. & per 36ª tales duę pyramides conficiunt pyramidem pentagonam 5ª. quamobrem pyramis pẽtagona quinta valebit columnam Δˡᵃ 5ª, quod fuit demonſtrandum. Eodemq́ue argumento vtar pro alio quouis loco, ſicut propoſitio ſentit.

pyr. Δˡᵃ 4ª.
col. Δˡᵃ 5ª 75 { 20, 55 } 75. pyr. ⬠ 5ª
pyr. □ˡᵃ 5ª

PROPOSITIO 50ª.

Omnis columna triangula, cum duplo ſui trianguli, æquiualet triplo pyramidis triãgulæ collateralis. Exẽpli gratia, columna Δˡᵃ quinta 75. vnà cum duplo ſui trianguli.ſ. cum 30. dico ꝙ æquiualet triplum Δˡᵉ pyramidis quintæ.ſ. 35. Nam, per ante præmiſſam, columna Δˡᵃ quintà valet tres pyramides triangulas.ſ. 5ª. & duas quartas. Apponantur vtrobique duo trianguli quinti, & fient columna 5ª, cum duobus triangulis 5ⁱˢ ſimul accepta æqualis tribus pyramidibus triangulis. ſ. 5ª, duabus quartis, vnà cum duobus triangulis quintis: ſed duæ pyramides 4ª cum duobus Δˡⁱˢ quintis, faciunt per diff. duas pyramides 5ᵃˢ. Igitur columna triangula 5ª cum duobus triangulis 5ⁱˢ valebit tres pyramides triangulas quintas. quod fuit demonſtrandum. Quæ argumentatio ad omnem alium locum accõmodari poteſt, ſicut propoſitio concludit.

75, 15, 15 { 35; 20, 15 } 35; 20, 15 } 35

cub⁹ 5⁹ 125 { col. triãgula 5ª. 75; col. triãgula 4ª. 40; triangulus 4⁹. 10 }

PROPOSITIO 51ª.

Omnis cubus æqualis eſt pyramidi hexagonæ æquiangulæ collaterali. Exempli gratia, cubus quintus ſcilicet 125. qui & idem numerus eſt pyramis hexagona æquiangula quinta. Quod ſic oſtendam. Cubus 5⁹, per 42ª æqualis eſt aggregato columnarum Δˡᵃʳᵘ quintæ & 4ᵉ, necnon & trianguli quarti. At per 41ª pyramis hexagona æquiangula quinta æqualis eſt aggregato pyramidis pentagonæ quintæ: pyrᵈⁱˢ □ᵗᵉ quartæ, & pyramidis triangulæ 4ᵉ. Demonſtrandum eſt igr̃ nobis, quòd hæc duo prædicta aggregata ſunt inter ſe æqualia: ſic enim per communem animi conceptum ſequetur, vt cubus & pyrˢ hexagona æquiangula 5ª loci, ſint inuicem æquales. Auferatur ab illo quidem aggregato columna triangula 5ª: ab hoc vero aggregato pyrˢ pentagona 5ª iampridẽ per ante præmiſſam æquales: Et demonſtrandũ erit, quòd duo reſidua inde.ſ. aggregatum columnæ triangulæ quartæ & Δˡⁱ quarti;

Pyr. hexag. æqãgula 5. 125 { Pyr. ⬠ⁿᵃ. 5ª. 75; Pyr. □ˡᵃ 4ª. 30; Pyr. Δˡᵃ 4ª. 20 }

pyr. □ˡᵃ 4ª 30
Col triãg quarta 40 — pyr. ⬠ⁿᵃ. 4ª
40 }
pyr. Δˡᵃ 3ª 10

Δ^{us} 4us
10 —— Δ^{us} 4us — 10.

hinc autem aggregatum pyramidis □^{tae} 4^{ae}, & pyramidis triangulæ quartæ, ſunt inuicem æqualia: quòd ſic patet. Per antepræmiſſam rurſus, columna triangula quarta, æqualis eſt pyramidi pentagonæ quartæ: pyramis autem pentagona quarta, per 36^{am}, æqualis eſt pyramidi quadratæ quartæ, & pyr^{di} triangulæ tertiæ. Quamobrem, columna triangula 4^{a}, vnà cum Δ^{lo} quarto, æqualis erit cumulo trium, ſcilicet pyramidis □^{tæ} quartæ, pyramidis triangulæ tertiæ & trianguli 4^{i}. Oſtendendum eſt igitur, quòd dictus cumulus æqualis eſt aggregato pyramidis quadratæ $4^{æ}$ & pyramidis triangulæ $4^{æ}$. Auferatur vtrinque, ſcilicet tam ab illo cumulo, quàm ab hoc aggregato, pyramis quadrata 4^{a}. & demonſtrandum ſupererit, quòd pyramis triangula tertia vnà cum Δ^{lo} quarto æqualis eſt pyramidi triangulæ $4^{æ}$: quòd tandem conſtat per diffin. ipſius pyr^{dis} triangulæ: quippe quæ aſſumpto ſemper ſequenti triangulo procreat ſequentem pyramidem. Qua argumentatione, ſicut in quinto, ita & in quolibet alio præcedenti vel ſequenti loco, ſemper conſtabit propoſitum.

Pyr. □. 4 $^{ta\ a}$ —— pyr. □. 4 $^{ta\ a}$
30. 30.

Pyr. Δ^{la} 3^{a}
10
Δ^{us} 4us —— } pyr. Δ^{la} 4^{a}
10 20

COROLLARIVM.

QVONIAM igitur ſinguli cubi ab vnitate ordinati ſunt ſingulis pyramidibus hexagonis æquilateris ab vnitate diſpoſitis, collateralibus æquales; propterea manifeſtum eſt, quod cuborum differentiæ ſunt pyramidum prædictarum differentijs ſingulæ ſingulis æquales, hoc eſt, ipſis hexagonis æquiangulis. Ac, ſicut ex talium hexagonorum ad vnitatem ſucceſſiua coaceruatione pyramides prædictæ per ordinem conſtruuntur, ita & cubi procreantur. Suntque ipſi hexagoni cuborum gnomones ab vnitate continuati.

1 } 8
7 } } 27
19 } } 64
37 } 125
61

PROPOSITIO 52^{a}.

Omnis cubus cum ſequenti hexagono æquiangulo coniunctus conſtituit cubum ſequentem. Hæc propoſitio cõſtat ex præcedenti corollario. Sed & aliter hìc ipſam demonſtrabo. Diſponantur numeri ſic: vnitas 4. & 5. Item horum quadrati 16. & 25. & parte altera longior ex 4. in 5. factus ſcilicet 20. Item eorum cubi 64. & 125. deinde ex 4. in 20. fiat 80. & ex 5. in 20. fiat 100. Quibus diſpoſitis cùm 64. ſit cubus quaternarij, atq; 125. cubus quinarij, oſtẽdẽdum eſt, ꝙ 64. 4us cubus cum 5° hexagono æquiangulo coniunctus conflat cubum 5^{u} 125. quòd ſic patet: Qm̃, per 9^{am} huius 4. eſt differentia ipſorum 16. & 20. per 10^{am} huius 5. eſt differẽtia ipſorum 20. & 25. atq; ipſe 4. multiplicans ipſos 16. & 20. facit ipſos 64. & 80.

1
4 . 5
16 . 20 . 25
64 . 80 . 100 . 125

Itemq;

Itemque ipſe 5. multiplicans ipſos 20. & 25. facit ipſos 100. & 125. propterea neceſſe eſt, vt differentia ipſorum 64 & 80. ſit ipſe 16. vtque differentia ipſorum 80. & 100. ſit ipſe 20. vtque differentia ipſorum 100. & 125. ſit ipſe 25. quoniam differentia productorum producitur ex multiplicãte in differentiam multiplicatorum. Igitur differentia ipſorum cuborum 64. & 125. conſtabit ex congerie trium numerorum 16. 20. & 25. qui quidem ſunt in hoc exẽplo, quadratus quintus, parte altera longior quintus & quadratus 4$^{\text{9}}$: qui cum, per 31ª huius, faciant ſimul acceptæ hexagonum æquiangulum quintum: ſequitur, vt talis hexagonus ſit differentia dictorum cuborum: hoc eſt, vt cubus quartus 64. cum dicto hexagono quinto ſcilicet 61. coniunctus conſtituat cubum quintum 125. quod demonſtrandum in hoc exemplo aſſumpſimus: ſimiliter in omni alio caſu id idem demonſtraturi: ſicut proponitur.

COROLLARIVM.

Hinc ergo rurſus manifeſtum eſt, quòd ſicut hexagoni æquilateri ab vnitate continuati, pyramides hexagonas æquiangulas, ita & cubos ordinatim coaceruant.

Propositio 53^{a}.

Omnis parte altera longior, quadruplicatus cum vnitate, conficit quadratum collateralis imparis. Nam parte altera longior, per nonam huius, cõſtat ex præcedenti quadrato, ſuaq; radice. Igitur quadruplicatus facit quadruplũ talis quadrati (quod quadruplum eſt numerus quadratus) & quadruplum prædictæ radicis, hoc eſt, duplum radicis huic quadrato debitę. Itaque parte altera longior quadruplicatus cum vnitate, efficit congeriem ex quadrato quodam, duploq; ſuæ radicis atque vnitate confectam. Sed, per 14^{a} huius, talis congeries eſt quadratus ſequens: Igitur parte altera longior quadruplicatus cum vnitate facit quadratum: qui cùm impar ſit, propter vnitatis additionem, erit omnino & radix eius impar. Qui ſcilicet conſtat ex præcedenti radice duplicata cum vnitate, & per inde eſt impar ipſius parte altera longioris collateralis. Exempli gratia: numerus 30. parte altera longior ſexti loci quadruplicatus cum vnitate facit 121. quadratum vndenarij ſexti imparis. Nam 30. per nonam conſtat ex præcedenti quadrato 25. ſcilicet quinto, & ex quinta radice 5. quadruplum autem ipſius 25. eſt 100. quadratus paris in ſexto loco. Quadruplum verò, eius radicis ſcilicet 5. eſt du-

4 {	25	——	100
	5	——	20
			1
11 —	11	——	121

plũ radicis ipſius 100. Igr quadruplum totius 30. eſt aggregatum ipſius 100. duploq; ſuæ radicis: qđ cũ vnitate, facit per 14^a, □^{tu} ſequentẽ. ſ. 11. radicis, qui eſt impar ſexti loci. Quod eſt demonſtrãdum. Similiter, ꝙ pro ſexto loco ſyllogizamus, vbi vis accommodabis. ſicut proponitur. PROPOS. 54^a.

4—30—120
1
8—15—120
1
———
121

Omnis triangulus octuplicatus cum vnitate, conficit ſequentis imparis quadratum. Exempli gratia, 15. 5us △^{lr} octuplicatus facit 120. qui cum vnitate facit 121. □^{tũ} ſexti imparis. ſ. 11. Nam per 8^a huius, 5us triangulus duplicatus facit 30. ſextum parte altera longiorem. Sed, per præcedentem, 6us parte altera longior quadruplicatus cum vnitate, conficit □^{tu} 6^i imparis 11. Igitur & triangulus 5us 15. octuplicatus cum vnitate faciet eundem □^{tũ} ſexti imparis 11. quod erat demonſtrandum. Quæ demonſtratio & alijs locis inſeruiet. ſicut proponitur.

PROPOSITIO 55^a.

Quod fit ex radice in parte altera longiore collaterali cum quadrato collaterali coniunctum, conflat cubum collateralem. Exempli gfa: quinta radix 5. ducta in 5^a parte altera longiorem. ſ. 20. facit 100. hoc autẽ iũctum cum quinto □^{to} 25. facit 125. quintum cubum. Nam per diffin. 5. in ſe ductus, facit ſuum quadratum 25. quinti loci: & idem 5. cũ quinto parte altera longiori 20. per decimam huius, facit 25. quadratum 5^a. Sed per primam ſecũdi Elementorũ ad nũos relatam, qđ fit ex 5. in ſe, qđq; ex quinq; in 20. eſt ęquale ſimul ei, quod fit ex 5. in aggregatum ex 5. & 20. qui quadratus eſt ipſius 5. Igitur □ ipſius quinq; cum producto ex 5. in 20. parte altera longiori quinto, ſimul ſunt æqualia ei, quod fit ex 5. in ſuum □^{tũ} 25. hoc eſt cubo ipſius quinarij: qđ fuit demonſtrandum. vtq; in loco quinto, ſimiliter & alibi conſtabit propoſitum.

5 { 20——100
5 { 5———25
———
cubus quintus 125

PROPOSITIO 56^a.

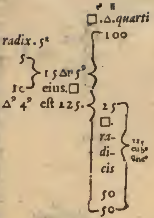
Quod fit ex radice in triangulum præcedentem duplicatum, & cum quadrato radicis coniunctum, conflat cubum radicis. Exempli gratia, quod fit ex 5. radice quinta in 10. triangulũ $4^{ũ}$. ſ. 50. duplicatum eſt 100. hoc cum 25. quadrato radicis, conflat 125. cubum radicis. Nam, per 8^a huius 10. triangulus 4us duplicatus facit 20. parte altera lõgiorem $5^{ũ}$: quare productũ ex 5. in 10. ſ. 50. eſt dimidium producti ex 5. in 20. & ideo 50. duplicatum facit productum ex 5. in 20. Sed per præcedentem, productum ex 5. in 20. cum □^{to} ipſius 5. facit cubum ipſius 5. Igitur & 50. duplicatum, hoc eſt, 100. cum □^{to} ipſi^{us} 5. facit cubũ eũdẽ $5^{æ}$ radicis. ſ. 125. quod eſt ꝓpoſitũ.

5 { 10 { 50
5 { 10 { 50
5 — 25
125

PRO-

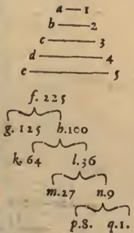
Propoſitio 57ª.

Omnis cubus cum trianguli præcedentis quadrato cõiunctus, efficit quadratum trianguli collateralis. Exempli gratia, cubus quintus 125. cum quadrato trianguli quarti 10. hoc eſt cum 100. coniunctus, efficit 225. quadrati ſcilicet trianguli quinti 15. Quod ſic oſtenditur. Radix quinta 5. cũ triangulo quarto 10. per diffinitionem, conficit triangulum quintũ 15. quare, per quartam ſecundi Elementorum ad numeros redactam, duo quadrata ſcilicet dictæ radicis, & dicti triaguli quæ ſunt 25. & 100. vnà cum duplo eius, quod ex radice fit in triangulum, hoc eſt duplo ipſius 50. conficiunt quadratum trianguli quinti, ſcilicet 225. Sed, per præcedentem, tale duplum vnà cum quadrato talis radicis, hoc eſt 100. cum 25. facit cubum ipſius radicis. Igitur cubus ipſe quintus cũ quadrato trianguli quarti, hoc eſt 125. cum 100. ſimul efficient quadratum trianguli quinti, ſcilicet 225. Quod fuit oſtendendũ. Quæ argumentatio à quinto ad alios locos transferetur, ad probandum propoſitum.



Propoſitio 58ª.

Omnis trianguli quadratus, æqualis eſt aggregato cuborum ab vnitate vſque ad cubum triangulo collateralem incluſiuè ſumptorum. Sit, exempli gratia, triangulus numerus quintus, qui, per diffinitionem ex vnitate a. & ſequentibus per ordinẽ radicibus b c d e. ſimul iũctis coaceruatur: cuius quadratus ſit f. Aio, quòd f. æqualis eſt aggregato cuborum ab ipſis a b c d e. radicibus ſingulis factorum. Quod ſic demõſtratur. Sit g. cubus ipſius radicis e. ſitque h. quadratus totius a b c d. hoc eſt trianguli quarti. Eritque, per præcedentem, ipſe f. æqualis ipſis g h. ſimul ſumptis. Rurſum, ſit k. cubus ipſius d. ſitque l. quadratus totius a b c. hoc eſt triãguli tertij: eritq; per præmiſſam, h. æqualis ipſis k l. ſimul. Item, ſit m. cubus ipſius b. ſitq; n. quadratus totius a b. hoc eſt trianguli ſecũdi. eritque ſimiliter l. æqualis ipſis m n. pariter ſumptis. Demum ſit p. cubus ipſius b. ſitque q. hoc eſt vnitas, quadratus ipſius a. vnitatis: eritque non ſecus n. æqualis ipſis p q. coniunctis. Quamobrem, ipſe f. æqualis erit ipſis g k m p q. pariter acceptis: qui ſcilicet ſunt ipſorum a bcd e. radicum ſingularum cubi. quod fuit demonſtrandum. Idemque de quodlibet in infinitum cubis oſtendetur. Quorum ſcilicet radices per ordinem ab vnitate coaceruant quemuis propoſitum triangulum, ſicut propoſitio concludit.



125
64
27
8
1
225

Pro-

Propositio 59ª.

3 } 12 } 4 } 20 } 5 — dra. 8

8 par.

Omnis parte altera longior excedit præcedentem parte altera longiorem in duplo præcedentis radicis, & ideo in ipſo pari numero collaterali. Exempli gratia, quintus parte altera longior 20. excedit quartum parte altera longiorem ſcilicet 12. in duplo quartæ radicis, ſcilicet 8. Quod liquido conſtat. Nam 20. fit ex 4. in 5. at 12. ex 4. in 3. quæ producta differunt in duplo multiplicantis: quoniã multiplicati differunt binario. Et ideo 20. maior eſt, quàm 12. in ipſo pari numero quinto, ſcilicet 8. quippe qui per tertiam huius, eſt duplum prædictũ 4ª radicis. Sic & pro alijs locis conſtat propoſitum.

Propositio 60ª.

24. differentia.

25 { 24, 1 } 49 { 48, 1 }

Omnis quadratus imparis excedit præcedentis imparis quadratum in quadruplo collateralis paris. Exempli gratia: quadrati quarti imparis, ſ. 49. excedit quadratum tertij imparis, ſcilicet 25. in quadruplo quarti paris 6. hoc eſt in 24. Nam per 53ª præcedentem 49. conſtat ex parte altera longiori quarto quadruplicato, & vnitate. Et per eandem 25. conſtat ex parte altera longiori tertio quadruplicato & vnitate. Igitur 49. excedit ipſum 25. in quadruplo differentiæ, qua parte altera longior quartus excedit parte altera longiorem tertium: Sed per præmiſſam talis differentia eſt per numerus quartus, ſcilicet 6. ergo 49. excedit ipſum 25. in quadruplo quarti paris, 6. hoc eſt, in 24. Quod erat demonſtrandum. Quare ſicut pro quarto, ita pro alio quocunque loco propoſitum concludemus.

Propositio 61ª.

5 — 20 — 100
25
125

10 — 100
125
15 — 225

Quod fit ex qualibet radice in parte altera longiorem collateralem ſi coniungatur cum quadrato collaterali; conflabitur gnomo, qui coniunctus cum quadrato trianguli præcedentis, conficit quadratum trianguli collateralis. Exempli gratia: Ex radice 5. in quintum parte altera longiorem ſcilicet 20. fit 100. qui iunctus quadrato quinto ſcilicet 25. conflat 125. Aio, quòd 125. poſitus cũ $\square^{to}\,\Delta^{li}\,4^{i}$ 10. ſ. cum 100. cõficiet $\square^{tu}\,\Delta^{li}\,5^{i}$ 15. ſ. 225. Nam, per 55ª præcedentem, quod fit ex radice 5ª in 5ª parte altera lõgiorem, ſi iũgatur cũ $\square^{to}$ 5°, cõſtituit 5ũ cubũ, Sed, p 55ª præcedẽtem, 5ᵘˢ cubus cũ $\square^{to}\,\Delta^{li}\,4^{i}$ cõiunctus cõficit $\square^{tu}\,\Delta^{li}\,5^{i}$: Igr̃, qđ fit ex radice 5ª in 5ª parte altera lõgiorẽ, iũctum cum $\square^{to}$ 5°: hoc eſt, ipſe nũus 125. ſi apponatur $\square^{to}\,\Delta^{li}\,4^{i}$.ſ. 100. conficiet $\square^{tu}\,\Delta^{li}\,5^{i}$. ſ. 225. quod fuit oſtendẽdum, in 5° loco & ſimiliter in alijs locis conſtabit propoſitum.

Pro-

PROPOSITIO 62ª.

Vnitas primum cubum : duo ſequentes impares iuncti ſequentem cubum: tres ſequentes tertium cubum. Quatuor ſuccedentes quartum. Quinque poſt eos quintum. Sex ſextum. Septem ſeptimum. Semperq́; vno plures ſequentem deinceps in infinitum cubum aggregati conflabunt. Diſponantur ab vnitate a. per ordinem impares in indefinitum b c d e f g h k l m n o p q. Aio, quòd b c. ſimul ſecundum ab vnitate, cubum faciunt. quodq́ue d e f. ſimul tertium cubum: quodq́ue g h k l. ſimul ſumpti quartum cubum: quodq́; ipſi m n o p q. ſimul quintum cubum iuncti conficiunt: Itaque deinceps. Sit enim ipſorum b c. aggregatum r. & ipſorum d e f. cumulus ſ. & ipſorum g h k l. congeries t. & ipſorum m n o p q. aceruus u. eritq́ue demonſtrandum, quòd a. erit primus cubus, ſcilicet vnitas. & r. ſecundus cubus. & s. tertius. & t. quartus. & v. quintus. hoc modo. Quoniã ipſi a b c d e f g h k l m n o p q. ſunt impares numeri ab vnitate per ordinem diſpoſiti: propterea, per 15ª huius, ipſorum a r s t v. aggregatum erit quadratus ab vnitate in ordine quindecimus: quoniam poſtremus impar, ſcilicet q. quindecimus eſt in ordine impariũ ab vnitate. Itaque tale aggregatum erit quadratus, qui fit à quinto triangulo, hoc eſt à numero quindenario. Talis ergo quadratus, ex præmiſſa 58. erit æqualis quinque cuborum ab vnitate diſpoſitorum cumulo. Et ideo totus a r s t u. numerus erit quinque talium cuborum congeries. Et per eadem ac ſimiliter oſtendemus, quòd ipſorum a r s t. aggregatum erit quadratus ab vnitate decimus: (quandoquidem l. decimus eſt impar:) hoc eſt quadratus quarti trianguli: qui eſt numerus denarius: qui quadratus per 58ª præcedentem erit congeries quatuor cuborum ab vnitate ordinatorum. Quamobrem, cum ipſorum a r s t v. cumulus ſit quinque cuborum ab vnitate continuatorum congeries: atque ipſorum a r s t. cumulus ſit quatuor ab vnitate cuborum aggregatio: neceſſe eſt vt v. ſit 5ˢ cubus ab vnitate. Et ſimiliter poſt quàm per eadem oſtenderimus, pa r s. ſit cumulus trium cuborum ab vnitate: relinquetur t. quartus ab vnitate cubus. Demum oſtenſo, quòd a r. ſit duorum cuborum cumulus, ſupererit eſſe tertius ab vnitate cubus. Cumq́; a. ſit vnitas; erit & r. alter ab vnitate cubus: quod erat demonſtrandum. Et ſimiliter deinceps, pro ſexto, ſeptimo, cæteriſq́; in infinitum cubis procedi poteſt, ſicut propoſitio concludit.

a	1	
b	3	r. 8
c	5	
d	7	ſ. 27
e	9	
f	11	
g	13	t. 64
h	15	
k	17	
l	19	
m	21	v. 125
n	23	
o	25	
p	27	
q	29	

PROPO-

PROPOSITIO 63ª.

Omnis cubus cum quadrato & triangulo collateralibus coniunctus, triplum efficit ſuæ quadratæ pyramidis. Exempli gratia: quintus cubus eſt 125. quintus quadratus 25. quintus triangulus 15. Aio, quòd horum aggregatum triplum eſt ad pyramidem quadratam quintam, ſcilicet 55. quòd ſic patet. Cubus quintus per 42ª huius, æquiualet columnas duas triangulas. ſ. quintam, & quartam & triangulum quartum. Item per vndecimam huius, quadratus quintus æquiualet duos triangulos, ſcilicet quintum & quartum. Quamobrem aggregatum prædictum æquiualebit duas columnas triangulas, ſcilicet quintam & quartam, & quatuor ſimul triangulos ſcilicet duos quintos & duos quartos. Igitur demonſtrandum erit, quòd congeries talium duarum columnarum & talium quatuor triangulorum, eſt tripla ad pyramidem quadratam quintam. Sed cum per 34ª huius, pyramis quadrata quinta cõſtet ex combinatione duarum pyramidum triangularum quintæ & quartæ: iam oſtendẽdum erit, quòd congeries prædicta duarum columnarum & quatuor triangulorum, eſt tripla ad combinationem dictam duarum pyramidum. Et r conſtat ſic. Quod per 50ª huius columna triangula quinta cum duobus triangulis quintis ſimul conficiunt triplum pyramidis triangulæ quintæ: & per eandem 50ª columna triangula quarta cum duobus triangulis quartis ſimul accepta, triplum facit pyramidis triangulæ quartæ. Ergo, per primam quinti Elementorum Euclidis, tota congeries duarum columnarum & quatuor triangulorum, tripla erit ad totam combinationem duarum pyramidum: quandoquidem partes ſingulæ partibus ſingulis triplæ ſunt. & hoc erat demonſtrandum. Et ſimiliter pro cubis cæterorum locorum cõſtabit propoſitum.

cub⁹ 5⁹ 125 { 75. col. Δˡᵃ 5ª. + | 40. col. Δˡᵃ 4ª — | 10. Δ. 4⁹. — }

□⁹. 5⁹ 25 { 10. Δ⁹. 4⁹ — | 15. Δ⁹. 5⁹. + }

Δ. 5⁹ 15 ——— Δ. 5⁹. +

pyr. □. 5ª 55 { 35. pyr. Δˡᵃ 5ª. + | 20. pyr. Δˡᵃ 4ª — }

PROPOSITIO 64ª.

Omnis columna pentagona cum duplo quadrati collateralis ſimul ſumpta, triplum valet ſuæ pyramidis pentagonæ. Exempli gratia, columna pentagona quinta 175 cum duplo quadrati quinti 25. hoc eſt cum 50. fecit 225. quod triplum eſt ipſius pyramidis pentagonæ quintę 75. quod oſtenditur ſic. Colũna pentãgona quinta æqualis eſt cubo quinto per 43ª columnę triangulæ quartæ & triangulo quarto ſimul acceptis: quibus appono vnum quadratum quintum: & pro altera quadrato quinto, appono duos triangulos quintum & quartum, qui

per 43ª

col. ⬠. 5ª 175 { 125. cub⁹. 5⁹. + | 40. co. Δˡᵃ 4ª * | 10. Δʳ. 4⁹ — * }

per 11ª

□. 5⁹. 25 { 15. Δ⁹. 5⁹. + | 10. Δ. 4⁹. * }

*

Hic pauca deſunt.

□.5 ———— 4
25

11. ſimul ſ emon-
ſtrandum erit quod na
tria ngula quarta, triangulo quinto, duobus triangulis
quartis, ſimul triplum eſt pyramidis pentagonæ quintæ. Sed
pyramis pentagona quinta, per 36[a], conſtat ex combinatione duarum pyramidum, ſcilicet quadratæ quintę & triangulę quartę. Ergo eſt demonſtrandum, quòd dictum aggregatum eſt triplum huic combinationi. quod ſic patet, Vna pars illius aggregati, ſcilicet cubus quintus, cum quadrato quinto & triangulo quinto ſimul per pręcedentem, ęqualis eſt triplo quintę quadratę pyramidis,

Pyr. ⬠ .5. { Pyr.□.5 55 — + / Pyr.△.4 20 — * }

*

Hic multa deſunt, quæ non ſunt in exemplari manuſcripto.

per 37[a] { Py.⬠.5 / 95. py. hex. 5 / Pyr.△.4. (20.* }

per 37.
ſcilicet penta-
gonę quintę .Quare oſtendendum eſt, quòd ſupra dictum aggregatum eſt triplum huius combinationis: quod conſtabit ſic. Vna pars illius aggregati,
ſcilicet

ſcilicet columna pentagona quinta cum duobus quadratis quintis, per præcedentem, æquiualet triplum pyramidis pentagonæ quintæ, quæ fuit vna pars combinationis: & ſimiliter reliqua pars aggregati, ſcilicet columna triangula quarta cum duobus triangulis quartis ſimul, per 50. huius, triplum valet pyramidis triangulæ quartæ, quod eſt reſiduum combinationis. Quamobrem, quoniam duæ partes aggregati, duabus partibus combinationis, ſingulæ ſingulis triplæ ſunt: propterea, per primam quinti Elementorum, & totum aggregatum totius combinationis triplum valebit: quod fuit demonſtrandum. & eodem ſyllogiſmo pro quo uis alio aſſignato loco vtemur ad roborationem propoſiti.

COROLLARIVM.

25. quadratus quintus

25. □. 5. { 15. △ 5 / 10. △. 4 }

10. △ 4

Et pro duplo quadrati collateralis ac præcedenti triangulo, ſubſtituere potes hexagonum & triangulum collaterales: quoniam ſunt tantundem. Nam, per vndecimam huius, quadratus quintus valet duos triangulos, quintum & quartum. Quare duo quadrati quinti cum triangulo quarto, ſimul valent cumulum quadrati quinti, trianguli quinti, & duorum triangulorum quarti loci. Sed, per 19. quadratus quintus, & duo trianguli quarti conficiunt hexagonum quintum: ergo hexagonus quintus, cum triangulo quinto valebunt duos quadratos quintos, & triangulum quartum: & ideo pro illis ſubſtitui poſſunt in præmiſſa propoſitione.

hexag. 5. 45. { 25. □. 5. / 10. △ 4. / 10. △. 4. }

PROPOSITIO 66.

Omnis columna hexagona æquiangula cum hexagono tetragonico collaterali, cumque duobus triangulis, collaterali ſcilicet & præcedenti, pariter ſumpta, triplũ facit ſuæ pyramidis hexagonæ. Exempli gratia, dico, quòd columna hexagona æquiangula quinta, ſcilicet 305. vnà cum hexagono tetragonico quinto 45. cumque triangulo quinto 15. & triangulo quarto 10. coniuncti, facit triplum ſuæ pyramidis quintæ, ſcilicet 125. ad quod oſtendendum ſic procedo. Columna hexagona æquiangula quinta, per 45. huius libri, æqualis eſt columnæ tetragonicæ quintæ, cubo quarto, & quadrato quarto pariter acceptis. His ego appono hexagonum tetragonicum quintum, triangulum quintum, & triangulum quartum; atque ita demonſtrandum erit, quod totum huiuſmodi aggregatum ex columna hexagona tetragonica quinta, cubo quarto, quadrato quarto, hexagono quinto, triangulo quinto, & triangulo quarto ſimul, triplum eſt pyramidis hexagonæ æquiangulæ quintæ.

per 45. Col. hex. æqui. 305 { col. hexag. tetr. 5. 225. / cub. 4 64 / □. 4. 16 }

hexagonus 5. 45
triang 5. 15.
triang. 4. 10.

quintæ. Cumque talis pyramis conſtet, per 40. ex combinatione duarum pyramidum, ſcilicet hexagonæ tetragonicæ quintæ, & quadratæ quartæ; iam oſtendendum erit, quòd ſuperius dictum aggregatum, triplum eſt ipſius dictæ combinationis: quod haud obſcurè conſtat. Nam vna pars illius aggregati, ſcilicet columna hexagona tetragonica quinta, cum hexagono ſuo quinto, & triangulo quinto, per præcedentis corollarium, æquiualet triplũ pyramidis tetragonicæ quintę: quæ vna partium combinationis eſt. Nec ſecus, reliqua pars aggregati, ſcilicet cubus quartus cum quadrato quarto, & triangulo quarto, ſimul ſumptus, per 63. huius, valet ſimiliter triplum pyramidis quadratæ quartæ, quæ iam de combinatione reſidua pars eſt. Itaque quoniam duę partes aggregati duabus combinationis partibus ſingulę ſingulis ſunt triplę: iccirco, per primam quinti Elementorum, & totum aggregatum totius combinationis triplum erit: quod erat demonſtrandum. Et argumentatio à quinto loco ad alia quęuis loca transferetur ad concluſionem propoſiti.

per 40^{a}. pyr. hexa tetr. 5. 95. pyr. hexa. æq. 5 125 pyr. □. 4. 30.

COROLLARIVM.

Et pro duobus triangulis collaterali & pręcedenti, ſubſtituere potes quadratum collateralem. Nam, per vndecimam, quadratus ęqualis eſt duobus ſimul triangulis, collaterali, & pręcedenti.

COROLLARIVM.

Rurſum pro hexagono tetragonico, & quadrato collateralibus, ſubſtituere potes hexagonum æquiangulum & numerum imparem collaterales. Nam, per 32. exempli gratia, hexagonus æquiangulus quintus, valet hexagonum tetragonicum quintum cum quadrato quarto. Apponatur vtrobique numerus impar quintus, at tunc hexagonus æquiangulus quintus cum impari quinto valebit hexagonum tetragonicum quintum cum quadrato quarto & impari quinto. Sed, per 13. quadratus 4^{a} & impar quintus ſimul valent quadratum quintum. Igitur hexagonus æquiangulus quintus cum impari quinto valent hexagonum tetragonicum quintum & quadratum quintum ſimul ſumptos: & perinde iiſdem ſubrogari poſſunt.

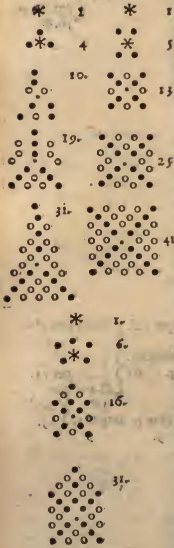
per 32^{a}. hexag. tetr. 5^{a} 45 hexa. æq. 5. 61 per 13. □. 4. 16 □. 5^{a} ipar 5. 9. impar 5. 9. 25.

LIBRI

LIBRI PRIMI

Pars Secunda.

PROLEGOMENA.



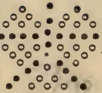
HActenus de numerarijs formis primi generis, nunc de centralibus agendum: de quarum numero eſt forma hexagona æquiangula tã ſuperficialis, quàm ſolida, ſeu pyramis, ſeu columna: de qua tamen in primo genere diſſeruimus, propter talis formæ dignitatem, qua meretur vtrobique tractari. Itaq; quo ad hexagonam æquiangulam formam, hic non repetemus ea, quæ in præmiſſis demonſtrata ſunt: ſed præmiſſis diffinitionibus, cætera proſequemur.

DIFFINITIONES.

OMNIS forma numeraria cẽtralis plana ſuperficialis cõſtruitur ex centrali vnitate & ex tot triãgulis præcedẽtibus primi generis, quot ſunt formæ ipſius anguli: vtpote triangulus centralis ex vnitate & tribus triangulis. Quadratus centralis ex vnitate & quatuor triangulis. Pentagonus centralis ex vnitate & quinque triãgulis. Hexagonus ex vnitate & ſex vt antea diximus. Heptagonus ex vnitate & ſeptẽ. Octogonus ex vnitate & octo triangulis primi generis, latera ſemper æqualia & angulos vniformes conſtituentibus compaginatur. Itaq; ſi lubet, deinceps. Vnde omnis figura centralis ſuperaddit præcedenti figuræ triãgulum. Verũ, ſicut in Hexagono geometrico latera ſunt ſemidiametris æqualia; ita hic, in hexagono numerali vnitates angulares tantùm inter ſe diſtant, quantũ ipſæ ab vnitate centrali remouentur: & tres unitates proximę ſemper triãgulũ æquilaterũ faciunt: ſicut in quadrato primo quatuor unitates quadratum conformant. In cæteris autem formis cẽtralibus, hoc eſt in triangulo, quadrato & pentagono, unitates laterales magis diſtant, quàm diametrales: minus uerò in formis hexagonum ſequentibus, ut in heptagono & octogono, ut poſtulat ſitus Geometricarum formarum, quas Arithmeticæ imitãtur.

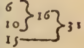
Omnis

Omnis porrò pyramis centralis fit ex aggregatione centralium formarum ſui, nominis ab vnitate vſq; ad baſim ſuam ſucceſſiuè aggregatarum. Vtpote pyramis triangula, triangularum: quadrata, quadratarum, & deinceps. Omnis demum columna centralis procreabitur ex forma centrali collaterali (quæ ſua baſis eſt) toties 4. coaceruata, quota eſt in ordine, ſiue in radicem lateralem multiplicata. Harum proprietates & colligantias nunc explicabimus.



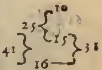
PROPOSITIO 67ª.

Omnis triangulus centralis conſtat ex collaterali triangulo & præcedenti quadrato primi generis. Exempli gratia: triangulus quintus centralis ſcilicet 31. conſtat ex triangulo collaterali primi generis, ſcilicet 15. & ex quadrato quarto, ſcilicet 16. Quod ſic oſtenditur. Tres trianguli primo ex ordine, tertius, quartus, quintus, ſcilicet, 6. 10. & 15. ſimul coniuncti, conficiunt triplum medij, & vnitatem per 29ª huius. Sed per diffin. triplum medij, hoc eſt, quarti trianguli, cum vnitate, conficit quintum triangulũ centralem. Igitur quintus triangulus centralis conſtat ex aggregato trium dictorum triangulorum tertij, quarti, & quinti. Cumque per 11ª huius, tertius & quartus triangulus componãt quartum quadratum: ſequitur, vt quartus quadratus cum quinto triangulo ſimul ſumptus perficiat quintum triangulum centralem. Quod erat demonſtrandum: & à quinto loco transfertur ſyllogiſmus ad quem vis alium: vt propoſitio concluſit.



PROPOSITIO 68ª.

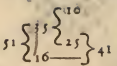
Omnis quadratus centralis conficitur ex duobus quadratis primi generis, ſcilicet collaterali & præcedenti. Exempli gratia. Quadratus qnt⁹ cẽtralis 41. cõficit̃ ex quinto & quarto quadratis primi generis. ſ. 25. & 16. Qđ ſic patet. Per 11ª huius, quadrat⁹ qnt⁹ conſtat ex quarto & qnto triãgulis primi generis Et p præcedẽtẽ, triãgulus qntus cũ quadrato 4. primi generis, cõficiũt triãgulũ qntũ cẽtralẽ: Igitur quadrat⁹ qntus cũ quadrato quarto ſimul æquiualẽt triãgulos duos. ſ. quartum primi generis, & qntũ cẽtralẽ. Sed triãgulus qntus centralis cum triangulo quarto primi generis, per diffin. procreat quadratum quintum centralem: ergo quadratus quintus centralis æquiualet duos quadratos primi generis, ſcilicet quintum & quartum: quod fuit demonſtrandum. & argumentum à quinto ad quemuis propoſitum locum transfertur, vt concluſio proponit. Id idem demonſtratur per 30ªᵐ huius.

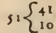




PROPOSITIO 69^{a}.

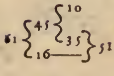
Omnis pentagonus centralis conſtruitur ex pentagono primi generis collaterali, & ex præcedenti quadrato. Exempli gratia, pentagonus quintus centralis 51. conſtruitur ex duobus formis primi generis, ſcilicet pentagono quinto 35. & quadrato quarto 15. Quod ſic conſtat. Per diffinition. pentagonus quintus primi generis conſtruitur ex quadrato quinto & triangulo quarto. Et per præcedentem, quadratus quintus cum quadrato quarto faciunt quadratum centralē quintū. Quare, pentagonus quintus cum quadrato 4° primi generis valebūt quadratum 5^{u} centralem cū triangulo quarto primi generis. Verùm per diffinitionem, □^{r} quintus centralis cum triágulo 4° procreat pētagonum quintum centralem. Ergo pētagonus 5° centralis æqualebit pētagonū quintū & □^{to} 4^{u} primi generis: qđ fuit demonſtrādū. Quæ demōſtratio, ſicut 5° ita cuilibet ꝓpoſito loco accōmodabitur ad cōfirmādū propoſitū.

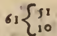




PROPOSITIO 70^{a}.

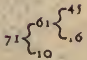
Omnis hexagonus cētralis conflatur ex formis primi generis, ſcilicet hexagono collaterali & quadrato præcedenti. Hæc propoſitio eadem eſt cum 32^{a}. Sed hic in ordine centraliū aliter demonſtrabitur. Dico igitur, ꝙ hexagonus centralis quintus ſcilicet 61. cōflatur ex quinto hexagono primi generis. 45. & □^{to} quarto 16. Quod quáuis in 32ª huius fuerit demonſtrandum, tñ & hic aliter cōſtabit ſic. Per diffinitionem, hexagonus 5° primi generis conſtat ex △^{lo} 4° & pentagono quinto primi: & per præcedentem, pētagonus 5° talis cum quadrato 4° primi, componunt pentagonum centralem 5^{u}. Quare, Hexagonus 5° primi cum □^{to} 4° æquiualebunt triangulum 4^{u} cum pentagono centrali quinto. Verùm, per diffin. pētagonus centralis 5° cum △^{lo} 4° conſtituit hexagonum centralem 5^{u}. Ergo hexagonus centralis 5° æquiualebit hexagonum 5^{u}, cum □^{to} 4° p^{i} generis: quod erat demonſtrandum. Et ſimiliter pro alijs locis argumētatio procedat ad ɔcludēdū propoſitū.





PROPOSITIO 71^{a}.

Omnis heptagonus conflatur ex tribus formis primi generis, ſcilicet hexagono tetragonico collaterali, atque quadrato & triangulo, præcedentibus. Exempli gratia, heptagonus 5° 71. conflatur ex primi generis hexagono quinto 45. quadrato quarto 16. & triangulo 4°. 10. Nam, ex diffinitione, ipſe 5° heptagonus conſtat ex 5° hexagono centrali & ex 4° triangulo: Sed per præcedentem, ipſe hexagonus æquiualet quintum



hexa-

hexagonum primi generis, & quadratum quartum. Igitur hexagonus quintus primi generis cum quadrato & triãgulo quartis ſimul conflabunt heptagonum quintum : quod eſt propoſitum. Similiter in alijs locis confirmatur propoſitum.

PROPOSITIO 72^{a}.

Omnis octogonus eſt æqualis quadrato imparis numeri ſibi collateralis. Exẽpli gratia, 5us octogonus eſt 81. ꝙ quidem $\square^{tus}$ eſt imparis 5^{i}, hoc eſt nouenarij. Nam, per diffinitionẽ, 5us octogonus cõſtruitur ex 4° Δ^{lo} primi generis octuplicato, & ex vnitate. Sed, per 54^{a} huius, tale octuplũ cũ vnitate eſt quadratus imparis 5^{i}. Igitur talis $\square^{tus}$ eſt ipſe octogonus 5us. quod eſt propoſitum. Non aliter pro cæteris in infinitum locis conſtat propoſitum.

PROPOSITIO 73^{a}.

Omnis forma centralis plana conſtat ex vnitate & ex radice præcedenti in numerum laterum ducta, & ex Δ^{lo} radicem præcedente in eundem numerũ ducto. Exẽpli grã, hexagonus cẽtralis 5us 61. cõſtat ex vnitate, ex ſexcuplo radicis 4^{ae} .ſ. 4. ꝙ eſt 24. & ex ſexcuplo Δ^{li} tertij 6. hoc eſt 36. ꝙ liquido cõſtat per diffin. ipſius hexagoni: ſicut in 26ª fuit oſtẽſum. Nam dicta duo ſexcupla faciunt ſex Δ^{los} 4os qui cum vnitate compaginãt ipſum hexagonũ. Similr̃ in Δ^{lo} cẽtrali, pro ſexcuplis accipe tripla: in $\square^{to}$ cẽtrali, quadrupla; in pẽtagono, quincupla: in heptagono, ſeptupla: in octogono octupla ipſarũ radicũ præcedẽtium & Δ^{lorum} an præcedẽtiũ: vt in oĩ propoſito loco cõcludas propoſitũ. Vñ, ꝙ 26^{a} de hexagono, præſens de oĩ plano cẽtrali cõcludit.

61 { 1, 24, 36 } 60

PLANI PRIMI GENERIS.					PLANI CENTRALES.					
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	4	5	6	7	8	9
3	6	9	12	15	10	13	16	19	22	25
4	10	16	22	28	19	25	31	37	43	49
5	15	25	35	45	31	41	51	61	71	81
6	21	36	51	66	46	61	76	91	106	121
7	28	49	70	91	64	85	106	127	148	169
8	36	64	92	120	85	113	141	169	197	225
9	45	81	117	153	109	145	181	217	253	289
10	55	100	145	190	136	181	226	271	316	361
radices	Δ^{li}	$\square^{ti}$	⬠ ^{ni}	✱ ^{ni}	Δ^{li}	$\square^{ti}$	⬡ ^{ni}	✱ ^{ni}	Hept.	Oct.

PROPOSITIO 74ª.

Omnis pyramis cētralis conſtat ex radice collaterali tanquam axe, & ex tot pyramidibus triangulis primi generis præcedentibus loci, quot ſunt latera pyramidis centralis. Quod 39ª huius de pyramide centrali hexagona demonſtrauit: hæc præſens de omni pyramide centrali concludit. Et demonſtratio vtrobique eſt eadem. Itaque in omni pyramide ſumenda eſt radix
5 collateralis: ſed in pyramide Δla ſumendum eſt triplum
85 pyramidis triangulæ primi generis præcedentis: in quadrata
80 quadruplum, in pentagona quincuplum, in hexagona ſexcuplum, ſicut in 39.ª factum eſt. In heptagona ſeptuplum. In octagona octuplum. Atque ita ex diffin. conſtabit, ſicut in 39.ª propoſitum. Exempli gratia, pyramis quadrata centralis quinti loci eſt 85. qui numerus conſtat ex radice quinta, ſcilicet 5. & ex quadruplo pyramidis Δlæ primi generis, ſcilicet ex 80. & ſimiliter in cæteris locis.

COROLLARIVM.

Manifeſtum eſt igitur, quòd ſicut pyramis centralis quadrata ſupra triangulum pyramidem collateralem: ita & pentagona ſupra quadratam: nec non hexagona ſupra pentagonam, & heptagona ſuper hexagonam: & octogona ſuper heptagonam ſemper addidit præcedentem pyramidem triangulam primi generis. Sicut videlicet baſis centralis ſupra baſim collateralem laterum vnitate pauciorum, addit præcedentem primi generis triãgulum.

PROPOSITIO 75ª.

95 *Omnis item pyramis centralis conſtat ex tot pyramidibus pri-*
125 *mi generis; ex quot baſibus primi generis eius; baſis conſtare oſtē-*
30 *ſa eſt, & eiuſdem nominis atque loci.* Exempli gratia: pyramis hexagona centralis quinta, ſcilicet 125. conſtat ex quintã pyramidē hexagona primi generis, ſcilicet 95. & ex 4ª pyramide quadrata primi generis, ſcilicet 30. quoniam ſcilicet baſis hexagona cētralis quinta, ſcilicet 61. conſtat ex hexagono quinto, ſcilicet 45. & ex quadrato quarto primi generis, ſcilicet 16. vt in 70ª. oſtenſum fuit: quod quidem demonſtratum eſt in 40ª huius, quoad hexagonam pyramidem: & ſimiliter hîc generaliter de omni centrali pyramide oſtendetur.

Sed in horum exemplum exponemus in tabella pyramides vtraſque, tam ſcilicet primi generis, quàm centralis, in quibus propoſitionum veritas apparet.

Pyramides

Pyramides pⁱ Generis. *Pyramides Centrales.*

1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1
2	4	5	6	7		5	6	7	8	9	10
3	10	14	18	22		15	19	23	27	31	35
4	20	30	40	50		34	44	54	64	74	84
5	35	55	75	95		65	85	105	125	145	165
6	56	91	126	161		111	146	181	216	251	286
7	84	140	196	252		175	231	287	343	399	455
8	120	204	288	372		260	344	428	512	596	680
9	165	285	405	525		369	489	609	729	849	969
10	220	385	550	715		505	670	835	1000	1165	1330
radices	△les	□tes	⬠nes	✳nes		△les	□res	⬠nes	✳nes	*Hept.*	*Oct.*

Propositio 67ª.

Omnis columna centralis coagmentatur ex radice collaterali, tanquam axe, & ex congerie præcedentis triangulæ columnæ ſuiq; trianguli in primo genere in numerum lateri multiplicata.

Quòd 46ª huius, oſtendit de columna hexagona cẽtrali: hæc pñs de omni centrali columna proponit, & demonſtratio hîc & ibi eadẽ eſt. Itaq; in omni columna ſumẽda eſt radix collateralis: ſed in columna triangula, cõgeries præcedẽtis triãgulæ columnæ, ſuique △li in primo genere, multiplicanda eſt in ternarium. In colũna quadrata, in quaternarium: pro colũna pẽtagona in quinarium, per hexagona in ſenarium, per heptagona in ſeptenarium, per octogona in octonarium. Atque ita ex diffin: conſtabit, ſicut in 46. propoſitum. Exempli gratia: columna centrali quadrata quinti loci, eſt 125. in conflatur ex radice quinta, ſcilicet 5 & ex congerie præcedentis triangulæ columnæ ſuique trianguli in primo genere, ſcilicet 50. quadruplicata, hoc eſt, ex 200. & ſimiliter in cæteris locis, & in cęteris columnis.

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd ſicut columna centralis quadrata ſupra triangulam centralem columnam collateralẽ: ita & pentagona ſupra quadratam: Nec non & hexagona ſupra pentagonam, & heptagona ſupra hexagonam, & octogona ſuper heptagonam ſemper addit præcedentem columnam triangulam cum ſuo triangulo primi generis. Hoc idem de pyramidibus ante præmiſſæ corrollarium inferebat.

PROPOSITIO 77ª.

Omnis item columna centralis conſtat ex tot columnis primi generis, ex quot eiuſdem generis baſibus eius baſis conſtare oſtenſa eſt, & eiuſdem nominis acque loci. Columnis tamē præcedentis loci unà cū baſibus proprijs acceptis. Exempli gratia: columna centralis hexagona quinta, ſcilicet 305. conſtatur ex columna hexagona primi generis quinta, ſcilicet 125. & ex cubo quarto 64. vnà cum ſuo quadrato 16, quoniam, ſcilicet baſis hexagona centralis quinta, ſcilicet 61. conſtabat ex hexagono quinto ſcilicet 45. & ex quadrato quarto primi generis, ſcilicet 16. per 70ª præmiſſam. Quod quidem in 45ª huius oſtenſum eſt, quo ad columnam hexagonam: & demonſtratio, ſimili proceſſu, ad omnem centralem columnam extendi poteſt. Ad verificandum quod hîc proponitur.

305 { 125, —64, 16 }

PROPOSITIO 78ª.

In omnibus tribus ſiue planis, ſiue pyramidibus, ſiue columnis centralibus, collateralibus, ſub continuato laterum numero, ſuſceptis, aggregatum extremorum eſt duplum ad medium. Exempli gratia, ſumatur quintus triangulus 31. quintus quadratus 41. & quintus pentagonus 51. centrales. Aio quòd in his aggregatum extremorum, hoc eſt 31. & 51, eſt duplum ipſius 41. medij. Nam, vt conſtat ex diffin. talium formarum, differentia trianguli & quadrati eſt æqualis differentiæ quadrati & pentagoni: quandoquidem talis differentia eſt triangulus quartus primi generis. Quamobrem, per 28ª huius, congeries extremorum eſt duplū medij, quod eſt demonſtrandum. Similiter, ſi ſumantur pyramis triangula quinta 65. pyramis quadrata quinta, ſcilicet 85. & pyramis pentagona quinta 105. quoniam eodem exceſſu continuatur per corollarium 74ª præmiſſæ, per dictam 28ª conſtabit propoſitum. Item in columnis tribus centralibus, ſcilicet triangula quinta 155. quadrata quinta 205. Pentagona quinta 255. quarum exceſſus idem eſt, per 76ª præmiſſæ corollarium: nihilominus, per dictam 28ª verificatur concluſio. Nec ſecus ſi pro quinto, quotuſcunque capiatur in ordine locus; per eadem precedet ſyllogiſmus ad approbandum propoſitum. In quorum exemplum, ſicut dudum planos numeros & pyramides, ita nunc columnas tam primi generis, quàm centrales in indice ſequenti exanabimus.

31, 41, 51 } 82

65, 85, 105 } 170

155, 205, 255 } 410

Columnæ.

Columnæ pi Generis. *Columnæ Centrales.*

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	6	8	10	12	8	10	12	14	16	18
3	18	27	36	45	30	39	48	57	66	75
4	40	64	88	112	76	100	124	148	172	396
5	75	125	175	225	155	205	255	305	355	405
6	126	216	306	396	276	366	456	546	636	726
7	196	343	490	637	448	595	742	889	1036	1183
8	288	512	736	960	680	904	1128	1352	1576	1800
9	405	729	1053	1377	981	1305	1629	1953	2277	2601
10	550	1000	1450	1900	1360	1810	2260	2710	3160	3610
radices	△les	□re	⬠nes	*nes	△les	□re	⬠nes	*nes	*Hept.*	*Oct.*

His ad Lectoris meliorem intelligentiam ita deſcriptos, ad reliqua properabimus.

P R O P O S I T I O 79ª.

Omnis columna triangula centralis cum quadrato & triágulo primi generis collateralibus coniunčta, triplũ facit ſuæ pyramidis. Exẽpli gratia, colũna triágula centralis quinta. ſ. 155. cũ quadrato quinto 25. & triangulo quinto 15. primi generis coniũcta, facit 195. qđ triplũ eſt pyramidis centralis quintæ 65. Quod ſic oſtenditur. Columna triangula centralis quinta, per 77ª conſtat ex tribus primi generis formis, ſcilicet columna triangula quinta, cubo quarto, & quadrato quarto. His appono eiuſdẽ generis quadratũ quintũ, qui per 11ª valet triágulũ 5ᵘ & 4ᵘ: appono item triangulũ aliũ quintum. Atq; ita oſtẽdendũ erit quod totum hmõi aggregatũ ex columna △le 5ª cubo 4º, quadrato quarto, duobus triangulis quintis & △lo 4º primi generis ſimul triplum eſt pyramidis △le 5te centralis. Sed cum pyramis △le 5ª cẽtralis, per 75ª huius, cõſtruatur ex cõbinatione duarũ pyramidũ primi generis, ſcilicet △le 5e & quadratæ 4e: Iã demõſtrãdũ erit, φ ſupradictũ aggregatũ triplũ eſt p̃dictæ cõbinationis. Quod ſic patet. Vna pars illius aggregati ſ. colũna triágula quinta, cũ duobus triangulis quintis, per 50ª huius, æqualis eſt triplo pyramidis triágulę quintæ, quæ fuit vna pars cõbinationis.

per 77ª — Col. △le 5ª 2ª 155. = { Col. △le 5ª pª + 75; Cub. 4º × 64; □º 4º 16 × }

per 11ª — △lº 5º pª + 15

□º 5º 25 = { △lº 5º + 15; △lº 4º × 10 }

Pyr. △le 5ª 2ª 65 per 75ª = { pyr. △le 5ª pª + 35; pyr. □ta 4ª pª × 30 }

Item que reliqua pars aggregata, ſcilicet cubus quartus, cum quadrato & Δ^{lo} quartis, æqualis eſt, per 63ª huius, triplo pyramidis quadratæ quartæ, quæ fuit altera pars combinationis. Itaque, quoniam duæ partes aggregati duabus partibus combinationis, ſingulæ ſingulis triplæ ſunt: Idcirco, per primã quinti Elementorum, & totum aggregatum totius combinationis, triplum erit, quòd fuit demonſtrandum: & demũſtratio à quinto ad quem vis alium locum transferetur, ad confirmandum propoſitum. PROPOSITIO 80ª.

per 77ª — Cub^o 5° + 125 +
Col. □ 5ª 2ª — Cub. 4° 64 x
205. — □^o 4° 16 x
□. 5° p^o 25. +
per 11ª Δl^o 5° p^i 15 +
□^o 5° 25 — Δl^o 4° p^o 10 x

Omnis columna quadrata centralis cum duplo quadrati collateralis primi generis coniuncta triplum facit ſuę pyramidis. Exempli gratia: columna quadrata centralis quinta. ſ. 205. cũ duplo quinti quadrati ex p^o genere, hoc eſt, cum 50. facit 255. quod triplũ eſt ſuæ pyramidis, ſcilicet 85: qđ ſic cõcluditur. Colũna quadrata centralis quinta, per 77ª, conſtat ex tribus primi generis formis, ſcilicet cubo 5°, cubo 4° (quæ ſunt colũnæ quadratæ) & quadrato 4°. His applico quadratũ quintũ & alterum quadratũ quintũ, qui, per 11ª æquiualet duos triangulos, quintum, & quartũ: atq; ita oſtendendũ erit, qđ totũ tale, aggregatũ ex cubo quinto, cubo quarto, quadrato 4°, quadrato quinto, & triangulis 5° & 4° primi generis, ſimiliter triplum eſt pyramidis quadratę centralis quintæ. Cumque pyramis talis, per 75ª huius, conſtat ex combinatione duarũ pyramidũ primi generis, ſcilicet quadratę quintæ, & quadratæ quartæ: Iã demonſtrandũ erit, ꝙ ſupradictũ aggregatũ triplũ ſit ad prædictam cõbinationẽ: ꝙ ſic deducitur. Vna pars illius agregati. ſ. cubus, quadrat⁹, & triangulus quinti loci, per 63ª, ſimul faciunt triplũ pyramidis quadratæ quintę, quę fuit vna pars combinationis. Itemq; reliqua pars aggregati. ſ. cubus, quadratus, & triangulus quarti loci, per eandẽ 63ª, ſimul facit triplum pyramidis quadratę quartæ, quæ fuit reliqua pars combinationis: quamobrẽ duæ iam partes aggregati triplæ ſunt ad duas partes cõbinationis, ſingulæ. ſ. ad ſingulos. Et ideò, per quinti Elementorum primã, totum aggregatum totius cõbinationis triplũ erit, qđ demonſtrãdũ fuit. Et ſimiliter à quinto ad quemuis locũ transferetur demonſtratio propoſiti. PROPOSITIO 81ª.

Pyr.□ 5ª 2ª — pyr.□ 5ª p^i 55 +
x 85
per 75ª — pyr.□^a 4^a p^i 30 x

Omnis columna pentagona centralis cum duplo quadrati collateralis, & cum triangulo præcedente primi generis, triplum facit ſuæ pyramidis. Exempli gratia: columna pentagona centralis quinta 255. cum duplo quadrati quinti. ſ. 50. & cũ

Δ^{lo}

△^lo quarto, ſ. 10. primi generis, cõficit 315. qđ triplũ eſt pyramidis pentagonæ centralis quintæ, ſ. 105. qđ ſic demonſtrat. Colũna pentagona centralis quinta per 77ª cõſtat ex tribus primi generis formis; videlicet colũna pẽtagona 5^a, cubo 4°, & □^to 4°. His adiungo duplũ □^ti quinti, & triangulũ quartũ, atq; ita demõſtrandũ erit, quòd totum id aggregatum ex columna pẽtagona 5^a, cubo 4°, quadrato 4°, duobus quadratis quintis, & △^lo 4° ſimul triplũ ſit pyramidis pẽtagonæ cẽtralis quintæ. Verùm pyramis hmõi per 75^a huius, cõſtat ex cõbinatione duorum pyramidum primi generis, ſ. pentagonæ quintæ, & triangulæ 4^tæ, & propterea demõſtrandũ erit, quòd memoratum aggregatum pręfatæ cõbinationis triplũ eſt. Hoc pacto: vna pars illius aggregati, ſ. columna pẽtagona cum duplo quadrati ex 5° loco, per 64^a, ſimiľr ęquat triplum pyramidis pẽtagonæ 5^tæ, quæ ſ. eſt vna pars combinationis. Itẽ: reſidua pars aggregati, ſ. cubus, quadratus, & triangulus quarti loci, ſimul æquat, per 63^a, triplũ pyramidũ □^tæ quartæ, quæ iã eſt reſidua pars combinationis. Sic, quoniam duę partes aggregati ad duas partes combinationis, ſingulæ ad ſingulas triplæ ſunt: ideo per quinti elementorum primam, totum aggregatum totius cõbinationis triplum erit, & ſimiliter in quocunque alio loco verificatur propoſitum.

per 77^a — Co. ⬠ 5^a 2^i — 405. — { Col. 5^a p^9 — 175. + — Cub^9 4^9 — 64. x — □^ti 4^9 — 16. x — □ 5^9 — □^9 5^9 — 50. — △ 4^9 p^i — 10. x }

Py. 5^a 2^i — 105 — per 75^a — { Pyr. ⬠ 5^a p^9 — 75. + — Pyr. □^ta 4^a p^9 — 30. x }

S C H O L I V M.

Quo autem pacto columna hexagona centralis conficiat, ſicut cæteræ columnę ſuarum ſingulæ pyramidum, triplum ſuæ pyramidis ſatis demonſtratum eſt in ſexageſima ſexta.

P R O P O S I T I O 82^a.

Omnis columna heptagona cum hexagono primi generis & quadrato collateralibus atque triangulo præcedenti coniuncta, efficit triplum ſuæ pyramidis. Exempli gratia: columna heptagona quinta 355. cũ hexagono quinto, quadrato quinto, & triangulo 4° in p° genere: hoc eſt, cum 45. 25. 10. conficit 435. quod aio triplum eſſe pyramidi heptagonæ quintæ, ſcilicet 145. Quod ſic demonſtro. Columna heptagona quinta, per corollarium 76. huius, conſtat ex tribus formis, ex columna hexagona quinta centrali, & ex columna quarta primi generis, atque triangulo quarto. His adiungo hexagonum quintum primi generis, ac quadratum quintũ, & triãgulum quartum. Atq; ita demonſtrãdum erit, ꝙ totum hocce aggregatum ex columna quinta centrali hexagona, columna triãgulã quartã primi generis, triãgulo quarto, hexagono quinto,

per Coroll. 76^x — Col. hept. 5^a — 355 — { Col. ✳, 5^a 2 — 305 + — Col. △^li 4^a p — 40 x — △^9 4^9 p^9 — 10. x } — ✳ 5^9 p^9 — 45. + — □ 5^9 — 25 + — △ 4^9 — 10

quadrato

quadrato quinto, & alio triangulo quarto, ſimul æquiualet triplo pyramidis heptagonæ quintæ. Cunq; per corollarium 74ᵐ huius talis, quinta pyramis conſtituatur ex combinatione duarum pyramidũ, ſcilicet ex hexagona centrali quinta, & triãgula quarta primi generis: Iã oſtendendũ erit, quod dudum dictũ aggregatũ ad dictã mox combinationẽ triplũ erit, hoc ſcilicet pacto. Vna pars illius aggregati, ſcilicet columna hexagona centralis quinta cum hexagono primi generis quinto, & quadrato quinto, ſimul per corollarium primum 66ᵉ triplum facit pyramidis hexagonę centralis quintę: quę pars eſt vna combinationis. Item columna triangula, cũ duobus triangulis quarti loci, per 50ª huius, triplum facit pyramidis triangulæ quartæ, quod reſiduum eſt combinationis. Quare cum duæ partes aggregati, duarum partium combinationis, ſingulæ ſingularum triplæ ſint: Iã per primam quinti Euclidis: totumq; aggregatum totius combinationis triplũ erit. In hoc quinto loco: & ſimiliter in omni alio, quod eſt propoſitum.

Pyr. hept. 5ª 145. = Pyr. ✱. 5ª 2ⁱ 125. + Pyr. Δˡᵃ 4ª pᵍ 20. χ

COROLLARIVM.

Et pro hexagono primi generis & quadrato collaterallibus, ſubſtituere potes hexagonũ centralem & imparem collaterales. Nam, per corollarium 2ᵘ 66ᵉ, hexagonus centralis & impar ſimul ſumptis, valent hexagonũ primi generis & quadratũ collaterales, hoc eſt, in quinto loco, huius exempli.

PROPOSITIO 83ª.

Omnis columna octogona, cum hexagona primi generis, ac quadrato collateralibus, duploq; triãguli præcedentis coniuncta, facit triplum ſuæ pyramidis. Exempli gratia, columna octangula quinta 405. cum hexagono primi generis & cum quadrato quinto, hoc eſt, cũ 45. & cum 25. duploque trianguli quarti, ſcilicet cum 20. conficit 495. quod aio triplum eſſe pyramidis octangulæ quintæ, ſcilicet 165. Quod ſic oſtendo. Columna octangula quinta, per corollarium 76ᵉ conſtituitur ex duabus columnis, ſeptangula quinta: triangula 4ª primi generis, & triangulo quarto. His ergo aſſocio hexagonũ primi generis, & quadratum quintũ: nec non duos triangulos quartos. quo facto, demonſtrandum erit, quòd totum iſtud aggregatum, ſcilicet ex columna ſeptangula quinta, columna triangula quarta primi generis, triangulo quarto, hexagono quinto, quadrato quinto, duploque trianguli quarti, ſimul triplum conſummabit pyramidis octangulæ quintæ,

Col. 8ˡᵃ 5ª 405. = Col. 7ˡᵃ 5ª 355. + Col. Δˡᵃ 4ª pⁱ 40. χ
Δlᵖ 4ᵖ pᵖ 10. +
✱ᵍ 5ᵍ pⁱ 45. +
□ᵍ 5ᵍ pⁱ 25. +
Δ 4ᵍ pⁱ
Δ 4ᵍ pⁱ 20. χ

tæ. Cumq; per corollarium 74ᵘ huius, talis pyramis quinta conficiatur ex pyramidis ſeptangulæ quintæ, & pyramidis triangulæ quartæ combinatione: Iam oſtendendū erit, quòd dictū aggregatū dictæ cōmbinationis triplū erit. hoc videlilicet pacto. Vna pars illius aggregati, ſcilicet colūna ſeptangula quinta cum hexagono primi generis quinto, quadrato quinto, & quadrato 4° ſimul efficit, per præcedentē propoſitionē, triplū pyramidis ſeptangulæ quintæ, quæ pars eſt vna cōbinationis, Itē reſiduū aggregati, ſcilicet columna triāgula 4ª primi generis, cū duplo trianguli quarti per 50ª huius, triplū facit pyramidis triangulæ quartæ: qui eſt reſiduū cōbinationis, Itaque, cum duæ partes aggregati duarū partum combinationis ſingulæ ſingularum triplæ ſint, iā & per primā quinti Euclidis, totū aggregatū toti⁹ cōbinationis triplū erit. In hoc quinto loco; & ſimiliter alibi. Qđ eſt propoſitū.

pyr. 8^{la} 5^{a} 165 { pyr. $\triangle^{la}$ 5^{a} 145 + | pyr. ∇^{la} 4^{a} p^{l} 20. χ }

Col. 8^{la} 5^{a} 405 { Col. 7^{la} 5^{a} 355. | Col. □. 4^{a} p^{9} 40. | △. 4^{9} p^{9} 10. }

✱. 5^{9} p^{9} 45.

□. 5^{9} p^{9} 25.

△ 4^{9} p^{9}

▽ 4^{9} p^{9} 20

COROLLARIVM.

Et pro hexagono primi generis & quadrato collateralibus ſubſtituere potes hexagonum centralem & imparem collaterales. Nam, per corollarium 2ᵘ 66ᵉ hexagonus centralis & impar ſimul ſumpti, valent hexagonum primi generis & quadratū collaterales, hoc eſt, in quinto loco, per aſſumpto exemplo.

Pyr. 8^{la} 5^{a} 165 { Pyr. 8^{la} 5^{a} 145 | Pyr. $\triangle^{la}$ 4^{a} p^{l} 20. }

PROPOSITIO 84ª.

Sicut columna triangula centralis cum quadrati & trianguli collateraliū primi generis aggregato coniuncta, triplum conficit ſuæ pyramidis. Ita etiam ſequentium columnarū centralium tā quadrata cū dicto aggregato & vno triangulo præcedenti: q̄ pentagona cū eodē aggregato & duplo triāguli pręcedētis: q̄ hexagona cum tali aggregato & triplo triāguli præcedētis, quàm ſeptāgula cū ipſomet aggregato & quadruplo triāguli præcedētis: quāque octangula cū eo ipſo aggegato & quincuplo triāguli præcedētis cōiūcta, triplū efficit ſuæ pyramidis. Sūto columnæ cētrales collaterales a. quidē triāgula, ipſe b. quadrata, ipſa c. pentagona, ipſa d. hexagona, ipſa e. ſeptangula, & ipſa f. octangula. Item g. quadratus & h. triangulus eiuſdem loci, hoc eſt, collaterales ipſarum columnarū & ex ipſo genere. Itē per triāgulus eiuſdē generis præcedētis loci: & ex alia parte ſunto pyramides centrales columnis dictis collaterales: Ipſa quidem l. triangula, ipſa m. quadrata, ipſa n. pētagona, ipſa o. hexagona, ipſa p. ſeptangula. ipſaque q. octangula: quibus diſpoſitis, oſtēdēdū eſt, quòd ſicut, per 79ª huius aggregatū ex a g h. triplum eſt ipſius l. ita & aggregatū ex

Col	□△.	△	pyr.
a.	g h		l
b.	g h	K	m
c.	g h	K K	n
d.	g h	K K K	o
e.	g h	K K K K	p
f.	g h	K K K K K	q

Exemplum pro loco 5°.

Col. 5.	□. 5.	△. 5.	△. 4.	pyr. 5
155.	25.	15.	—	65
205.	25.	15.	10	85
255.	25.	15.	20	105
305.	25.	15.	30	125
355.	25.	15.	40	145
405.	25.	15.	50	165

40. Col. △. 20. Pyr. △. 4ª.

Col.	□ △.	△	pyr.
a.	g h	——	l
b.	g h K	——	m
c.	g h K K	——	n
d.	g h K K K	——	o
e.	g h K K K K	——	p
f.	g h K K K K K	——	q
	r. ſ.		

Exemplum pro 5° loco

Col. 5. □.	5. △.	5. △. 4	pyr. 5
155.	25.	15.	—— 65
205.	25.	15. 10	— 85
255.	25.	15. 20	—105
305.	25.	15. 30	—125
355.	25.	15. 40	—145
405.	25.	15. 50	—165
	40.	20.	

ex b g h.& K. triplum erit ipſius m. nec nõ aggregatum ex c g h. duploque ipſius k triplum ipſius n. itemq; aggregatũ ex d g h. triploque ipſius k.triplum ipſius o. adhuc aggregatum ex e g h.& quadruplato k. triplum ad p.& tandem aggregatum ex f g h. & quincuplato k. triplũ ad ipſum q. hoc pacto. Sit colũna triangula primi generis præcedens,hoc eſt collateralis ipſi k.triangulo ſignata per r. pyramis autẽ centralis præcedens, hoc eſt, collateralis columnæ r.ac triangulo k. eſto notata per ſ.cumque aggregatum ex a g h. triplũ ſit ipſius l. per 79ª præmiſſam, oſtendã quòd, aggregatũ ex b g h. & k. triplum eſt ipſius m. Nam per corollarium 76æ huius, ipſa b. addit ſuper a. ipſã r. & ipſum k. Et ideò aggregatum b g h k. addit ſuper aggregatum a g h. ipſam r.& duplum ipſius k. Item ipſa m. ſuper l. per corollarium 74æ addit ipſam ſ. Triplum eſt autem additamentum additamẽti,hoc eſt,ipſum r. cum duplo ipſius k. duplum eſt ipſius ſ. per 50ª huius. Igitur per primam quinti Eucl. aggregatum ex b g h. & k. triplum erit ipſius m. quod fuit oſtẽdendum. Et quoniam c. addit ſuper b. ipſam r.& alium k. per corollarium 76æ huius,& n.ſuper m. addit rurſus ipſam ſ.per corollarium 74æ Similiter penitus & eodem proceſſu oſtendã, quòd aggregatum c g h. cum duplo ipſius k.triplum eſt ipſius n. Nec non, quòd aggregatum d g h. cum triplo ipſius k. triplum eſt ipſius o. Adhuc quod aggregatum e g h.cum quadruplo ipſius k. triplum eſt ipſius p.& demum,quòd aggregatum f g h. cum quincuplo ipſius k. triplum eſt ipſius q. ſicut demonſtrandum proponitur.

COROLLARIVM.

Et eodem cremento procederemus, ſi vltra octangulam columnam ac pyramidem confingeremus formas ſequentes,ſcilicet enneagonam,& decagonam,& reliquas deinceps. Sed ne curioſitas modum excedat, ſatis ſit nobis hucuſque progreſſi; & protinus de regularibus ſolidis differere incipiamus, ne quid in hac ſpeculatione intactum relinquatur.

Propo-

PROPOSITIO 85[a].

Omnis par cum paribus omnium praecedentium locorum coniunctus, conficit collateralem parte altera longiorem. Exempli gratia, par quinti loci, ſcilicet 8. coniunctus cum paribus praecedentibus 6.4.2.0. conflat 20. parte altera longiorem quintum. Nam per 3[a] huius quatuor dictorum parium aggregatum duplum eſt ad aggregatum totidem radicum ab vnitate continuatarum, hoc eſt, ad triangulum primi generis quartum. Item ad eundem triangulum quartum duplus eſt parte altera longior quintus, ſcilicet 20. per octauam huius. Aequalis igitur eſt parte altera longior quintus dicto quatuor parium numerorum aggregato. Quod fuit demonſtrandum. Et demonſtratio ad alium quemuis locum transferetur vt conſtet propoſitum.

0.	0.	1.
2.	2.	2.
4.	6.	3.
6.	12.	4.
8.	20.	10.
20		

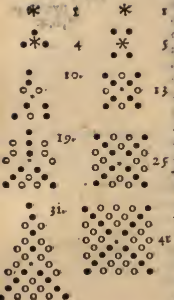
PROPOSITIO 86[a].

Si numerorum imparium ab vnitate per ordinem continuatorum ſingulorum ſinguli quadrupli poſt Zifram diſponantur, ex eorum ſucceſſiua aggregatione cōſtructur quadrati numeri à paribus collateralibus in ſe multiplicatis producti. Exempli gratia, quotuis ab vnitate impares, vt puta quatuor 1.3.5.7. ſinguli quadruplicentur, & poſt Ziſram diſponātur ſic 0.4.12.20.28. aio, quòd horum quadruplorum omnium aggregatum eſt numerus quadratus, qui fit à numero pari quinti loci in ſe ducto, hoc eſt, ab octonario. Nam, per 15[a] huius ex aggregatione dictorum quatuor imparium fit quadratus quartę radicis. Quare quadrupli eorumdē imparium conficient quadruplum dicti quadrati, hoc eſt, quadratum, qui ſit ex duplo dictæ radicis in ſe ducto, hoc eſt ex octonario in ſe multiplicato. Nam latera, quorum quadrata ſunt in quadrupla rátione, ſeruant ad inuicem rationem duplam. Similiter per locis alijs conſtat propoſitum.

1.	0.	0.	1.
3.	4.	2.	2.
5.	12.	4.	3.
7.	20.	6.	4.
16.	28.	8.	
	64.		

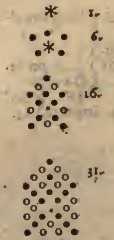
Pars Secunda.

PROLEGOMENA.



HActenus de numerarijs formis primi generis, nunc de centralibus agendum: de quarum numero eſt forma hexagona æquiangula tã ſuperficialis, quàm ſolida, ſeu pyramis, ſeu columna: de qua tamen in primo genere diſſeruimus, propter talis formæ dignitatem, qua meretur vtrobique tractari. Itaq; quo ad hexagonam æquiangulam formam, hic non repetemus ea, quæ in præmiſſis demonſtrata ſunt: ſed præmiſſis diffinitionibus, cætera proſequemur.

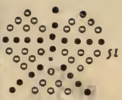
DIFFINITIONES.



OMNIS forma numeraria cẽtralis plana ſuperficialis cõſtruitur ex centrali vnitate & ex tot triãgulis præcedẽtibus primi generis, quot ſunt formæ ipſius anguli: vtpote triangulus centralis ex vnitate & tribus triangulis. Quadratus centralis ex vnitate & quatuor triangulis. Pentagonus centralis ex vnitate & quinque triãgulis. Hexagonus ex vnitate & ſex vt antea diximus. Heptagonus ex vnitate & ſeptẽ. Octogonus ex vnitate & octo triangulis primi generis, latera ſemper æqualia & angulos vniformes conſtituentibus compaginatur. Itaq;, ſi lubet, deinceps. Vnde omnis figura centralis ſuperaddit præcedenti figuræ triãgulum. Verũ, ſicut in Hexagono geometrico latera ſunt ſemidiametris æqualia; ita hîc, in hexagono numerali vnitates angulares tantùm inter ſe diſtant, quantũ ipſæ ab vnitate centrali remouentur: & tres unitates proximę ſemper triãgulũ æquilaterũ faciunt: ſicut in quadrato primo quatuor unitates quadratum conformant. In cæteris autem formis centralibus, hoc eſt in triangulo, quadrato & pentagono, unitates laterales magis diſtant, quàm diametrales: minus uerò in formis hexagonum ſequentibus, ut in heptagono & octogono, ut poſtulat ſitus Geometricarum formarum, quas Arithmeticæ imitãtur.

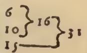
Omnis

Omnis porrò pyramis centralis fit ex aggregatione centralium formarum ſui, nominis ab vnitate vſq; ad baſim ſuam ſucceſſiuè aggregatarum. Vtpote pyramis triangula, triangularum: quadrata, quadratarum, & deinceps. Omnis demum columna centralis procreabitur ex forma centrali collaterali (quæ ſua baſis eſt) toties 4. coaceruata, quota eſt in ordine, ſiue in radicem lateralem multiplicata. Harum proprietates & colligantias nunc explicabimus.



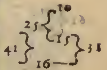
PROPOSITIO 67ª.

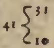
Omnis triangulus centralis conſtat ex collaterali triangulo & præcedenti quadrato primi generis. Exempli gratia: triangulus quintus centralis ſcilicet 31. conſtat ex triangulo collaterali primi generis, ſcilicet 15. & ex quadrato quarto, ſcilicet 16. Quod ſic oſtenditur. Tres trianguli primo ex ordine, tertius, quartus, quintus, ſcilicet, 6.10. & 15. ſimul coniuncti, conficiunt triplum medij, & vnitatem per 29ª huius. Sed per diffin. triplum medij, hoc eſt, quarti trianguli, cum vnitate, conficit quintum triangulũ centralem. Igitur quintus triangulus centralis conſtat ex aggregato trium dictorum triangulorum tertij, quarti, & quinti. Cumque per 11ª huius, tertius & quartus triangulus componãt quartum quadratum: ſequitur, vt quartus quadratus cum quinto triangulo ſimul ſumptus perficiat quintum triangulum centralem. Quod erat demonſtrandum: & à quinto loco transfertur ſyllogiſmus ad quem vis alium: vt propoſitio concluſit.



PROPOSITIO 68ª.

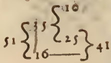
Omnis quadratus centralis conficitur ex duobus quadratis primi generis, ſcilicet collaterali & præcedenti. Exempli gratia. Quadratus qnt⁹ cẽtralis 41. cõficit̃ ex quinto & quarto quadratis primi generis. ſ. 25. & 16. Qđ ſic patet. Per 11ª huius, quadrat⁹ qnt⁹ conſtat ex quarto & qnto triãgulis primi generis Et p̃ præcedẽtẽ, triãgulus qntus cũ quadrato 4. primi generis, cõficiũt triãgulũ qntũ cẽtralẽ: Igitur quadrat⁹ qntus cũ quadrato quarto ſimul æquiualẽt triãgulos duos. ſ. quartum primi generis, & qntũ cẽtralẽ. Sed triãgulus qntus centralis cum triangulo quarto primi generis, per diffin. procreat quadratum quintum centralem: ergo quadratus quintus centralis æquiualet duos quadratos primi generis, ſcilicet quintum & quartum: quod fuit demonſtrandum. & argumentum à quinto ad quemuis propoſitum locum transfertur, vt concluſio proponit. Id idem demonſtratur per 30am. huius.

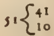




PROPOSITIO 69^{a}.

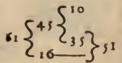
Omnis pentagonus centralis conſtruitur ex pentagono primi generis collaterali, & ex præcedenti quadrato. Exempli gratia, pentagonus quintus centralis 51. conſtruitur ex duobus formis primi generis, ſcilicet pentagono quinto 35. & quadrato quarto 15. Quod ſic conſtat. Per diffinition. pentagonus quintus primi generis conſtruitur ex quadrato quinto & triangulo quarto. Et per præcedentem, quadratus quintus cum quadrato quarto faciunt quadratum centralẽ quintũ. Quare, pentagonus quintus cum quadrato 4° primi generis valebũt quadratum 5^{u} centralem cũ triangulo quarto primi generis. Verùm per diffinitionem, □^{r} quintus centralis cum triãgulo 4° procreat pẽtagonum quintum centralem. Ergo pẽtagonus 5° centralis æqualebit pẽtagonũ quintũ & □^{m} 4^{u} primi generis: qđ fuit demonſtrãdũ. Quæ demõſtratio, ſicut 5° ita cuilibet ꝓpoſito loco accõmodabitur ad cõfirmãdũ propoſitũ.

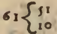




PROPOSITIO 70^{a}.

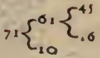
Omnis hexagonus cẽtralis conflatur ex formis primi generis, ſcilicet hexagono collaterali & quadrato præcedenti. Hæc propoſitio eadem eſt cum 32^{a}. Sed hic in ordine centraliũ aliter demonſtrabitur. Dico igitur, ꝙ hexagonus centralis quintus ſcilicet 61. cõflatur ex quinto hexagono primi generis. ſ. 45. & □^{to} quarto 16. Quod quãuis in 32ª huius fuerit demonſtrandum, tñ & hic aliter cõſtabit ſic. Per diffinitionem, hexagonus 5° primi generis conſtat ex △^{lo} 4° & pentagono quinto primi: & per præcedentem, pẽtagonus 5° talis cum quadrato 4° primi, componunt pentagonum centralem 5^{u}. Quare, Hexagonus 5° primi cum □^{to} 4° æquiualebunt triangulum 4^{u} cum pentagono centrali quinto. Verùm, per diffin. pẽtagonus centralis 5° cum △^{lo} 4° conſtituit hexagonum centralem 5^{u}. Ergo hexagonus centralis 5° æquiualebit hexagonum 5^{u}, cum □^{to} 4° p^{i} generis: quod erat demonſtrandum. Et ſimiliter pro alijs locis argumẽtatio procedat ad ꝯcludẽdũ propoſitũ.





PROPOSITIO 71^{a}.

Omnis heptagonus conflatur ex tribus formis primi generis, ſcilicet hexagono tetragonico collaterali, atque quadrato & triangulo, præcedentibus. Exempli gratia, heptagonus 5° 71. conflatur ex primi generis hexagono quinto 45, quadrato quarto 16. & triangulo 4°. 10. Nam, ex diffinitione, ipſe 5° heptagonus conſtat ex 5° hexagono centrali & ex 4° triangulo: Sed per præcedentem, ipſe hexagonus æquiualet quintum hexa-



hexagonum primi generis, & quadratum quartum. Igitur hexagonus quintus primi generis cum quadrato & triágulo quartis ſimul conflabunt heptagonum quintum: quod eſt propoſitum. Similiter in alijs locis confirmatur propoſitum.

PROPOSITIO 72ª.

Omnis octogonus eſt ęqualis quadrato imparis numeri ſibi collateralis. Exépli gratia, 5ᵘˢ octogonus eſt 81. q quidem □ᵘˢ eſt imparis 5ⁱ, hoc eſt nouenarij. Nam, per diffinitioné, 5ᵘˢ octogonus cõſtruitur ex 4º △ˡᵒ primi generis octuplicato, & ex vnitate. Sed, per 54ª huius, tale octuplũ cũ vnitate eſt quadratus imparis 5ⁱ. Igitur talis □ᵘˢ eſt ipſe octogonus 5ᵘˢ. quod eſt propoſitum. Non aliter pro cæteris in infinitum locis conſtat propoſitum.

PROPOSITIO 73ª.

Omnis forma centralis plana conſtat ex vnitate & ex radice præcedenti in numerum laterum ducta, & ex △ˡᵒ radicem præcedente in eundem numerũ ducto: Exépli gr̃a, hexagonus cétralis 5ᵘˢ 61. cõſtat ex vnitate, ex ſexcuplo radicis 4ᵉ. ſ. 4. q eſt 24. & ex ſexcuplo △ˡⁱ tertij 6. hoc eſt 36. q liquido cõſtat per diffin. ipſius hexagoni: ſicut in 26ª fuit oſtéſum. Nam dicta duo ſexcupla faciunt ſex △ˡᵒˢ 4ᵒˢ qui cum vnitate compaginãt ipſum hexagonũ. Simili͂r in △ˡᵒ cétrali, ꝑ ſexcuplis accipe tripla: in □ᵗᵒ cétrali, quadrupla; in pẽtagono, quincupla: in heptagono, ſeptupla: in octogono octupla ipſarũ radicũ præcedétium & △ˡᵒʳᵘ an̄ præcedétiũ: vt in oĩ propoſito loco ꝯcludas ꝓpoſitũ. Vñ, q 26ª de hexagono, præſens de oĩ plano cétrali cõcludit. 61 { 1, 24, 36 } 61

PLANI PRIMI GENERIS. PLANI CENTRALES.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	3	4	5	6	4	5	6	7	8	9
3	6	9	12	15	10	13	16	19	22	25
4	10	16	22	28	19	25	31	37	43	49
5	15	25	35	45	31	41	51	61	71	81
6	21	36	51	66	46	61	76	91	106	121
7	28	49	70	91	64	85	106	127	148	169
8	36	64	92	120	85	113	141	169	197	225
9	45	81	117	153	109	145	181	217	253	289
10	55	100	145	190	136	181	226	271	316	361
radices	△ˡⁱ	□ⁱ	⬠ⁿⁱ	✱ⁿⁱ	△ˡⁱ	□ⁱ	⬡ⁿⁱ	✱ⁿⁱ	Hept.	Oct.

PROPOSITIO 74ª.

Omnis pyramis cẽtralis conſtat ex radice collaterali tanquam axe, & ex tot pyramidibus triangulis primi generis præcedentibus loci, quot ſunt latera pyramidis centralis. Quod 39ª huius de pyramide centrali hexagona demonſtrauit: hæc præſens, de omni pyramide centrali concludit. Et demonſtratio vtrobique eſt eadem. Itaque in omni pyramide ſumenda eſt radix
85 { 5 / 80 collateralis: ſed in pyramide Δla ſumendum eſt triplum pyramidis triangulæ primi generis præcedentis: in quadrata quadruplum, in pentagona quincuplum, in hexagona ſexcuplum, ſicut in 39.ª factum eſt. In heptagona ſeptuplum. In octagona octuplum. Atque ita ex diffin. conſtabit, ſicut in 39.ª propoſitum. Exempli gratia, pyramis quadrata centralis quinti loci eſt 85. qui numerus conſtat ex radice quinta, ſcilicet 5. & ex quadruplo pyramidis Δlæ primi generis, ſcilicet ex 80. & ſimiliter in cæteris locis.

COROLLARIVM.

Manifeſtum eſt igitur, quòd ſicut pyramis centralis quadrata ſupra triangulum pyramidem collateralem: ita & pentagona ſupra quadratam: nec non hexagona ſupra pentagonam, & heptagona ſuper hexagonam: & octogona ſuper heptagonam ſemper addidit præcedentem pyramidem triangulam primi generis. Sicut videlicet baſis centralis ſupra baſim collateralem laterum vnitate pauciorum, addit præcedentem primi generis triãgulum.

PROPOSITIO 75ª.

125 { 95 / 30 *Omnis item pyramis centralis conſtat ex tot pyramidibus primi generis; ex quot baſibus primi generis eius; baſis conſtare oſtẽſa eſt, & eiuſdem nominis atque loci.* Exempli gratia: pyramis hexagona centralis quinta, ſcilicet 125. conſtat ex quintã pyramidẽ hexagona primi generis, ſcilicet 95. & ex 4ª pyramide quadrata primi generis, ſcilicet 30. quoniam ſcilicet baſis hexagona cẽtralis quinta, ſcilicet 61. conſtat ex hexagono quinto, ſcilicet 45. & ex quadrato quarto primi generis, ſcilicet 16. vt in 70ª. oſtenſum fuit: quod quidem demonſtratum eſt in 40ª huius, quoad hexagonam pyramidem: & ſimiliter hic generaliter de omni centrali pyramide oſtendetur.

Sed in horum exemplum exponemus in tabella pyramides vtraſque, tam ſcilicet primi generis, quàm centralis, in quibus propoſitionum veritas apparet.

Pyramides

Pyramides pⁱ Generis. *Pyramides Centrales.*

1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1
2	4	5	6	7		5	6	7	8	9	10
3	10	14	18	22		15	19	23	27	31	35
4	20	30	40	50		34	44	54	64	74	84
5	35	55	75	95		65	85	105	125	145	165
6	56	91	126	161		111	146	181	216	251	286
7	84	140	196	252		175	231	287	343	399	455
8	120	204	288	372		260	344	428	512	596	680
9	165	285	405	525		369	489	609	729	849	969
10	220	385	550	715		505	670	835	1000	1165	1330
radices	$\triangle^{les}$	$\square^{tae}$	⬠^{nae}	$*^{nae}$		$\triangle^{les}$	$\square^{tae}$	⬠^{nae}	$*^{nae}$	*Hept.*	*Oct.*

Propoſitio 67ª.

Omnis columna centralis coagmentatur ex radice collaterali, tanquam axe, & ex congerie præcedentis triangulæ columnæ ſuiq́; trianguli in primo genere in numerum lateri multiplicata.

Quòd 46ª huius, oſtendit de columna hexagona cẽtrali: hæc pñs de omni centrali columna proponit; & demonſtratio hic & ibi eadẽ eſt. Itaq; in omni columna ſumẽda eſt radix collateralis: ſed in columna triangula, cõgeries præcedẽtis triãgulæ columnæ, ſuique $\triangle^{li}$ in primo genere, multiplicanda eſt in ternarium. In colũna quadrata in quaternarium: pro colũna pẽtagona in quinarium, per hexagona in ſenarium, per heptagona in ſeptenarium, per octogona in octonarium. Atque ità ex diffin: conſtabit, ſicut in 46. propoſitum. Exempli gratia: columna centrali quadrata quinti loci, eſt 225. in conflatur ex radice quinta, ſcilicet 5 & ex congerie præcedentis triangulæ columnæ ſuiquè trianguli in primo genere, ſcilicet 50. quadruplicata, hoc eſt, ex 200. & ſimiliter in cæteris locis, & in cæteris columnis.

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd ſicut columna centralis quadrata ſupra triangulam centralem columnam collateralẽ: ita & pentagona ſupra quadratam: Nec non & hexagona ſupra pentagonam, & heptagona ſupra hexagonam, & octogona ſuper heptagonam ſemper addit præcedentem columnam triangulam cum ſuo triangulo primi generis. Hoc idem de pyramidibus ante præmiſſæ corrollarium inferebat.

PROPOSITIO 77ª.

Omnis item columna centralis conſtat ex tot columnis primi generis, ex quot eiuſdem generis baſibus eius baſis conſtare oſtenſa eſt, & eiuſdem nominis acque loci. Columnis tamē præcedentis loci unà cū baſibus proprijs acceptis. Exempli gratia: columna

305 { 225 — 64 16

centralis hexagona quinta, ſcilicet 305. conſtatur ex columna hexagona primi generis quinta, ſcilicet 225. & ex cubo quarto 64. vnà cum ſuo quadrato 16. quoniam, ſcilicet baſis hexagona centralis quinta, ſcilicet 61. conſtabat ex hexagono quinto ſcilicet 45. & ex quadrato quarto primi generis, ſcilicet 16. per 70ª præmiſſam. Quod quidem in 45ª huius oſtenſum eſt, quo ad columnam hexagonam: & demonſtratio, ſimili proceſſu, ad omnem centralem columnam extendi poteſt. Ad verificandum quod hic proponitur.

PROPOSITIO 78ª.

In omnibus tribus ſiue planis, ſiue pyramidibus, ſiue columnis centralibus, collateralibus, ſub continuato laterum numero ſuſceptis, aggregatum extremorum eſt duplum ad medium.

31 41 51 } 82

Exempli gratia, ſumatur quintus triangulus 31. quintus quadratus 41. & quintus pentagonus 51. centrales. Aio quòd in his aggregatum extremorum, hoc eſt 31. & 51. eſt duplum ipſius 41. medij. Nam, vt conſtat ex diffin. talium formarum, differentia trianguli & quadrati eſt æqualis differentiæ quadrati & pentagoni: quandoquidem talis diffe-

65 85 105 } 170

rentia eſt triangulus quartus primi generis. Quamobrem, per 28ª huius, congeries extremorum eſt duplū medij, quod eſt demonſtrandum. Similiter, ſi ſumantur pyramis triangula quinta 65. pyramis quadrata quinta, ſcilicet 85. & pyramis pentagona quinta 105. quoniam eodem exceſſu continuatur per corollarium 74ª præmiſſę, per dictam 28ª con-

155 205 255 } 410

ſtabit propoſitum. Item in columnis tribus centralibus, ſcilicet triangula quinta 155. quadrata quinta 205. Pentagona quinta 255. quarum exceſſus idem eſt, per 76ª præmiſſæ corollarium: nihilominus, per dictam 28ª verificatur concluſio. Nec ſecus ſi pro quinto, quotuſcunque capiatur in ordine locus; per eadem precedet ſyllogiſmus ad approbandum propoſitum. In quorum exemplum, ſicut dudum planos numeros & pyramides, ita nunc columnas tam primi generis, quàm centrales in indice ſequenti exanabimus.

Columnæ.

Columnæ p^i Generis. *Columnæ Centrales.*

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	6	8	10	12	8	10	12	14	16	18
3	18	27	36	45	30	39	48	57	66	75
4	40	64	88	112	76	100	124	148	172	396
5	75	125	175	225	155	205	255	305	355	405
6	126	216	306	396	276	366	456	546	636	726
7	196	343	490	637	448	595	742	889	1036	1183
8	288	512	736	960	680	904	1128	1352	1576	1800
9	405	729	1053	1377	981	1305	1629	1953	2277	2601
10	550	1000	1450	1900	1360	1810	2260	2710	3160	3610
radices	Δ^{læ}	□^{tæ}	⬠^{næ}	*^{næ}	Δ^{læ}	□^{tæ}	⬠^{næ}	*^{næ}	*Hept.*	*Oct.*

His ad Lectoris meliorem intelligentiam ita deſcriptos, ad reliqua properabimus.

Propositio 79ª.

Omnis columna triangula centralis cum quadrato & triãgulo primi generis collateralibus coniunčta, triplũ facit ſuæ pyramidis. Exẽpli gratia, colũna triãgula centralis quinta. ſ. 155. cũ quadrato quinto 25. & triangulo quinto 15. primi generis coniũcta, facit 195. qđ triplũ eſt pyramidis centralis quintæ 65. Quod ſic oſtenditur. Columna triangula centralis quinta, per 77ª conſtat ex tribus primi generis formis, ſcilicet columna triangula quinta, cubo quarto, & quadrato quarto. His appono eiuſdẽ generis quadratũ quintũ, qui per 11ª valet triãgulũ 5ᵘ & 4ᵘ: appono item triangulũ aliũ quintum. Atq; ita oſtẽdendũ erit quod totum hmõi aggregatũ ex columna Δ^{li} 5ª cubo 4°, quadrato quarto, duobus triangulis quintis & Δ^{lo} 4° primi generis ſimul triplum eſt pyramidis Δ^{læ} 5^{tæ} centralis. Sed cum pyramis Δ^{la} 5ª cẽtralis, per 75ª huius, cõſtruatur ex cõbinatione duarũ pyramidũ primi generis, ſcilicet Δ^{læ} 5ᵉ & quadratæ 4ᵉ: Iã demõſtrãdũ erit, ꝙ ſupradictũ aggregatũ triplũ eſt p̃dictæ cõbinationis. Quod ſic patet. Vna pars illius aggregati. ſ. colũna triãgula quinta, cũ duobus triangulis quintis, per 50ª huius, æqualis eſt triplo pyramidis triãgulę quintæ, quæ fuit vna pars cõbinationis.

per 77ª
Col. Δ^{læ} 5ª 2ⁱ 155. { Col. Δ^{la} 5ª pⁱ + 75; Cub. 4ᵘ × 64; □ᵘ 4ᵘ 16 × }
per 11ª Δlᵘ 5ᵘ pⁱ + 15
□ᵘ 5ᵘ 25 { Δlᵘ 5ᵘ + 15; Δlᵘ 4ᵘ × 10 }

Pyr. Δ^{la} 5ª 2ⁱ 65 per 75ª { pyr. Δ^{la} 5ª pⁱ + 35; pyr. □^{ti} 4ª pⁱ 30 × }

Item que reliqua pars aggregata, ſcilicet cubus quartus, cum quadrato & Δ[lo] quartis, æqualis eſt, per 63[a] huius, triplo pyramidis quadratæ quartæ, quæ fuit altera pars combinationis. Itaque, quoniam duæ partes aggregati duabus partibus combinationis, ſingulæ ſingulis triplæ ſunt: Idcirco, per primã quinti Elementorum, & totum aggregatum totius combinationis, triplum erit, quòd fuit demonſtrandum: & demõſtratio à quinto ad quem vis alium locum transferetur, ad confirmandum propoſitum. PROPOSITIO 80[a].

per 77[a] Cub[o] 5[o] 125 +
Col. □ 5[a] 2[i] 205. Cub. 4[o] 64 x
□[o] 4[o] 16 x
□. 5[o] p[o] 25. +
per 11[a] Δl[o] 5[o] p[i] 15 +
□[o]. 5[o]. 25 Δl[o] 4[o] p[o] 10 x
Pyr. □ 5[a] 2[i] 85 per 75[a] pyr. □ 5[a] p[i] 55 + pyr. □[a] 4[a] p[i] 30 x

Omnis columna quadrata centralis cum duplo quadrati collateralis primi generis coniuncta triplum facit ſuę pyramidis. Exẽpli gratia: columna quadrata centralis quinta. ſ. 205. cũ duplo quinti quadrati ex p[o] genere, hoc eſt, cum 50. facit 255. quod triplũ eſt ſuæ pyramidis, ſcilicet 85. qđ ſic cõcluditur. Colũna quadrata centralis quinta, per 77[a], conſtat ex tribus primi generis formis, ſcilicet cubo 5[o], cubo 4[o] (quæ ſunt colũnæ quadratæ) & quadrato 4[o]. His applico quadratũ quintũ & alterum quadratũ quintũ, qui, per 11[a] æquiualet duos triangulos, quintum, & quartũ: atq; ita oſtendendũ erit, qđ totũ tale, aggregatũ ex cubo quinto, cubo quarto, quadrato 4[o], quadrato quinto, & triangulis 5[o] & 4[o] primi generis, ſimiliter triplum eſt pyramidis quadratę centralis quintæ. Cunque pyramis talis, per 75[a] huius, conſtat ex combinatione duarũ pyramidũ primi generis, ſcilicet quadratę quintæ, & quadratæ quartæ: Iã demonſtrandũ erit, ꝙ ſupradictũ aggregatũ triplũ ſit ad prædictam cõbinationẽ: ꝙ ſic deducitur. Vna pars illius agregati. ſ. cubus, quadrat[9], & triangulus quinti loci, per 63[a], ſimul faciunt triplũ pyramidis quadratæ quintę, quę fuit vna pars combinationis. Itemq; reliqua pars aggregati. ſ. cubus, quadratus, & triangulus quarti loci, per eandẽ 63[a], ſimul facit triplum pyramidis quadratę quartæ, quæ fuit reliqua pars combinationis: quamobrẽ duæ iam partes aggregati triplæ ſunt ad duas partes cõbinationis, ſingulæ. ſ. ad ſingulos. Et ideò, per quinti Elementorum primã, totum aggregatum totius cõbinationis triplũ erit, qđ demonſtrãdũ fuit. Et ſimiliter à quinto ad quemuis locũ transferetur demonſtratio propoſiti. PROPOSITIO 81[a].

Omnis columna pentagona centralis cum duplo quadrati collateralis, & cum triangulo præcedente primi generis, triplum facit ſuæ pyramidis. Exempli gratia: columna pentagona centralis quinta 255. cum duplo quadrati quinti. ſ. 50. & cũ

Δ[lo]

Δ^{lo} quarto.ſ.10.primi generis,cõficit 315. qđ triplũ eſt pyramidis pentagonæ centralis quintæ.ſ.105.qđ ſic demonſtrat. Colũna pentagona centralis quinta per 77^a cõſtat ex tribus primi generis formis,videlicet colũna pẽtagona 5^a, cubo 4°, & $\square^{to}$ 4°. His adiungo duplũ $\square^{ti}$ quinti, & triangulũ quartũ, atq; ita demõſtrandũ erit, quod totum id aggregatum ex columna pẽtagona 5^a, cubo 4°, quadrato 4°, duobus quadratis quintis,& Δ^{lo} 4° ſimul triplũ ſit pyramidis pẽtagonæ cẽtralis quintæ. Verùm pyramis huiuſmodi per 75ª huius, cõſtat ex cõbinatione duorum pyramidum primi generis,ſ.pentagonæ quintæ,& triangulæ $4^{tæ}$, & propterea demõſtrandũ erit, quòd memoratum aggregatum præfatæ cõbinationis triplũ eſt. Hoc pacto: vna pars illius aggregati,ſ.columna pẽtagona cum duplo quadrati ex 5° loco, per 64^a, ſimul æquat triplum pyramidis pẽtagonæ $5^{tæ}$,quæ.ſ.eſt vna pars combinationis. Itẽ reſidua pars aggregati.ſ.cubus, quadratus,& triangulus quarti loci, ſimul æquat,per 63^a, triplũ pyramidũ $\square^{æ}$ quartæ,quæ iã eſt reſidua pars combinationis. Sic,quoniam duę partes aggregati ad duas partes combinationis , ſingulæ ad ſingulas triplæ ſunt:ideò per quinti elementorum primam, totum aggregatum totius cõbinationis triplum erit,& ſimiliter in quocunque alio loco verificatur propoſitum.

per 77^a Co. ⬠ $5^a 2^i$ 405.

Col. ⬠ $5^a p^o$ 175. +
Cub^o 4^a 64. x
$\square^{ti}$ 4° 16. x
$\square$ 5°
$\square^o$ 5° 50.
Δ 4° p^i 10. x

Py. ⬠ $5^a 2^i$ 105 per 75^a

Pyr. ⬠ $5^a p^o$ 75. +
Pyr. $\square^{æ}$ $4^a p^o$ 30. x

SCHOLIVM.

Quo autem pacto columna hexagona centralis conficiat, ſicut cæteræ columnę ſuarum ſingulæ pyramidum,triplum ſuæ pyramidis ſatis demonſtratum eſt in ſexageſima ſexta.

PROPOSITIO 82^a.

Omnis columna heptagona cum hexagono primi generis & quadrato collateralibus atque triangulo præcedenti coniuncta, efficit triplum ſuæ pyramidis. Exempli gratia: columna heptagona quinta 355.cũ hexagono quinto, quadrato quinto, & triangulo 4° in p^o genere: hoc eſt,cum 45.25.10.conficit 435. quod aio triplum eſſe pyramidi heptagonæ quintæ, ſcilicet 145. Quod ſic demonſtro. Columna heptagona quinta,per corollarium 76.huius,conſtat ex tribus formis,ex columna hexagona quinta centrali, & ex columna quarta primi generis,atque triangulo quarto. His adiungo hexagonum quintum primi generis,ac quadratum quintũ, & triãgulum quartum. Atq; ita demonſtrãdum erit, ꝙ totum hocce aggregatum ex columna q^{ta} centrali hexagona, columna triãgula quarta primi generis, triãgulo quarto, hexagono quinto,

per Coroll. 76^x Col. hept. 5^a 355

Col. ✳ $5^a 2$ 305 +
Col. Δ^{li} $4^a p$ 40 x
Δ^o $4^o p^o$ 10. x
✳ $5^o p^o$ 45. +
$\square$ 5° 25 +
Δ 4° 10

quadrato

quadrato quinto, & alio triangulo quarto, ſimul æquiualet triplo pyramidis heptagonæ quintæ. Cunq; per corollarium 74^m huius talis, quinta pyramis conſtituatur ex combinatione duarum pyramidũ, ſcilicet ex hexagona centrali quinta, & triãgula quarta primi generis: Iã oſtendendũ erit, quod dudum dictũ aggregatũ ad dictã mox combinationẽ triplũ erit, hoc ſcilicet pacto. Vna pars illius aggregati, ſcilicet columna hexagona centralis quinta cum hexagono primi generis quinto, & quadrato quinto, ſimul per corollarium primum 66^e triplum facit pyramidis hexagonę centralis quintę: quę pars eſt vna combinationis. Item columna triangula, cũ duobus triangulis quarti loci, per 50^a huius, triplum facit pyramidis triangulæ quartæ, quod reſiduum eſt combinationis. Quare cum duæ partes aggregati, duarum partium combinationis, ſingulæ ſingularum triplæ ſint: Iã per primam quinti Euclidis: totumq; aggregatum totius combinationis triplũ erit. In hoc quinto loco: & ſimiliter in omni alio, quod eſt propoſitum.

Pyr.hept.5^a 145.
Pyr.✱.5^a 2^i 125. +
Pyr.△^la 4^a p^i 20. χ

COROLLARIVM.

Et pro hexagono primi generis & quadrato collaterallibus, ſubſtituere potes hexagonũ centralem & imparem collaterales. Nam, per corollarium 2^m 66^e, hexagonus centralis & impar ſimul ſumptis, valent hexagonũ primi generis & quadratũ collaterales, hoc eſt, in quinto loco, huius exempli.

PROPOSITIO 83^a.

Omnis columna octogona, cum hexagona primi generis, ac quadrato collateralibus, duploq; triãguli præcedentis coniuncta, facit triplum ſuæ pyramidis. Exempli gratia, columna octangula quinta 405. cum hexagono primi generis & cum quadrato quinto, hoc eſt, cũ 45. & cum 25. duploque trianguli quarti, ſcilicet cum 20. conficit 495. quod aio triplum eſſe pyramidis octangulæ quintæ, ſcilicet 165. Quod ſic oſtendo. Columna octangula quinta, per corollarium 76^e conſtituitur ex duabus columnis, ſeptangula quinta: triangula 4ª primi generis, & triangulo quarto. His ergo aſſocio hexagonũ primi generis, & quadratum quintũ: nec non duos triangulos quartos. quo facto, demonſtrandum erit, quòd totum iſtud aggregatum, ſcilicet ex columna ſeptangula quinta, columna triangula quarta primi generis, triangulo quarto, hexagono quinto, quadrato quinto, duploque trianguli quarti, ſimul triplum conſummabit pyramidis octangulæ quintæ,

Col.8^la 5^a 405.
Col.7^la 5^a 355. +
Col.△^la 4^a p^i 40. χ
△^lo 4° p^i 10. +
✱^o 5° p^i 45. +
□^o 5° p^i 25. +
△ 4° p^i
△ 4° p^i 20. χ

tæ. Cumq; per corollarium 74ᵘ huius, talis pyramis quinta conficiatur ex pyramidis ſeptangulæ quintæ, & pyramidis triangulæ quartæ combinatione: Iam oſtendendū erit, quòd dictū aggregatū dictæ cōmbinationis triplū erit. hoc videlilicet pacto. Vna pars illius aggregati, ſcilicet colūna ſeptangula quinta cum hexagono primi generis quinto, quadrato quinto, & quadrato 4º ſimul efficit, per præcedentē propoſitionē, triplū pyramidis ſeptangulæ quintæ, quæ pars eſt vna cōbinationis, Itē reſiduū aggregati, ſcilicet columna triāgula 4ª primi generis, cū duplo trianguli quarti per 50ᵃ huius, triplū facit pyramidis triangulæ quartæ: qui eſt reſiduū cōbinationis, Itaque, cum duæ partes aggregati duarū partum combinationis ſingulæ ſingularum triplæ ſint, iā & per primā quinti Euclidis, totū aggregatū toti⁹ cōbinationis triplū erit. In hoc quinto loco; & ſimiliter alibi. Qđ eſt propoſitū.

COROLLARIVM.

Et pro hexagono primi generis & quadrato collateralibus ſubſtituere potes hexagonum centralem & imparem collaterales. Nam, per corollarium 2ᵘ 66ᵉ hexagonus centralis & impar ſimul ſumpti, valent hexagonum primi generis & quadratū collaterales, hoc eſt, in quinto loco, per aſſumpto exemplo.

PROPOSITIO 84ª.

Sicut columna triangula centralis cum quadrati & trianguli collateraliū primi generis aggregato coniuncta, triplum conficit ſuæ pyramidis. Ita etiam ſequentium columnarū centralium tā quadrata cū dicto aggregato & vno triangulo præcedenti: q̄ pentagona cū eodē aggregato & duplo triāguli præcedētis: q̄ hexagona cum tali aggregato & triplo triāguli præcedētis, quàm ſeptāgula cū ipſomet aggregato & quadruplo triāguli præcedētis: quāque octangula cū eo ipſo aggegato & quincuplo triāguli præcedētis cōiūcta, triplū efficit ſuæ pyramidis. Sūto columnæ cētrales collaterales a. quidē triāgula, ipſe b. quadrata, ipſa c. pentagona, ipſa d. hexagona, ipſa e. ſeptangula, & ipſa f. octangula. Item g. quadratus & h. triangulus eiuſdem loci, hoc eſt, collaterales ipſarum columnarū & ex ipſo genere. Itē per triāgulus eiuſdē generis præcedētis loci: & ex alia parte ſunto pyramides centrales columnis dictis collaterales: Ipſa quidem l. triangula, ipſa m. quadrata, ipſa n. pētagona, ipſa e. hexagona, ipſa p. ſeptangula. ipſaque q. octangula: quibus diſpoſitis, oſtēdēdū eſt, quòd ſicut, per 79ᵃ huius aggregatū ex a g h. triplum eſt ipſius l. ita & aggregatū

ex.

pyr. 8ˡᵃ 5ª, 165 { pyr. △ˡᵃ 5ª, 145 + ; pyr. ▽ˡᵃ 4ª pˡ, 20. χ }

Col. 8ˡᵃ 5ª, 405 { Col. 7ˡᵃ 5ª, 355. ; Col. □. 4ª pᵒ, 40. ; △. 4ᵒ pᵒ, 10. }

✱. 5ᵒ pᵒ, 45

□. 5ᵒ. pᵒ, 25.

△ 4ᵒ. pᵒ

▽ 4ᵒ. pᵒ, 20

Pyr. 8ˡᵃ 5ª

Pyr. 8ˡᵃ 5ª, 165 { 145 ; Pyr. △ˡᵃ 4ª pˡ, 20. }

Col	□△	△	pyr.
a.	g h		l
b.	g h	K	m
c.	g h	K K	n
d.	g h	K K K	o
e.	g h	K K K K	p
f.	g h	K K K K K	q

n. ſ.

Exemplum pro loco 5º.

Col. 5.	□. 5.	△. 5.	△. 4.	pyr. 5
155.	25.	15.	—	65
205.	25.	15.	10	85
255.	25.	15.	20	105
305.	25.	15.	30	125
355.	25.	15.	40	145
405.	25.	15.	50	165.
40.		20.		
Col. △.		Pyr. △. 4ª.		

PROPOSITIO 85.

Omnis par cum paribus omnium praecedentium locorum coniunctus, conficit collateralem parte altera longiorem. Exempli gratia, par quinti loci, ſcilicet 8. coniunctus cum paribus præcedentibus 6.4.2.0. conſtat 20. parte altera longiorem quintum. Nam per 3ª huius quatuor dictorum parium aggregatum duplum eſt ad aggregatum totidem radicum ab vnitate continuatarum, hoc eſt, ad triangulum primi generis quartum. Item ad eundem triangulum quartum duplus eſt parte altera longior quintus, ſcilicet 20. per octauam huius. Aequalis igitur eſt parte altera longior quintus dicto quatuor parium numerorum aggregato. Quod fuit demonſtrandum. Et demonſtratio ad alium quemuis locum transferetur vt conſtet propoſitum.

0.	0.	1.
2.	2.	2.
4.	6.	3.
6.	12.	4.
8.	20.	10.
20		

PROPOSITIO 86.

Si numerorum imparium ab vnitate per ordinem continuatorum ſingulorum ſinguli quadrupli poſt Ziſram diſponantur, ex eorum ſucceſſiua aggregatione cõſtruetur quadrati numeri à paribus collateralibus in ſe multiplicatis producti. Exempli gratia, quotuis ab vnitate impares, vt puta quatuor 1.3.5.7. ſinguli quadruplicentur, & poſt Ziſram diſponãtur ſic 0.4.12.20.28. aio, quòd horum quadruplorum omnium aggregatum eſt numerus quadratus, qui fit à numero pari quinti loci in ſe ducto, hoc eſt, ab octonario. Nam, per 15ª huius ex aggregatione dictorum quatuor imparium fit quadratus quartę radicis. Quare quadrupli eorumdẽ imparium conficient quadruplum dicti quadrati, hoc eſt, quadratum, qui fit ex duplo dictæ radicis in ſe ducto, hoc eſt ex octonario in ſe multiplicato. Nam latera, quorum quadrata ſunt in quadrupla ratione, ſeruant ad inuicem rationem duplam. Similiter per locis alijs conſtat propoſitum.

1.	0.	0.	1.
3.	4.	2.	1.
5.	12.	4.	3.
7.	20.	6.	4.
16.	28.	8.	
	64.		

LOLOGO-

PROLOGOMENA.

HOC à principio decreuimus, ingenioſe Lector, in hiſce noſtris numerarijs ſpeculationibus, ut non ſolum obſcurè ab alijs tradita facilius demonſtraremus, ſed etiam omiſſa ſuppleremus. Ne quid igitur, quod ad formas numerorum, pertinet, deſyderaretur, ſicut pyramidibus & columnis numerarias figuras non unius generis, ſicut & planis rectilineis, hactenus adſignauimus; ita & quinque illa geometrica ſolida, quæ uulgo regularia nuncupantur, adaptatis ſingula numeris imitabimur: ſtructuram quidem primo definientes, & inde proprietatem ſingulorum, atque colligantias, per demonſtrationes & exemplo exponentes. Sed, cum quinque ſint apud egregios Geometras regularia illa, mirum in modum à Platone celebrata corpora, Pyramis uel Tetrahedrum, Octahedrum, Cubus, Icoſahedrum, atque Dodecahedrum; è quibus ſicut pyramidem tetrahedrum; ita & cubum hexahedrum quoq; à baſium numero uocari nemo prohibet. Ex his duæ iam in numeris noſtris tractata ſunt formæ, pyramis ſcilicet in ordine primarũ pyramidum: & cubus inter eiuſdem ordinis columnas. Sequitur nunc octahedrum, quod ſemper ex duabus proximis quadratis pyramidibus non aliter, quàm quadratis ex duobus proximis triangulis coaleſcit. Superſunt duo reliqua, quæ per numeros non niſi centralia intelligi & conſtrui poterunt: quemadmodum in planis formæ ſecundi ordinis aſtruebantur. Et ſicut in planis ſeptanguli & octanguli numeri non, niſi per centrum & ambitum, conflari commodè poſſunt; ita fit in huiuſmodi duobus poſtremis ſolidis. Item, ſicut triangulos, quadratos, pentagonos, & hexagonos

xagonos

xagonos non ſolùm primi generis, ſed etiam cētraliter efformauimus ad implendum ſecundum formarum ordinem; ita & hìc licebit reliqua tria priora ſolida, pyramidem, octahedrum, & cubum centraliter, ſicut poſtrema duo per numeros configurare. Cum itaq; tam pyramides triangulæ, quàm cubi primæ ſpeciei ſatis iam ſuperius conſtructi & expoſiti ſint, & eorum proprietates declaratæ: nunc & octahedri numeri eiuſdem ſpeciei ſic quidem faciliter conſtruentur, ſi ab vnitate exordium capientes, (vt diximus) duas quaſq; proximas primi generis quadratas pyramides coniūgamus: ſicuti ſit in ipſo continuo geomotricoq; octahedro ſolido. Cum itaque pyramides quadratæ primæ huiuſmodi ſe in ordine habeant, vt ſuperius deſcribebãtur, iā & octahedri numeri primæ ſpeciei ſinguli & collaterali & præcedenti pyramide cōiūctis haud difficilius ſub iiſdem exarabūt. Hoc vz pacto.

1	5	14	30	55	91	140	204	285	385	*Pyramides quadratæ primi generis.*
1	6	19	44	85	146	231	344	489	670	*Octahedri primi generis.*

Et eadem aggregatione in infinitum fiet proceſſus, & ſi non actu, potentia tamen, quæ nunquàm theorico intellectui negatur. Agendum nunc de ſolidis regularibus centralibus, in quibus ſemper vnitas in centro ponitur, ſicut & in planis numeris centralibus. Sed operæprecium eſt intelligere imprimis quo pacto diſponendæ ſint cæteræ vnitates, & quibus in locis, ad efformanda, vt decet, talia ſolida numeralia. Nec dubium, quin in ſingulis, poſita vnitate cētri tam per ſingulos ſolidos angulos, quàm per ſingula baſium centra ſingulæ ſint vnitates diſponendæ. Itaque cum pyramis habeat quatuor angulos & totidem baſes, habebit cum centrali vnitate nouem vnitates. Cum autem octahedrum habeat

beat ſex angulos, & octo baſes & centrum; habebit vnitates quindecim. & totidem vnitates cubus: quandoquidem habent angulos octo & baſes nouem & centrum. Vnde ſicut ſecundus ab vnitate octahedrus, ſecundo adequatur cubo; ita & tertius tertio: & quartus quarto: & ſequentes ſequentibus, ſinguli ſingulis in infinitum ſemper æquales exiſtunt: vt poſtea demonſtrabimus. Deinde cũ Icoſahedrum habeat 12. angulos ſolidos, baſes autem 20. & centrum; conſtituetur ex vnitatibus 33. & ex totidem vnitatibus dodecahedrus, vt pote qui habet angulos 20. baſes 12. & centrum, hoc eſt ſecundus Icoſahedrus ſecundo Dodecahedro æqualis eſt. Et ſimiliter deinde tertius tertio: & quartus quarto: & ſequentes ſequentibus ſinguli ſingulis Icoſahedri Dodecahedris in infinitum ſemper adæquabuntur propter eandem, quæ in Octahedro & cubo, reciprocam angulorum & baſium numerorum æqualitatem: vt in ſuo loco in propoſitionibus oſtendemus. Sed quo pacto ſequentes ſolidi numeri, hoc eſt, ſequentium locorum formentur, audi. Nec te, perſpicaciſſime lector, tædeat ea perpẽdere, quæ ad huiuſmodi numerarias formas, ab alijs omiſſa, & ad ſpeculationis Arithmeticæ perfectionẽ maximè ſpectãt. Cognoſces enim proprietates earum notatu digniſſimas, nec niſi curioſis ingenijs patulas. Imaginor itaq; in hiſce quinque ſingulis regularibus ſolidis, à centro ad angulos educi ſingulas ſemidiametros: quæ quidem in pyramide erunt quatuor in octahedro 6. in cubo 8. in Icoſahedro 12. In dodecahedro 20. quot ſcilicet ſunt ſolidi anguli, ſeu vertices ſolidorum: Deinde in ijſdem intelligo linearia latera quæ vertices ipſos coniungunt. in pyramide ſcilicet latera ſex, In

octa-

octahedro 12. In cubo totidem. In icoſahedro 30. In dodecahedro totidem. Quæ quidem, cum ſemidiametris latera ſingula binis totidem triangulos continent quot ſunt latera. His ſuppoſitis, iam nulli obſcurum erit inter trina quidem quælibet huiuſmodi triangula pyramides intercipi, quę tot ſunt quot ipſius ſolidi baſes, in tetrahedro .ſ. pyramides quatuor triangulas, in octahedro octo triangulas; in icoſahedro viginti ſimiliter triangulas. At in cubo inter quaterna triangula, pyramides ſex quadratas. In dodecahedro inter quina triangula, pyramides 12. pentagonas. Quibus conſideratis, iam conſtabit, vnumquodque borum ſolidorum conſtrui debere ex vnitate centrali, ex vnitatibus per ſemidiametros diſpoſitis, ex numeris triangulis, exque numeris pyramidibus. Hoc modo. Pyramidem, ſiue tetrahedrum, ex centro, ex quatuor ſemidiametris, ex ſenis triangulis, & ex quatuor pyramidibus triangulis. Octahedrum ex centro, ex ſenis ſemidiametris, ex duodecim triangulis, & ex 8. pyramidibus triangulis: cubum ex centro, ex 8. ſemidiametris, ex 12. triangulis, & ex ſenis pyramidibus quadratis. Icoſahedrum ex centro, ex duodecim ſemidiametris, ex triginta triangulis, & ex 20. pyramidibus triangulis. Dodecahedrum ex centro, ex 20. ſemidiametris, ex triginta triangulis, & ex 12. pyramidibus pentagonis. Poſtquam itaque vnitas præbet ſingulis ſolidis huiuſmodi, nomen: quippe quæ nullam non numeri ſpetiem ſuſcipit; iam in ſecundo loco (vt diximus) pyramis habebit 9. vnitates; Octahedrus 15. cubus totidem. Icoſahedrus 33. Dodecahedrus totidem.

Nam cētrum cum angulis & baſium centris tot vnitates ſuſcipiunt. Quo quidem in loco ſemidiametri ſunt ipſę angulorum vnitates: trianguli nulli: pyramides verò ſolæ vnitates, quæ ſunt baſium centra. Quare hic tam ſemidiametri, quàm pyramides exordium ſumunt. Intellige autem ſemper △ᵇˢ primæ ſpeciei; pyramides verò ſecundæ: quoniam oportet eas eſſe centrales. In tertio mox loco creſcunt ſingulæ ſemidiametri per vnitatem: trianguli autem exordium capiunt, ſuntque vnitates; pyramides verò ſunt, quæ vnitatem ſequuntur: triangulæ quinarium ſingulæ; quadratæ ſenarium: ac pentagonæ ſeptenarium habentes: In quo quidem loco pyramis conſtat ex 1. ex quatuor ſemidiametris, ſcilicet 8. ex ſex triangulis, ſcilicet 6. & ex quatuor pyramidibus, ſcilicet 20. quæ conficiunt 35. Octahedrus conſtat ex 1. ex ſex ſemidiametris, ſcilicet 12. ex duodecim triangulis, ſcilicet 12. & ex 8. pyramidibus triangulis, ſcilicet 40. quæ conſtant 65. & tantundem faciunt vnitas: octo ſemidiametris, ſcilicet 16. ac 12. trianguli, ſcilicet 12. cum ſex pyramidibus quadratis. ſ. 36. pro cubo conſtruendo: nam octahedrus & cubus ſemper ſunt æquales. Icoſahedrus fit ex 1. ex 12. ſemidiametris, ſcilicet 24. ex 30. triangulis, ſcilicet 30. ex 20. pyramidibus triangulis, ſcilicet 100. vnde complectitur 155. Et tantundem ſuſcipit huius loci dodecahedrus. Nam vnitas 20. ſemidiametri, ſcilicet 40. trianguli 30. ſcilicet 30. pentagoni pyramidis 12. ſcilicet 84. ſimul conſtant dictū numerum, ſcilicet 155. In quarto loco ſemidiametri ſingulæ habent 3. trianguli ſinguli 3. pyramides, triangulæ ſingulæ 15. quadrati 19. pentagoni 23. vbi pyramis cum conſtet ex

vnitate

vnitate ex quatuor ſemidiametris, ſcilicet 12. ex ſex triangulis, ſcilicet 18. ex quatuor pyramidibus, ſcilicet 60. habebit 91. Octahedrus autem ex vnitate ſex ſemidiametris ſcilicet 18. ex 12. triangulis ſcilicet 36. & ex octo pyramidibus triãgulis ſ. 120. conſtans, habebit 175. & tantundẽ cubus: nã vnitas, octo ſemidiametri ſcilicet 24. duodecim trianguli ſcilicet 36. & ſex pyramides, ſcilicet 114. eundem numerũ 175. conficiunt. Item icoſahedrus conſtans ex vnitate, ex 12. ſemidiametris, ſcilicet 36. ex 30. triangulis, ſcilicet 90. & ex 20. pyramidibus triangulis ſcilicet 300. comprahendet 427. & tantundem Dodecahedrus. Nam vnitas viginti ſemidiametri, ſcilicet 60. triginta trianguli, ſcilicet 90. duodecim pyramides pentagonæ, ſcilicet 276. eundem numerum 427. conſtituunt. In quinto loco ſemidiametri ſingulæ habent 4. trianguli ſinguli 6. pyramides triangulæ ſingulæ 34. quadratæ 44. pentagonæ 54. Vnde aggregatis vnitate ſemidiametris, triangulis, & pyramidibus prædicto ſub numero ſumptis, conſtabunt ſolida quinti loci: pyramis 189. octahedrus ac cubus 369. Icoſahedrus & Dodecahedrus 909. pro ſexto loco ſemidiameter habent 5. triangulus 10. pyramis triangula 65. quadrata 85. pentagona 105. Vnde aggregatio repetita faciet pyramidem 341. Octahedrum & Cubum 671. Icoſahedrum & dodecahedrum 1661. Pro ſeptimo loco ſemidiameter habent 6. triangulus 15. pyramis triangula 111. quadrata 146. pentagona 181. ſic ex conſueto cumulo fiet pyramis 559. Octahedrus & Cubus 1105. Icoſahedrus & dodecahedrus 2743. Pro octauo loco, ſemidiameter habent 7. triangulus 21. pyramis triangula 175.

Z 2 *quadrata*

quadrata 231.pentagona 287. & factis,ſecundum regulam ſummis,pyramis erit 855.Octahedrus & cubus 1695.icoſahedrus,& dodecahedrus 4215.Pro nono loco,ſemidiameter ſortitur 8.triangulus 28.pyramis triangula 260. quadrata 344.pentagona 428. & peracta more conſueto congerie, perueniet pyramis 1241.Octahedrus & cubus 2465.Icoſahedrus & dodecahedrus 6137. Pro decimo demum loco,ſemidiameter habet 9.triangulus 36.pyramis triangula 369. quadrata 486. pentagona 609. ex quorum poſitione conflabũt ſummæ pyramidis quidẽ 1729.Octahedri & cubi 3439. Icoſahedri & dodecahedri 8569. & deinceps, ſeruato ſemper pręcepto,in infinitum inuenietur cubus octahedro,& dodecahedrus icoſahedro æquales. Quod ſic eſſe,demonſtratione poſtea roborabimus, præmiſſis neceſſarijs præambulis. Mox & alias quaſdam admiratu dignas proprietates executuri, ſicut profundas, ita maioribus noſtris nunquam hactenus animaduerſas, quæ quidem idcirco prælibata ſunt à nobis ingenioſe Lector, vt ea, quæ demonſtraturi ſumus, magis tibi peruia ſint, ſed & ſolida ipſa vſque ad decimum locum collecta hic breui tabella commonſtrabimus, vt dudumtraditum ſtructuræ modum, expoſito exemplo promtius intelligas. Eccam tabellam.

1	9	35	91	189	341	559	855	1241	1729	Pyram. cubi mixti.
1	15	65	175	369	671	105	1695	2465	3439	Octahedri cubi.
1	33	155	427	909	1661	2743	4215	6137	8569	Icoſahedri dodecah.

Eſt etiam tertia cuborum ſpecies, quos mixtos appellare libuit: eo quod ſinguli fiant ex mixtione collateralis cubi primigeneris & cubi præcedentis,non aliter, quàm quadrati

centrales

centrales ex mixtione quadrati collateralis & præcedentis primi generis. Sed magis admiraberis ingenioſe Lector, huiuſmodi cubos mixtos eſſe ſingulos ęquales ſingulis collateralibus tetrahedris centralibus iamdudum expoſitis, ſicut in fine demonſtrabimus. His ergo præmiſſis, ad ipſorum ſolidorum diffinitiones veniamus.

DIFFINITIONES.

Pyramis triangula ſiue tetrahedrus primi generis, quæ figura, propter baſium conformitatem, inter numerarias regulares ſolidas reponi meretur, conſtitit in diffinitionibus primis. Octahedrus primi generis compaginatur ex duabus quadratis pyramidibus primũ generis. ſ. collaterali, & præcedenti: queadmodum quadratus primus cõflabatur ex duobus primi generis triangulis, cóllaterali ſcilicet & præcedenti. Cubus mixtus componitur ex duobus cubis primi generis, ſcilicet collaterali & præcedenti, non aliter q̃ antea quadratus centralis conflabatur ex duobus primi generis quadratis. ſ. collaterali & præcedenti. Nunc autem diffiniendæ ſunt ſolidorum regularium centralium, ſiue ſecundi generis ſtructuræ ſic: Omnis radix propoſiti loci cum vnitate, triãgulo præcedente primi generis, pyramideque centrali collaterali, conſtituere poteſt numerum ſolidum, regularem ſequentis loci: ita ſcilicet vt radix in numerum ſolidorum angulorum multiplicetur: triangulus in numerum laterum linearum, Pyramis in numerum baſium, Tetrahedrum igitur, ſiue pyramidem conſtruet, vnitas centralis, radix quadruplicata, triangulus ſexcuplicatus, & pyramis triangula quadruplicata. Octahedrum autem conſtituet vnitas centralis, radicis ſecuplum, trianguli duodecuplum, & Pyramidis triangulæ octuplum. Heſahedrum ſiue cubum conficiet vnitas centralis, radicis octuplum, trianguli duodecuplum, & pyramidis quadratæ ſexcuplum. Icoſahedrum conflabit, vnitas centralis, radicis duodecuplum, trianguli trigecuplum, & pyramidis triangulæ vigecuplum. Dodecahedrum tandem conflabit; vnitas radicis vigecuplum, trianguli Trigecuplum, & pyramidis pentagonæ duodecuplum. Pyramides

enim pro cubo quadratæ; pro dodecahedro pentagonæ: pro cæteris triangulæ capiendæ ſunt, quo ſcilicet ſint corporis ipſius baſibus conformes.

PROPOSITIO 87.

85 { 55 / 30 }

Omnis octahedrus primi generis æqualis eſt pyramidi quadratę centrali, ſibiq; collaterali. Exempli gratia: octahedrus quintus, primi generis eſt. Aio, quod is idem numerus eſt, & pyramis quadrata centralis quinta. Nam per 75ª & 68ª huius, pyramis quadrata quinta conficitur ex duabus pyramidibus quadratis primi generis, ſcilicet quinta & quarta, & per diffinitionem ipſius, de quo loquimur, octahedri, talis octahedrus quintus componitur ex ijſdem dictis duabus quadratis pyramidibus. Igitur octahedrus quintus eſt pyramidi quadratę quintæ æqualis: & ſimiliter in quouis alio loco verificatur propoſitum.

PROPOSITIO 88.

per 36ª: pyr. ⬠ 5ª 75. { pyr. □. 5ª 55. / pyr. △ˡᵃ 4ª 20. }

per 41ª / Pyr. ⬡. 5ª vel Cub. 5 125 / per 51ª: { pyr. ⬠ 5ª 75. / pyr. □. 4ª 30. / pyr. △ˡᵃ 4 20. }

per diffi. Octahed. 5ª 85 { pyr. □ˡᵃ 5ª 55 / pyr. □. 4ª 30 }

Omnis cubus primi generis æqualis eſt aggregato ex octahedro primi generis collaterali, duploq; triangulæ pyramidis præcedentis. Exempli gratia: cubus quintus, ſcilicet 125. æqualis eſt octahedro primi generis quinto. ſ. 85. vna cum duplo pyramidis quartæ primi generis, ſcilicet cum 40. Quod ſic oſtenditur, per 51ª huius, cubus quintus æqualis eſt pyramidi hexagonæ æquiangulæ quintæ: per 41ª autẽ pyramis hexagona quinta ęquiangula valet aggregatum ex pyramide pentagona quinta, & ex duabus pyramidibus quarti loci. ſ. quadrata & triangula primi generis. Sed, per 36ª huius, pyramis pentagona 5ª æquiualet aggregato pyramidum quadratæ quintæ, & triangulæ quartę. Igitur pyramis hexagona quinta, ſiue cubus ipſi æqualis valebit aggregatum ex duabus pyramidibus quadratis quinta & quarta, & ex duplo pyramidis triangulæ quartæ. Cumq; per diffinitionem duæ prædictæ pyramides quadratæ cõficiant octahedrum primi generis quintũ: iam & talis octahedrus quintus cum duplo pyramidis triangulæ quartæ ſumptus, adæquabit cubum quintum: quod erat demonſtrandum. & perinde ſicut in quinto, ita in quouis alio loco conſtabit propoſitum.

PROPOSITIO 89.

Omnis impar in quadratum ſecundæ ſpeciei, hoc eſt, centralem, ſibi collateralem multiplicatus, producit gnomonem collateralem ex ordine gnomonum ab vnitate cõtinuatorum; atq; quadratos ex quadratis primis in ſe ductis genitos per additionem

ſucceſſiuam conſtituentium. Præmiſſa vnitate, quæ omnem numeri ſpeciem repræſentat ſecundus impar eſt.3.ſecundus autem quadratus centralis eſt 5.ex horum ducto fit 15.gnomo ſecundus quippe qui cum vnitate facit 16.quadratũ ſcilicet quaternarij.Quod ſic oſtendo: poſt vnitatem notabo primum duos in tres, in quatuor, in quinque numeros ab vnitate per duplam proportionem notatos. Hoc pacto duo primi numeri, ſcilicet 1.2.per ſextam huius ſimul conficiunt imparem ſecundi loci, ſcilicet 3. Extremi autem ſequentis ordinis ſcilicet 1.2.4.ſunt 1. & 4. proximi ſcilicet quadrati, quorum congeries, per 68ª huius, eſt quadratus centralis ſecundi loci, ſcilicet 5.Itaque demonſtrandum eſt, quòd aggregatum ex vno, & 2. multiplicatum in congeriem ex 1. & 4. producit gnomonem ſecundi loci, hoc eſt differẽtiam ipſorum 1.& 16. qui ſunt quadrati quadratorum, primus vnitatis, & alter quaternarij.Talis enim gnomo, ſcilicet 15.appoſitus vnitati, conſtituit 16. quadratum quadrati ſecundi. Nam in hiſce quatuor numerorum ordinibus, duo primi, ſcilicet 1.2. ſunt differentiæ trium ſequentiũ, ſcilicet 1. 2. 4. & rurſus hi tres ſunt differentiæ quatuor ſequentium, ſcilicet 1.2.4.& 8.& adhuc hi quatuor ſunt differentiæ quinque poſtremorum, ſcilicet 1.2.4. 8. 16. quandoquidem in numeris continue proportionalibus differentiæ ſunt continue proportionales, & primæ differentiæ ſint iam vnitates, ſicut primi ordinum ſingulorum numeri. Hic eſt autem proceſſus demonſtrationis: aggregatum ex vno & 2.primi ordinis ductum in vnitatem, facit cõgeriem 1.& 2.in tertio ordine. Item aggregatum ex 1.& 2.primi ordinis ductum in 4.producit 4.& 8.in tertio ordine, hoc eſt, 12. Igitur tale aggregatum ex 1.& 2.hoc eſt 3.ductum in congeriem ex 1.& 4.hoc eſt, in 5. producet cumulum quatuor numerorum, ſcilicet 1. 2. 4. 8. Verùm talis cumulus facit cumulum differentiarũ quarti ordinis, ſcilicet ipſorũ 1. 2. 4. 8. 16. & perinde facit differentiam extremorum, ſcilicet 1. & 16. hoc eſt, 15. gnomonem ſecundi loci prædictum. Quod fuit demonſtrandum. Item dico quòd tertius impar, ſcilicet 5. ductus in tertium quadratum centralem.ſ.13.producet tertiũ gnomonem ex prædictis, ſcilicet 65, qui.ſ.cum 16. coniunctus facit quadratũ nouenarij, qui tertius quadratus eſt, facit inquã 81. quadratum ex quadrato tertio in ſe dicto genitum. Quod haud obſcure, nec difficilius oſtendam Hoc proceſſu.

Pro ſecundo loco.

1
1 . 2
1. 2. 4
1. 2. 4. 8
1. 2. 4. 8. 16

3 } 15
5

Pro tertio loco.

1
2 . 3
4. 6. 9
8. 12.18. 27
16. 24.36.54.81.

5 } 65.
13

Poſt vnitatem notabo radices proximas ſecundi & tertij loci, ſcilicet 2. & 3. qui, per ſextam huius, coniuncti faciunt tertium imparem: mox duco 2. in ſe, & in 3. nec non 3. in ſe, & fient 4. 6. 9. continue proportionales in ratione ipſorũ 2. & 3. & Rurſum, ex quatuor multiplicationibus, ſcilicet ex ductu 2. in 4. & in 6. & ex ductu 3. in 6. & in 9. fiant quatuor numeri ſimiliter proportionales 8. 12. 18. 27. Et adhuc ex quinque multiplicationibus, ſcilicet ex 2. in ſingulos dictos 4. 8. 12. 18. 27. & ex 3. in 27. fiant quinque numeri 16. 24. 36. 54. 81. in eadem ratione continua proportionales. Atque his conſtitutis, demonſtrandum erit, quòd aggregatum ex 2. & 3. ſcilicet 5. tertius impar, multiplicatum in aggregatum ex 4. & 9. hoc eſt, in 13. quod, per 68[a], eſt tertius quadratus centralis, producit differentiam ipſorum 16. & 81. hoc eſt, gnomonem ex his, quales diximus tertium. Nam per 2 1[a] ſeptimi Elementorum Euclid. quoniam ex ductu ipſorum 2. 3. primi ordinis, naſcuntur numeri trium reliquorum ordinum, idcirco ſinguli ordines ſeruant continuam proportionem primi: & quoniam ex multiplicante in differentiam multiplicatorum, producitur differentia productorum: idcirco, duo numeri primi ordinis, ſcilicet 2. & 3. ſunt differentię numerorum ſequentis ordinis, ſcilicet ipſorum 4. 6. & 9. & ſimiliter hi tres ſunt differentię numerorum quarti ordinis, qui ſequitur, ſcilicet ipſorum 8. 12. 18. 27. Nec ſecus hi quinque ſunt differentiæ quinque numerorum ſequentium, ſcilicet 16. 24. 36. 54. 81. quo fit, vt cumulus ipſorum 8. 12. 18. 27. ſit differentia ipſorum 16. 81. extremorum. Vnde demonſtrandum erit, quòd ex multiplicatione aggregati ipſorum 2. 3. in congeriem ipſorum 4. & 9. hoc eſt ex ductu 5. in 13. tertij, ſcilicet imparis in tertium quadratum centralem, producitur cumulus ipſorum 8. 12. 18. 27. hoc modo. Quoniam ex 2. in 4. fit 8. & ex 3. in 4. fit 12. per 23[a] ſeptimi Euclidis (quoniam 2. ad 3. ſicut 4. ad 6.) propterea ex 4. in aggregatum ipſorum 2. 3. fit aggregatum ipſorum 8. 12. per primam ſecundi Elementorum, & per eãdem rationem, quoniã ex 2. in 9. fit 18. & ex 3. in 9. fit 27. propterea ex 9. in aggregatum ipſorum 2. 3. fit aggregatum ipſorum 18. 27. Rurſum ergo ex prima ſecundi Euclidis ſequitur, vt ex aggregato ipſorum 2. 3. in aggregatum ipſorum 4. 9. fiat cumulus quatuor numerorum 8. 12. 18. 27. Quod fuit demonſtrandum.

Pro quarto loco.

		1		
		3 · 4		
	9.	12.	16	
27.	36.	48.	64	
81.	108.	144.	192.	256

7 } 175.
25 }

Eodem

Eodem penitus proceſſu demonſtrabimus, ꝙ quartus impar.ſ.7. ductus in quadratũ cẽtralem quartũ 25.efficit 175. gnomonẽ quartũ, qui cum quadrato nouenarij iunctus.ſ. cum 81. cõponit quadratũ ex 16.ſcilicet 256. Itẽ ſimiliter oſtendemus, ꝙ quintus impar.ſ.9.ductus in quintũ quadratũ cẽtralẽ.ſ.41. producit 369. gnomonẽ quintũ,q cũ 256. cõſtituit 625. q quadratus eſt 5ⁱ quadrati : & ſic in infinitũ.

Pro quinto loco.

1
4 . 5
16. 20. 25
64. 80. 100. 125
256. 320. 400. 500. 625.

9 } 369
41 }

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi.
1	5	13	25	41	61	85	113	145	181	Quadrati centrales.
1	15	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Gnomones,

PROPOSITIO 90.

Vnuſquiſque dictorum gnomonum æqualis eſt aggregato triã gulorum centralium ab vnitate per ordinem ſumptorum, & tot quot ſunt vnitates imparis collateralis. Exempli gratia. 15.gnomo poſt vnitatem æqualis eſt aggregato trium triangulorũ centralium.ſ.1.4.10.quoniam ternarius eſt impar collateralis ipſius gnomonis ſecundi. At 65. gnomo ſequens æqualis eſt aggregato quinque triangulorum, ſcilicet 1.4.10.16.31. quoniam.ſ. 5. eſt impar collateralis dicto gnomoni, & ſic deinceps in infinitum. Et quoniam tria talia triangula, per diffinitionem componunt pyramidem triangulam centralẽ tertij loci, & quinque talia prædicta triangula conſtituunt pyramidem triangulam quinta loci, & ſic deinceps per impares locos in infinitũ : propterea propoſitio pñs hoc dicit.

COROLLARIVM.

Quòd tales gnomones ſunt pyramides triangulæ centrales per impares locos diſpoſitæ in infinitum. Cuius propoſitionis & corollarij demonſtratio hæc eſt. Aio, ꝙ 65.gnomo tertij loci, eſt pyramis triangula centralis quinta. Quod ſic patet. Ducatur 5. in 31. radix.ſ.quinta in triangulum 31. quintũ qui baſis eſt pyramidis ipſius quintæ, & producũtur 155.colũna.ſ.triãgula quinta huic addo quadratum quintũ primæ ſpeciei.ſ.25. & triangulum quintũ.ſ.15.& conflãtur 195.qđ, per 79ᵃ huius, triplũ eſt pyramidis ſuæ quintæ. productũ aũt ex 5. in 31.cum dictis quadrato & triãgulo, ſumptũ, eſt æquale producto ex 5. in 39. quoniam .ſ.39. conſtat ex 31. 5. & 3. hoc eſt, triangulo quinto : impare tertio, & radice tertia : & ex tali radice in talem imparem, hoc eſt,

5 { 13 —— 65
5 { 39 —— 195

eſt ex 5. in 5. fit dictus triangulus quintus 15. (vt ex regula progreſſionis facile conſtat) Quo fit, vt productũ ex 5. in 39. æquale ſit producto ex 5. in 31. in 5. & in 3. hoc eſt, producto ex 5. in 31. cum quadrato quinarij & triangulo quinto, hoc eſt, cum 25. & cum 15. Et, quoniam 31. triangulus, ſcilicet quintus centralis cum ipſo quinario & ternario, quoniam quinarius eſt tertius impar, conficiunt ſemper triplum tertij quadrati centralium, qui nunc eſt, 13. & gnomo 65. fit ex 5. in ipſum 13. per pręmiſſam. Iam iccirco productum ipſum ex 5. in 39. ſcilicet 195. triplum erit gnomonis 65. fuit autem & triplum pyramidis triangulæ quintæ: Igitur gnomo tertius & pyramis centralis quinta ſunt æquales. Quod erat demonſtrandum. Sed reſtat oſtendere, quòd triangulus imparis loci cum ipſo impare & cum radice collaterali ad imparem faciunt ſimul triplum quadrati centralis, qui collateralis eſt ipſi radici. Hoc eſt aſſumpto exemplo, quod 31. cum 5. & 3. faciunt triplum ipſius 13. quod ſic oſtendetur: Diſponantur quatuor ſeries numerorum, ſingulæ ab vnitate initium capientes: in quarum prima ſint trianguli centralis locorum imparium, ſcilicet 1. 10. 31. 64. & in ſecunda 1. 3. 5. 7. & cæteri impares per ordinem. In tertia radices naturalis progreſſus 1. 2. 3. 4. &c. In poſtrema 1. 5. 13. 25. & cæteri quadrati centralis. In quibus id quod volumus facile conſtabit.

Nam cum in exordio tres vnitates ſint

1	10	31	64	109	166	235	316	409	514	Triãg. cẽtrales locorũ impariũ
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices.
1	5	13	25	41	61	85	113	145	181	Quadrati centrales.

triplum quartæ. et trium ſubſequẽtium tres ad primas vnitates augumenta ſuper ipſas vnitates faciant duodenarium, qui numerus triplus eſt ad augumentum, quo in quarta ſerie ſequens vnitatem excedit ipſam vnitatem; iam ideo neceſſe erit, vt aggregatum trium corollarium, ſcilicet, 10. 3. 2. ſit triplum ad hũc ſequentem, ſcilicet 5. Item quoniam augumenta trium in tertio loco ſequentium ſupra tres præcedentes conflant 24. Et augumentum reliqui in

quarta

quarta ſerie ſupra ſuum præcedentem eſt 8. Idcirco & aggregatum trium illorum, ſcilicet 31. 5. 3. erit & triplum dicti reliqui, ſcilicet 13. Et ſic deinceps in infinitum, propter augmenta illic per duodenarium, hic per quaternarium creſcentia ſemper demonſtrabimus. Quod demum in dictis quatuor ſeriebus numeri ſecundum talia procedant crementa, facillimum eſt oſtendere. In triangulis quidem ſi conſideretur continuatorum crementa, quæ creſcunt per ternarium, iam alternatorum crementa per duodenarium augebuntur. At in ſerie imparium quis neſcit crementũ fieri per binarium, & in ſerie radicum per vnitatem? deniq; in ſerie poſtrema quadratarum centralium, quoniam ſinguli conſtant ex binis proximis quadratis primæ ſpeciei, quorum differentiæ creſcunt per binarium, quia videlicet conflatur per additionem continuam imparium, ideo differentias ſortiuntur per quaternarium creſcentes. Sic nihil reſtat, quod ad demonſtandum propoſitum faciet.

Δ^li Centrales loci impares	Dfæ Δ^lor continuatorũ	Dfæ Δ^lor in locis impar.
+ 1.	3	
4.	6	9
+ 10.	9	
19.	12	21
+ 31.	15	
46.	18	33
+ 64.	21	
85.	24	45
+ 109.	27	
136.	30	57
+ 166.		

PROPOSITIO 91.

Tres quadrati centrales cum quatuor vnitatibus ſumpti, ſunt æquales quatuor triangulis centralibus cum tribus vnitatibus ſimul acceptis in eodem loco. Nam triangulus centralis conſtat ex vnitate & tribus triangulis primę ſpeciei pręcedentis loci. Quadratus verò centralis conſtat ex quatuor triangulis primę ſpeciei præcedentis loci, & ex vnitate. Quam ob rem, quatuor trianguli centrales conſtabunt ex 12. triangulis primæ, & ex quatuor vnitatibus. Tres verò quadrati centralis conſtabunt ex 12. triangulis primæ, & ex tribus vnitatibus. Igitur, ſi apponantur hic quatuor, illic tres vnitates, conſtabit veritas propoſiti.

PROPOSITIO 92.

Tres pyramides quadratæ centrales cum quatuor axibus ſumptæ, ſunt æquales quatuor pyramidibus triangulis centralibus cũ tribus axibus in eodem loco ſimul acceptis. Hæc conſtat ex præcedenti: quoniam pyramides conſtant ex baſibus, illæ quadratis, hæ triangulis, & axes conſtant ex totidem vnitatibus ſingulæ. Quare cum ex aggregatione æqualium coacerventur æqualia, conſtat propoſitum.

Tres

Propositio 93.

Tres Pentagoni centrales cum quinque vnitatibus ſimul ſumpti ſunt æquales quinque triangulis centralibus cum tribus vnitatibus ſimul acceptis in eodem loco. Quoniã triãgulus centralis conſtat ex vnitate & ex tribus triangulis primis præcedentibus. Pentagonus autem centralis conſtat ex quinque triãgulis primis præcedentibus ex vnitate: quam ob rem quinque trianguli centrales conſtabunt ex 15. triangulis primis & ex 5. vnitatibus. Tres verò pentagoni conſtabunt etiam ex 15. triangulis primis, & ex tribus vnitatibus: Igitur ſi apponantur hic 5. illic tres vnitates, conſtat propoſitum.

Propositio 94

Tres pentagonæ pyramides centrales cum quinque axibus ſunt æquales quinq; pyramidibus triangulis centralibus cum tribus axibus eiuſdem loci pariter acceptis. Hæc ſequitur ex præmiſſa: quoniã pyramides conſtant ex planis, illæ pẽtagonis, hæ triãgulis, & axes conſtant ex totidem vnitatibus ſingulæ. Igitur cũ ex aggregatione æqualium coaceruẽtur æqualia, verum eſt id, quod oſtendendum proponitur.

Propositio 95.

Cubus { Vnitas; { 8. ſemid. χ; 12. △[li] +; } 6. pyr □[ce] χ }

Octahedrus { Vnitas; { 6. ſemid. χ; 12. △[li] +; } 8. Pyr. △[ce] χ }

Omnis cubus centralis æqualis eſt octahedro centrali ſibi collaterali. Nam talis cubus, per diffinitionem conſtruitur ex vnitate, quòd eſt centrum: ex octo ſemidiametris, ex 12. triangulis primis: quoniam tot ſunt latera linearia ſolidi; & ex ſex pyramidibus quadratis centralibus quot, ſcilicet ſunt baſes ſolidi. Octahedrus autem conflatur ex vnitate centrali, ex ſenis ſemidiametris, ex 12. triangulis primis: quoniam tot ſunt eius ſolidi latera, & ex octo pyramidibus triangulis centralibus, propter totidem baſes. Sed cum per 92[a] pmiſſam, tres pyramides quadratæ cum quatuor axibus, qui ſunt æquales ſemidiametris ſingulæ ſingulis, ſint æquales quatuor pyramidibus triangulis cum tribus axibus: Iam ſex pyramides quadratæ cum octo ſemidiametris erunt æquales octo pyramidibus triangulis cum ſex ſemidiametris. At vnitas & 12. trianguli eãdem vtrobique ſummã ingerunt. Ergo & totus ſolidus numerus toti ſolido numero, ſcilicet cubus Octahedro adæquabitur, quemadmodum proponitur.

Propositio 96.

Omnis Dodecahedrus numerus æqualis eſt Icoſahedro numero ſibi collaterali. Sicut præmiſſa, per nonageſimã ſecundam

ita

ita pñs propoſitio per 64ª demonſtrabitur. Nãque, per ſuppoſitionem noſtram, icoſahedrus conficitur ex vnitate, quod eſt centrum: ex 12. ſemidiametris, ex 30. triangulis primis, ſecundum laterum numerum ſolidi: & ex 20. pyramidibus triangulis centralibus, iuxta numerum baſium. Dodecahedrus autem numerus formabatur item ex vnitate centrali, ex viginti ſemidiametris, ex triginta triangulis primis, propter totidem latera, & ex 12. pyramidibus pentagonis centralibus, quot ſunt ſolidi baſes. Sed cum per 94ª præmiſſam, tres pentagonę pyramides cum quinque axibus; ſiue ſemidiametris ſunt æquales quinq; pyramidibus triangulis cum tribus axibus, ſiue ſemidiametris: iam & 12. Pentagonæ Pyramides cum 20. ſemidiametris ſimul, æquales erunt 20. pyramidibus triangulis cum 12. ſemidiametris. Atque vnitas & triginta trianguli tantundem vtrobique accumulant. Igitur ex totus icoſahedrus toti dodecahedro æqualis erit, ſicut in propoſitione concluditur.

Icoſahedrus { Vnitas | ; 12. ſemid. χ ; 30. Δli + ; 20. pyr. Δlæ χ }

Dodecahedrus. { Vnitas | ; 20. ſemid. χ ; 30. Δli + ; 12. pyr. ⬠æ χ }

Propositio 97ª.

Vnitas, quatuor diametri, hoc eſt, par numerus, quẽ voco diametrum, quadruplicatus cum octuplo trianguli primi, vno retro intermiſſo accepti, componunt quadratum imparis collateralis. Diſponantur quatuor numerorum ſeries ab vnitate, ſcilicet trianguli primi, pares, impares & imparium quadrati per ordinem. Et in ordine parium capiatur quilibet par, vtputa 8. ex triangulis autem capiatur, vno intermiſſo præcedens, ſcilicet 6. octuplicatus, hoc eſt, 48. Aio igitur, quòd vnitas, quadruplum ipſius 8. ſcilicet 32. ſimul cum 48. conficiunt quadratũ collateralis imparis, ſcilicet 81. Nam per 54ª huius, vnitas cum 48. quod eſt octuplum trianguli 6. facit quadratum imparis ſequentis, ſcilicet 49. qui quadratus eſt ipſius 7. per 60ª verò huius, ipſe numerus par 8. quadruplicatus, ſcilicet 32. coniunctus cum quadrato imparis præcedentis, ſcilicet cum 49. efficit quadratum collateralis imparis, ſcilicet 81. Igitur vnitas cum 32. & 48. conſtant quadratum collateralis imparis prædicti, ſimiliter in cæteris horum quatuor ordinum numeris per eadem penitus argumentando procedens, ſicut demonſtrandum proponitur.

1, 48 } 49 ; 49, 32 } 81

1	3	6	10	15	21	2	36	45	55	Trianguli primi.
0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	Pares
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	9	25	49	81	121	169	225	289	361	Quadrati impariũ

PROPOSITIO 98ª.

Quadruplum dicti trianguli, vno intermiſſo præcedentis imparem, cum ſexcuplo pyramidis quadratæ centralis immediatè dictum imparem præcedentis coniunctum, conficit duo ſupplementa, quæ ſingula fiunt ex ductu ipſius imparis in latus ſecundi quadrati præcedentis: & coniuncta cum quadrato ipſius imparis conſtituunt gnomonem: qui coniunctus cum ſecundo quadrato prædicto, conſtruit ſecundum quadratum ſequentem, hoc eſt, ipſius imparis collateralem. Intelligo ſecundos quadratos eos, qui ex primis in ſe ductis fiunt: vt 16. eſt ſecundus quadrat⁹ binarij 81. ſecũdus quadratus ternarij; & ſic deinceps. Itaque exponam primum, dein oſtendam propoſitionem. Exponatur ab vnitate ſex numerorũ ſeries, ſcilicet, radices, Impares Trianguli primi, Pyramides quadratæ cẽtrales, quadrati pimi, & gnomones ſecundorum quadratorum, per ordinem continuati. Quibus exaratis, iam in ſecundo loco, impar eſt 3. hic autem quadruplum triãguli nullum eſt. Nam retro intermiſſa vnitate, nullus eſt triangulus. pyramis hunc locum præcedẽs, eſt vnitas eius, ſexcupluseſt ſenarius: qui ſolus facit hic duo ſupplementa 3. & 3. quæſingula fiũt ex impare huius loci, ſcilicet ex 3. in latus ſecundi quadrati præcedentis, ſcilicet vnitatis, hoc eſt, in vnitatem. Et coniuncta cum quadrato dicti imparis, ſcilicet cum nouem, conficiunt 15. gnomonem, ſcilicet eiuſdem loci: qui applicatus ſecundo quadrato prædicto, ſcilicet vnitati, cõſtruit iam ſecundum quadratum ſequentem, ſcilicet 16. In tertio autem loco, impar eſt 5. quadruplum trianguli, vno retro intermiſſo, ſumpti, ſcilicet vnitatis, eſt quatuor. Pyramis præcedens eſt 6. cuius ſexcuplum 36. qđ cum 4. facit 40. quæ ſunt duo ſupplementa, ſcilicet 20. & 20. quæ ſingula fiunt ex impare dicto, ſcilicet 5. in 4. latus ſecundi quadrati præcedentis, qui eſt 16. & coniuncta cum quadrato dicti imparis, ſcilicet cum 25. faciunt 65. gnomonem tertium: qui cõiunctus cũ ſecundo quadrato prædicto, ſcilicet 16. conflat iam ſecũdum quadratum ſequẽtem, ſcilicet 81. In quarto deinde

loco,

loco, impar eſt 7. quadruplum trianguli vno retro intermiſſo, ſumpti, ſcilicet ternarij, eſt 12. Pyramis præcedens eſt 19. cuius ſexcuplum 114. quod cum 12. facit 126. quæ ſunt duo ſuppleméta, ſcilicet 63.& 63. quæ ſingula fiũt ex impare dicto 7. in 9. latus, ſcilicet ſecundi quadrati præcedentis, qui fuit 81. & coniuncta cum quadrato dictæ imparis, ſcilicet 49. faciunt 175. gnomonem quartum, qui coniunctus ſecundo quadrato prædicto, ſcilicet 81. facit 256. ſecundum quadratum ſequentem. Adhuc in quinto loco, impar numerus eſt 9. quadruplum trianguli non immediate præcedentis, ſcilicet 6. eſt 24. pyramis præcedens 44. cuius ſexcuplum 264. quod cum 24. efficit 288. quæ ſunt duo ſupplementa, ſcilicet. 144.& 144. quæ ſingula fiunt ex Impare dicto, ſcilicet 9. in 16. latus ſcilicet, quadrati ſecundi præmiſſi, qui fuit 256.& coniuncta cum quadrato dicti imparis, ſcilicet cum 81. faciunt 369. gnomonem iungendum ſecundo quadrato prædicto, ſcilicet 265. Vt cõflet 625. quadratum ſecundum quinarij: qui ſequitur, poſitus in præſenti loco. Sic pro ſexto, ſeptimo, & ſequentibus locis in infinitum fit ſimiliter ſeriatim procreando, ſecundos radicum quadratos. Sed demonſtrandum, quo pacto in ſingulis locis quadruplum trianguli, ex tertio retrorſum loco ſumpti, cum ſexcuplo pyramidis quadratæ præcedentis coniunctum, facit dicta duo ſuplementa, ſiue (quod idem eſt) quòd duplum talis trianguli cum triplo talis pyramidis coniunctum, facit vnum tale ſupplementum, quòd (vt dictum eſt) fit ex impare ipſius loci in latus ſecundi quadrati præcedentis: & proinde duo talia ſupplementa coniuncta cum quadrato dicti imparis, componunt gnomoné, qui iunctus cũ ſecundo quadrato prædicto conficit ſm quadratum ſequentem, impariq; collateralẽ.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices
1	3	5	7	9	11	13	15	17	17	Impares
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	Trianguli primi
1	6	19	44	85	146	231	344	489	670	Pyr. quadr. centrales
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi.
1	15	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Gnomones 2i

Verùm in primo poſt vnitatem loco, qui ſecundus appellatur, in quo (vt dixi) quadratum triangulæ nullum eſt, liquet quòd triplum pyramidis præcedentis, ſcilicet 3. facit tale ſupplementum, quod ſcilicet fit ex impare huius loci, qui ternarius eſt, in latus ſecundi quadrati præcedentis, ſcilicet in vnitatem: & idcirco per quartam ſecundi Euclidis, duo huiuſmodi ſupplementa coniuncta cum quadrato dicti imparis, ſcilicet 9. conficiunt 15. gnomonem, ſcilicet eiuſdem loci: qui appoſitus ſecundo quadrato prædicto, ſcilicet vnitati, conſtruit ſecundum quadratum ſequentem, ſcilicet 16. collateralem ipſius imparis: cuius quidem latus eſt quadratus ipſe primus, ſcilicet 4. quoniam tale latus ex aggregatione conſtat vnitatis & ſequentis imparis, per 15ª huius libri. In tertio loco id ipſum quoque oſtendemus: in quo impar eſt 5. quadruplum trianguli 4. & pyramidis ſexcuplum 36 & ideo trianguli duplum 2. pyramidis triplum 18. Quare hic oſtendendum eſt, quòd 2. cum 18. faciunt 20 ſupplementum quod fit ex impare huius loci ſcilicet 5. in latus ſecundi quadrati præcedentis, hoc eſt, in 4 quod ſic patet: Nam columna quadrata centralis præcedentis loci, ſcilicet 10. cum duplo quadrati primi eiuſdem loci, ſcilicet cũ 8. per 80ª huius, efficit triplum pyramidis eiuſdem loci, quę

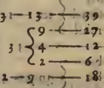
2 —— 5 —— 10

quæ fuit 6. hoc eſt 18. Cui numero addo 2. parte altera longiorem eiuſdem loci, & fiunt 20. Cumque 10. columna dicta fiat ex radice eiuſdem loci, ſcilicet 2. in quadratum centralem collateralem, ſcilicet in 5. atq; ipſe 5. conſtat ex quadrato primo collaterali & præcedenti, hoc eſt, ex 4. & 1. iam ipſe 10. fit ex 2. in 4. & ex 2. in 1. coniunctus cum 2. parte altera longiore, hoc eſt totus 4 fiet ex 2. in 2. quod eſt aggregatum ex 1. & 1. Sic habemus tria producta, ſcilicet 8. ex 2. in 4. quod fuit duplum quadrati cum columna coniunctum. Item 8. & ex 2. in 4. atque 4. ex 2. in 2. integrãtiam totum numerum 20. cumque ex toto numero 20. ipſe octonarius contineat bis 4. & rurſum 8. bis 4. demonſtrandum eſt quod reliquum, ſcilicet 4. contineat ſemel ipſum 4. vt totus 20. contineat quinquies, ſcilicet ſecundum numerum imparem huius locum, ipſum quatuor. Quod iam ratione comprobatur: quoniam ſcilicet 4. fit ex radice ſecundi loci, hoc eſt, ex 2. in parte altera longiore eiuſdem loci, ſcilicet in 2. Et perinde factus adequatur quadrato collaterali, ſcilicet 4. ſicut & radix æqualis eſt ipſi parte altera longiori. Producitur

2 { 4 —— 8 ; 1 —— 2 ; 1 —— 2 }

2 —— 4 —— 8

citur itaque in hoc loco 20. ſupplementum ex 5. in 4. & perinde duo talia ſupplementa, ſcilicet 20. & 20. coniuncta cum 25. quod eſt quadratum ipſius 5. imparis, faciunt gnomonem 65. qui coniunctus cum quadrato ipſius 4. ſcilicet cum 16. quadrato ſecundo præcedentis loci, ſcilicet ſecundi, conſtituit ſequentem quadratum ſecundum, collateralem, ſcilicet huic loco tertio, qui eſt 81. Nam per 4[a] ſecundi Euclidis, ſupplementa duo ex lateribus quadratorum duorum producta, vnà cum ipſis quadratis componunt quadratum, cuius latus conſtat ex lateribus quadratorum componentium. Sed vnum laterum talium fuit quadratus numerus, ſcilicet 4. & alterũ fuit ſequens impar, ſcilicet 5. Ergo & compoſitus ex illis, per 15[a] huius libri, erit quadratus ſequens, ſcilicet 9. latus ſcilicet totalis quadrati: & perinde totalis quadratus erit quadratus ſecundus ternarij, ſcilicet 81. qui ex 9. in ſe fit. In quarto etiam loco nunc demonſtrationem repetemus: in quo impar eſt 7. quadruplũ trianguli eſt 12. ſexcuplum pyramidis 14 & ideò trianguli 6. triplum pyramidis 57. Quare hic oſtendendum eſt, quòd 6. cum 57. efficit 63. ſupplementum, quod fit ex impare huius loci, ſcilicet 7. in latus ſecundi quadrati præcedẽtis, hoc eſt in 9. quod ſic patet. Nam columna quadrata centralis præcedẽtis loci, ſcilicet 39. cum duplo quadrati primi eiuſdem loci, ſcilicet cum 18. efficit, per 80[a] huius triplum pyramidis eiuſdem loci, hoc eſt 57. Cui numero adijcio. 6. parte altera longiorem eiuſdem loci: & fiunt 63. Cumque 39. columna dicta fiet ex radice eiuſdem loci, ſcilicet 3. in quadratum centralem collateralem, ſcilicet in 13. atque ipſe 13. conſtet ex duobus quadratis primis, ſcilicet, collaterali, & præcedenti, hoc eſt, ex 9. & 4. iam ipſe 39. fiet ex 3. in 4. & ex 3. in 9. At ipſe 6. parte altera longior, fit ex 3. in 2. Ergo 12. qui fit ex 3. in 4. coniunctus cum 6. parte altera longiore, ſcilicet 18. fiet ex 3. in 6. quod eſt aggregatum ex 4. & 2. Sic habemus tria producta, ſcilicet 18. ex 2. in 9. quod fuit duplum quadrati cum columna coniunctum. Item 27. ex 3. in 9. Atque 18. ex 3. in 6. integrantia totum 63. Cumque ex toto numero 63. ipſe 18. contineat bis 9. & ipſe 27. contineat ter 9. demonſtrandum eſt, quòd reſiduum ſcilicet 18. continet bis 9. vt videlicet totus 63. concludatur continere ſepties ipſum 9. ſecundũ imparem. ſ. huius loci, qui ſeptenarius eſt. Quod & ratione confirmatur



Quoniã 18.producitur ex radice tertij loci.ſ.3.in 6.parte altera longiorẽ eiuſdem loci: & perinde productus duplus eſt ad quadratũ eiuſdem loci, ſcilicet ad 9. quotuplus eſt parte altera longior ipſius radicis. Producitur itaque in hoc loco ſupplementũ 63.ex 7.in 6. Et perinde duo talia ſupplemẽta 63.& 63.coniuncta cum 49. quadrato ipſius imparis,faciũt gnomonem 175. Qui coniunctus cum quadrato ipſius 9.ſ. cum 81.quadrato ſecundo pręcedẽtis loci.ſ.tertij, cõponũt quadratum ſecundum ſequentem.ſ.256. collateralem, hoc eſt, huius quarti loci. Nam,per 4ᵃ ſecundi Euclid.duo quadrata & duo ſupplementa ex lateribus quadratorum producta pariter accepta, cõficiunt quadratum totalem: cuius latus eſt aggregatum ex lateribus quadratorum partialium. Cumque vnum horum laterum fuerit iam quadratus numerus, ſcilicet 9. & reliquum impar numerus ſequens.ſ.7. iam aggregatum ex ipſis, totalis ſcilicet quadrati latus erit, per 15ᵃ huius, erit quadratus ſequens,ſcilicet 16.latus,ſcilicet totalis quadrati. Vnde totalis quadratus erit quadratus ſecundus, ſcilicet 256. qui fit ex 16. in ſe. Lubet & in quinto loco demum propoſitum demonſtrare. In quo quidem impar eſt 9. quadruplum trianguli ſæpe dicti 24.ſexcuplum pyramidis 264. & ideo duplum trianguli 12.triplum pyramidis 132. Quare hic oſtendendum, quòd 12.cum 132.efficit 144.ſupplementum, qđ fit ex impare huius loci,ſcilicet 9. in latus ſecundi quadrati præcedentis, ſcilicet in 16. Quod ſic poteſt concludi: Nam per 80.huius columna quadrata centralis præcedentis loci, ſcilicet 100. cum duplo quadrati primi eiuſdem loci, ſcilicet cum 32. efficit triplũ pyramidis ſuæ eiuſdẽ loci,quæ fuit 44. hoc eſt 132. cui numero addo ipſum 12.parte altera longiorem, & conficio 144. cumque 100. columna prædicta fiat ex radice eiuſdem loci, ſcilicet 4. in quadratum centralem collateralem, ſcilicet in 25.atq; ipſe 25. conſtet ex duobus quadratis primis,ſcilicet collaterali & præcedenti, hoc eſt,ex 16.& 9. iam ipſe 100. fiet ex 4. in 16.& ex 4.in 9. At ipſe 12. parte altera longior fit ex 4. in 3. Ergo 36. qui fit ex 4. in 9. coniunctus cum 12. ſcilicet totus 48.fiet ex 4. in 12. quod eſt aggregatum ex 9. & 3. Sic habemus tria producta: ſcilicet 32. ex 2. in 16. quod fuit duplum quadrati cum columna coniunctum:64.ex 4.in 16. atque 48. ex 4. in 12. integrantia totum 144. Cumque ex toto numero 144. ipſe 32. cõtineat bis 16. & ipſe 64. quater 16.de-

4 —— 25 —— 100.
4 { 16 —— 64. / 9 —— 36. / 3 —— 12. }
2 —— .6 —— 32.

loc⁹ 2⁹: 2 — bis, 1 — ſemel, 0 — nihil } ter — 1.
—— 3

3⁹: 8 — bis, 8 — bis, 4 — ſemel } qnqes — 4
—— 20

4⁹: 18 — bis, 27 — ter, 18 — bis } ſepties — 9
—— 63

16. demonſtrandum reſtat, quòd reſiduum ſcilicet 48. contineat ter 16: vt ſcilicet totus 144. comprehēdat nouies 16. iuxta imparem huius loci, ſcilicet 9. quod, ſicut prius, facilè oſtenditur. Quoniam 48. producitur ex radice quarti loci, ſcilicet 4. in 12. parte altera longiorem eiuſdem loci. Et idcirco productus eſt triplus ad quadratum collateralem, ſcilicet ad 16. quotuplus eſt parte altera longior ipſius radicis. Producitur itaque in hoc loco ſupplementum 144. ex 9. in 16. & ideo duo talia ſupplementa, ſcilicet 144. & 144. coniuncta cum 81. quadrato ipſius imparis 9. faciunt gnomonem 369. qui coniunctus cum quadrato ipſius 16. ſcilicet cum 256. quadrato ſecundo præcedentis loci, ſcilicet quarti, componit ſequentem quadratum ſecundum, ſcilicet 625. huius quinti loci. Nam per quartam ſecundi Euclidis, duo quadrata, & duo ſupplemēta ex lateribus quadratorum producta pariter accepta, conficiunt quadratum totalem: cuius latus eſt aggregatum ex lateribus quadratorū partialium. Cúmque vnum horum laterum fuerit quadratus numerus, ſcilicet 16. & reliquum impar numerus ſequens, ſcilicet 9. iam per 15ª huius aggregatus ex ipſis, totalis ſcilicet quadrati latus, erit numerus quadratus, ſcilicet 25. Vnde totale quadratum erit quadratus ſecundus, ſcilicet 625. qui fit ex 25. quadrato huius quinti loci in ſe multiplicato. Similiter in ſexto, ſeptimo, octauo, & cæteris deinceps locos in infinitum continuabitur hęc demonſtratio. Namque in ſexto loco argues tria producta integrantia ſupplementum, continęre præcedentem quadratum vndecies. In ſeptimo loco tredecies, in octauo quindecies, in nono ſeptemdecies, in decimo vndeuigeſies. & ſic deinceps per impares ſequentes: vt hic in margine notaui, quo conſtet propoſitum.

5° 32—bis, 64—quater, 48—ter } nouies.—16
—144

6° 50—bis, 125—quinquies, 100—quater } vndecies.—25
—275

7° 72—bis, 216—ſexies, 180—quinquies } tredecies—36
—468.

8° 98—bis, 343—ſepties, 294—ſexies } quindecies—46
—735

9° 128—bis, 512—octies, 448—ſepties } 17ties—64
—1088

10° 162—bis, 729—nouies, 648—octies } 19ties—81
—1539

11° 200—bis, 1000—decies, 900—nouies } 21ties—100
—2100

Et ſic deinceps in infinitum. Et productum medium ſemper eſt Cubus pręcedentis loci.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Radices.
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	Impares
1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	Trianguli primi
1	6	19	44	85	146	231	344	489	670	Pyramides quadrati centrales
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	Quadrati primi
1	15	65	175	369	671	1105	1695	2465	3439	Gnomones.

PROPOSITIO 99ª.

Gnomo 2ᵘˢ	□. imp.	Vnitatem; 8. ſemid.; 8. △ˡᵒʳ
	duo ſuppl.	4. △ˡᵒʳ; 6. pyr. □.
Cubus centra.		vnitatẽ; 8. ſem.; 12. △ˡᵒʳ; 6. pyr. □.

Gnomones prædicti, ſicut dictum eſt inuenti, Cubi ſunt & Octahedri centrales. Nam cum vnuſquiſq; talium gnomonũ conſtet ex duobus ſupplemẽtis & ex quadrato imparis, atq; per præmiſſam talia ſupplemẽta cõſtent ex quadruplo tertij retrorſum ſumpti trianguli primi, & ex ſexcuplo pyramidis quadratæ centralis præcedẽtis: Itemque, cum, per ante præmiſſam, quadratus dicti imparis conſtet ex aggregatione vnitatis, quatuor diametrorum, ſiue octo ſemidiametrorum & ex octuplo dicti trianguli; idcirco ſequitur, vt talis gnomo conſtruatur ex aggregatione vnitatis, octo ſemidiametrorũ, duodecim taliũ triangulorũ, & ſex pyramidũ dictarum. Verùm, per diffinitionẽ cubi centralis, ipſe cubus ex taliũ quatuor numerorũ cumulo cõpaginatur, ex quib⁹ talis gnomo. Igitur gnomo exiſtet cubo æqualis. Per 95ª verò præmiſſam, cubus octahedro ęqualis eſſe conſtitit: igitur & octahedrus gnomoni æqualis erit, ſicut demonſtrandum proponitur.

COROLLARIVM.

Et quoniam per 90ᵉ corollarium oſtẽſum fuit, quòd gnomones præfati ſunt pyramides triangulæ centrales imparium locorum, idcirco ſequitur, vt gnomones, cubi, octahedri cẽtrales, & pyramides triangulę centrales imparium locorum ordinatim collati, ſint ijdem numeri.

PROLOGOMENA.

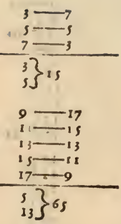
REſtat adhuc nobis oſtendendum, quòd ſicut contingit cubos primi generis fieri ex congerie vnius, duorum, trium, & deinceps imparium per ordinem ab vnitate ſuccedentium ſingulos ab vnitate continuatos in infinitum; ita & cubis centralibus ſimilem dignitatem eſſe à natura tributam: vt ſcilicet ipſi cubi centrales ab vnitate ſeriatim diſpoſiti ſinguli conſtituantur ex aggregato vnius, trium, quinque, ſeptem, & deinceps imparium ſucceſſiue ſumptorum ab vnitate imparium numerorum, ſemperq; ſub multitudine imparium per ordinem accepto. Demonſtrabimus autem hoc, præmiſſis aliquod neceſſarijs præambulis.

PROPOSITIO 100ª.

Si fuerint tres, quinque, ſeptem, vel ſub alterius cuiuslibet imparis multitudine ſumpti numeri æquali exceſſu & ſucceſſiuè creſcentes; eorum aggregatum æquum erit ei numero, qui ex ductu medij in multitudinem multiplicati procreabitur.

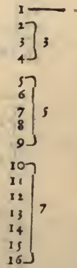
Exempli

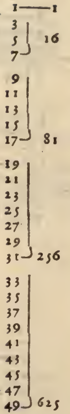
Exempli gratia, ſint tres numeri 3. 5. 7. Aio, quòd 5. qui eſt medius ductus in ternarium (quandoquidem tres ſunt numeri) efficit aggregatum ipſorum 3. 5. 7. Ad ſocientur enim ipſis 3. 5. 7. per binarium creſcentibus totidem 7. 5. 3. & ijdem, ſed ordine præpoſtero, decreſcentes: Sic fiet, vt decrementum vnius ordinis reſarciatur pari cremento alteri*: & duo medij, ſcilicet 5. & 5. ſint inuicem ęquales; & ſimul iuncti ſint ęquales aggregato reliquarum combinationum Quo fit, vt congeries amborum ordinum ſit planus numerus ſiue ſuperficialis tetragonus, qui fit ex ductu ternarij in aggregatum ipſorum 5. & 5. ſeu quorumlibet binorum: Igitur & congeries vnius ordinis (quæ dimidia eſt totalis cumuli) fiet ex ductu quinarij in ternarium: ſicut proponitur. Similiter, ſi ſumman[t]ur quinq; numeri: vtpote 9. 11. 13. 15. 17. eadem acceſſione creſcentes. Aio ſimiliter, quòd medius eorum, ſcilicet 13. in quinarium (quoniam quinque ſunt numeri) multiplicatus producit talium quinque numerorum aggregatum. Nam ſi talibus numeris compares & ſub ordine præpoſtero applicentur, ſimiliter, & in quouis alio caſu, conſtabit propoſitum.



PROPOSITIO 101ª.

Si ex radicibus ab vnitate, & ſecùndum vnitatis acceſſum creſcentibus quotlibet ſegregentur vnitas & deinde ex ſequentibus tres, inde quinque, & deinceps per multitudinem imparium ſequentium per ordinem; iam vnitas, tertius triū, quintus ſequētiū quinque & deinceps poſtremus ſemper reliquarum multudinum quadratus numerus eſt. Quòd enim vnitas quadratus ſit, patet. Quòd autem tertius ſequentium ſit quadratus, concluditur, quoniam addit tres vnitates, hoc eſt, ſequentem imparem vnitati: & perinde, per 15ª huius, aggregatum, hoc eſt, ipſe tertius dictus, eſt ſequens ab vnitate quadratus. Item quinque ſequentes per vnitatem ſingulæ creſcentes faciunt, vt quintus eorum excedat ſupradictum tertium quinque vnitatibus, hoc eſt, ipſo 5. impari tertio: vnde per 15. huius, aggregatum, hoc eſt, ipſe quintus prædictus erit tertius quadratus. Adhuc ſeptem ſuccedentes numeri cum totidem vnitates, hoc eſt, 7. quartum imparem addant, iam ſimiliter aggregatum, hoc eſt, ſeptimus huius multitudinis, erit quadratus quartus per dictam 15ª & ſic in infinitum, ſicut demonſtrandum proponitur.



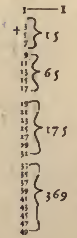


COROLLARIVM.

Manifeſtum eſt ergo, quòd in eadem diſpoſitione numerorum, primus, quartus, nonus, ſedecimus, & cæteri ſegregatarum multitudinum ſecundum impares numeros, poſtremi ſunt ipſi radicũ ab vnitate ſumptarũ p ordinẽ quadrati.

PROPOSITIO 102ª.

Si ex numeris ab vnitate continuatim diſpoſitis imparibus in infinitum, ſegregetur vnitas, & ex ſequentibus tres, & inde quinque, & deinceps aliæ multitudines ſemper ſecundum impares ſucceſſiue numeros: tunc ſi vnitas, & dictæ ſequẽtes multitudines ſingillatim coacęruentur: Vnitas & aggregata ipſa ſingula erunt quadrati quadratorum à radicibus per ordinem ab vnitate diſpoſitis in ſe multiplicetis factorum. Hos quadratos quadratorum nuper quadratos ſecundos appellauimus. Quod igitur vnitas primus imparium ſit quadratus quadrati vnitatis, conſtat per ſe: quandoquidem vnitas in ſe ducta ſemel atque iterum ſemper vnitatem producit. Quod autem tres ſequentes cum vnitate coniuncti conficiunt quadratum, conſtat per 15ª huius: & quoniam vnitas & tres ſequentes impares per quatuor aggregationes cõficiunt totidem quadratos: iam idcirco vltima eorum congeries erit quartus quadratus, hoc eſt, quadratus quartæ radicis. Sed per præcedentem, eiuſque corollarium, quarta radix numerus quadratus eſt: igitur talis congeries eſt quadratus quadrati quarti, hoc eſt, quadratus ſecundus binarij. Similiter oſtendemus, quòd quinque ſequẽtes impares ad talem quadratum ſecundum appoſiti, efficiẽt quadratum nonę radicis: ſed nona radix, per præmiſſam & ſuum corollarium, tertius quadratus erat: igitur talis cumulus erit quadratus ſecundus ſequens, hoc eſt, quadratus nouenarij, ſcilicet quadratus ſecundus ternarij. Non aliter, ſi tali quadrato ſecundo applicentur ſeptẽ impares ſequentes, conflabunt quadratum ſedecimæ radicis per 15ª. Cumq; radix ſedecima, per præmiſſam & ſuum corollarium, ſit quadratus quartus. Iam tale conflatum erit quadratus ſecundus ſequens, hoc eſt, quartæ radicis, ſiue quadratus quarti quadrati, hoc eſt, ſedenarij. Adhuc ſi huic quadrato ſecundo accumulentur nouem impares ſequentes, conſtituetur quadratus ſecundus ſequens, hoc eſt quintæ radicis, ſiue quadratus ex 25. in ſe multiplicato factus. & ſic in infinitum. Quod demonſtrandum proponitur.



PRO-

PROPOSITIO 103^a.

Iiſdem ſuppoſitis demonſtrandum eſt, quòd vnitas, aggregata trium ſequentium imparium, quinque ſequentium imparium: itemque ſeptem, nouem, & cæterarum ſub imparibus per ordinem ſequentium multitudinum, ſingula ſunt gnomones, ex quorum continua ad monadem adiectione conſtituuntur ſeriatim ipſi, de quibus loquimur, quadrati quadratorum. Nam, cum per præcedentem, huiuſmodi aggregata monadi ſucceſſiue adiecta conficiant per ordinem ipſos quadratos quadratorum: ſequitur, vt ipſa ſingula aggregata ſint gnomones, qui ad monadem continuatim adiecti conſtituunt tales quadratorum quadratos, ſicut propoſitio concludit.

PROPOSITIO 104^a.

Iiſdem adhuc ſuppoſitis demonſtrandum eſt, quòd in talibus aggregatis ſingulis, ipſius imparium multitudinis medij ſunt per ordinem ab vnitate ſumpti quadrati centrales. Nam tales medij poſt vnitatem impares ſunt 5. 13. 25. 41. & cęteri. Dico igitur, ꝙ hi ſunt quadrati centrales. Nam per propoſitionem 100^a præmiſſam, ex ternario primę multitudinis in medium imparem, ſcilicet 5. fit aggregatum numerorum ipſius multitudinis. ſed per præcedentem, tale aggregatum eſt gnomon. Similiter in quinario ſecundæ multitudinis 5. in 13. facit aggregatum totius multitudinis, per 100^a & per præmiſſam, tale aggregatum eſt gnomon ſequens. Item in ſeptenario ſequentis multitudinis 7. in 25. medium producit aggregatum ipſi⁹ multitudinis per 100^a hoc eſt, gnomonem ſequentem per præmiſſam. Adhuc in nouenario ſequentis multitudinis 9. in 41. medium producit congeriem ipſius multitudinis per 100^a, hoc eſt, gnomonem qui ſequitur, per præmiſſam: & ſic deinceps in infinitum. Verùm, per 89^a huius, tales impares per ordinē multiplicati in quadratos centrales ſibi collaterales producunt gnomones eoſdem, qui ſcilicet quadratos quadratorum cōſtituunt. Neceſſe eſt ergo, vt tales medij multitudinum ſingularum impares ſint quadrati centrales: quemadmodum proponitur.

COROLLARIVM.

Qui quidem Gnomones ſunt cubi & octahedri centrales, & pyramides triangulæ centrales locorum imparium, vt in 99^a eiuſque Corollario fuit concluſum.

PROPOSITIO 105ª.

Omnis cubus, ſiue octahedrus centralis cum impari collaterali coniunctus, æquiualet duplo tetrahedri centralis. Cum enim numerus baſium octahedri ad numerum baſium tetrahedri ſit duplus: itemque numerus laterum illius ad numerum laterum huius duplus. iam impar appoſitus facit, vt vnitas centralis cum ſemidiametris octahedris ſint (additione facta) duplum vnitatis centralis & ſemidiametrorum tetrahedri. Sunt enim ſemidiametri octahedri ſex, & ſemidiametri tetrahedri quatuor Et idcirco oportet adijcere ad ſummam octahedri duas ſemidiametros, hoc eſt, parem collateralem, & vnitatem, ad duplicandam vnitatem centralem: quæ cum pari facit imparem collateralem. Conſtat igitur propoſitum.

PROPOSITIO 106ª.

Ex aggregato duarum proximarum radicum in aggregatum quadratorum ex eis multiplicato, producitur numerus qui cum ipſo radicum aggregato coniunctus facit duplum aggregati cuborum earundem. Exempli gratia 2. & 3. ſunt duæ proximæ radices, quarum congeries 5. quadrati autem 4. & 9. cubi vero 8. 27. quadratorum cumulus 13. cuborum verò 35. Dico igitur, quòd id, quod fit ex 5. in 13. ſcilicet 65. coniunctum cum 5. facit duplum ipſius 35. Exponatur vnitas cum radicibus 2. & 3. & quadrati 4. & 9. cum medio proportionali 6. Itemque cubi octo & 27. cum duobus medijs proportionalibus 12. & 18. in quibus propter proportionem numerorum, quoniam ex 2. in 4. fit 8. & ex 3. in 4. fit 12. idcirco ex aggregato 2. & 3. in 4. fit aggregatum ipſorum 8. ex 12. Non aliter oſtendam quòd ex dicto 2. & 3. aggregato in 9. fit ipſorum 18. & 27. aggregatum, ſicut in 89ª demonſtrauimus. Vnde ex aggregato ipſorum 2. & 3. in aggregato ipſorum 4. & 9. hoc eſt, ex 5. in 13. fiet aggregatum ipſorum quatuor numerorum 8. 12. 18. 27. Demonſtrandum eſt igitur, quòd aggregatum talium quatuor numerorum. cum aggregato radicum, ſcilicet cum 5. facit duplum aggregati ipſorum 8. & 27. hoc eſt, quod 65. cũ 5. eſt duplũ ipſius 35. ſiue qđ aggregatũ ipſorum 18. & 12. cũ 5. coniunctum, eſt ęquale aggregato ipſorũ 8. & 27. Quod facile demõſtratur: Nã 12. ſuperat 8. in 4. At ipſe 18. ſuperatur à 27. in 9. Tanto igitur aggregatum ipſorũ 18. & 12. ſuperatur ab aggregato ipſorum 8. & 27. quanto 9. maior eſt quàm 4. Sed 9. maior

1
2 . 3
4 . 6 . 9
8 . 12 . 18 . 27

1
3 . 4
9 . 12 . 16
27 . 36 . 48 . 64

1
4 . 5
16 . 20 . 25
64 . 80 . 100 . 125

Et deinceps ſimiliter pro reliquis.

maior eſt quàm 4. in aggregato ipſorum 2. & 3. hoc eſt, in 5. ergo aggregatum 18. & 12. ſuperatur ab aggregato ipſorum 8. & 27. in 5. Quare aggregatum ipſorum 18. & 12. cum 5. coniunctum, fit æquale aggregato ipſorum 8. & 27. Quod fuit oſtendendum. Similiter pro duabus quibuslibet proximis radicibus argumentando procedam. Sicut proponitur.

PROPOSITIO 107ª.

Omnis cubus centralis cum impari collaterali coniunctus, conficit duplum aggregati cuborum primi generis collateralis & præcedentis. Nam numerus, qui fit ex aggregato radicum duarum, ſcilicet propoſiti loci, & præcedentis, hoc eſt, ex impari collaterali in aggregatum quadratorum collateralis, & præcedentis, hoc eſt, in quadratum centralem collateralem, eſt per 89ª huius, gnomon collateralis in quadratis quadratorum. Et per 99ª huius, talis gnomon eſt cubus centralis. Verùm talis numerus cum aggregato radicum collateralis & præcedentis, hoc eſt, cum impari collaterali coniunctus, efficit per præmiſſam, duplum aggregati cuborum collateralis & præcedentis, hoc eſt, cuborum ipſarum radicum. Igitur cubus centralis cum impari collaterali coniunctus, facit ipſum tale cuborum duplum: quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 108ª.

Omnis cubus primi generis, cum præcedenti cubo coniunctus, conficit collateralem tetrahedrum centralem. Nam, per 105ª præmiſſam, cubus centralis cum impari collaterali coniunctus, conflat duplum tetrahedri centralis. Et per præcedentem, idem cubus centralis cum impari collaterali coniunctus, efficit duplum aggregatum cuborum collateralis & præcedentis. Igitur tale cuborum duplum, æquum eſt duplo tetrahedri. Et perinde cuborum aggregatum æquale erit ipſi tetrahedro centrali: quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 109ª.

Omnis tetrahedrus centralis poteſt eſſe cubus centralis tertii generis, hoc eſt cubus mixtus, compoſitus ſcilicet ex cubis primi generis collaterali & præcedenti. Vocamus autem huiuſmodi cubum mixtum: quoniam ex mixtura duorum cuborum primi generis compaginatur: ſicut & quadratus centralis conficitur ex combinatione duorum primi generis quadratorum, ſcilicet collateralis & præcedentis. Cum igitur, per præmiſſam, tetrahedrus conſtet ex collaterali & præcedenti primi generis, cubis: & ex eiſdem cubis conſtet

cubus

cubus mixtus collateralis, per ſuam diffinitionem iam ſatis conſtat propoſitum.

PROPOSITIO 110.

Omnis icoſahedrus cum quadruplo imparis collateralis coniunctus, conficit quincuplum collateralis pyramidis centralis. Et hoc quoniam numerus baſium icoſahedri ad numerum baſium pyramidis centralis, ſcilicet 20. ad 4. quincuplus eſt. Item numerus laterum linearium illius ad numerum laterum linearium huius, ſcilicet 30. ad 6. quincuplus eſt, & ideo aggregatum pyramidum triangularium componentiũ icoſahedrum ad aggregatum pyramidum triangularium cõponentium tetrahedrum centralem quincuplum eſt, quippe quæ ſequuntur numerum baſium. Et ſimiliter aggregatum triangulorum ad aggregatum triangulorum quincuplum, vt qui ſequuntur numerum laterum. Addatur igitur vnitati cẽtrali ipſius icoſahedri quaternarius: & ſic quinarius erit quincuplus ad vnitatem centralem pyramidis, ſeu tetrahedri centralis. Cumque ſemidiametri icoſahedri ſint 12. & ſemidiametri tetrahedri ſint 4. iuxta numerum ſcilicet angulorum ſolidorum: atque ſemidiametri 12. ſint totidem radices collaterales; oportebit 12. radicibus addere 8. radices collaterales, & perinde quadruplum paris numeri collateralis (quando ſcilicet, radix duplicata conficit parem) vt aggregatum ſemidiametrorum in icoſahedro exiſtat quincuplum aggregati ſemidiametrorum tetrahedri: Sed quadruplum paris numeri collateralis: quoniam ſcilicet par cum vnitate facit imparem collateralem. Igitur quadruplum imparis collateralis appoſitus icoſahedro, facit omnia, quæ concurrunt ad ſtructuram ipſius icoſahedri quincupla eorum, quæ componunt tetrahedrum, ſingula ſingulorum, & perinde totum numerum totius quincuplum: quod eſt propoſitum.

REPASTINATIO QVORVNDAM LOCORVM.

PROPOSITIO 1ª.

QVOD fit ex quouis numero in quotlibet numeros, æquale eſt ei, quod fit ex illo in aggregatum ex his. Oſtenditur in decima ſexta, noni Elementorum, quo ad numeros: & in prima ſecundi, quo ad lineas.

PROPOSITIO 2ª.

Si aliquis numerus duos ſingulos multiplicet: producta erunt multiplicatis proportionalia. Oſtenditur in 18ª ſeptime quo ad numeros, & in pª ſexti, quo ad lineas.

PROPOSITIO 3ª.

Si numeros duos vnitate diſtantes aliquis multiplicet: multiplicans erit differentia productorum. Vt ſi ipſos b c. quorum c. vnitate maior, multiplicet ipſe d. numerus & faciat, ipſos g h. hoc eſt, d. multiplicans b. facit g. at d. multiplicans c. faciat h. tunc dico, quòd h. excedit ipſum g. in ipſo d. Patet, quoniam ex diffe. multiplicationis g. continet ipſum d. totiens, quot vnitates ſunt in b. atque h. ipſum d. toties, quot vnitates ſunt in c. igitur h. continebit ipſum d. ſemel pluries, quàm g. continet eundem. hoc eſt, h. excedet ipſum g. in ipſo d. Quod eſt propoſitum.

b		c
2	d	3
	4	
g		h
8		12

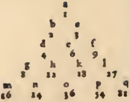
PROPOSITIO 4ª.

Exiſtentibus quatuor numeris proportionalibus: quod fit ex primo in vltimum, æquale erit ei, quod fit ex reliquis. Oſtenditur in 20ª ſeptimi, quo ad numeros: & in 15ª ſexti quo ad lineas.

PROPOSITIO 5ª.

His prælibatis, ponatur vnitas a. quilibet autem numerus b. ipſe autem c. vnitate maior quàm b. Deinde b. in ſe faciat d. b. in c. faciat e. & c. in ſe faciat f. Poſt hæc b. in d. faciat g. Item b. in e. faciat h. Adhuc b. in f. faciat k. Demum c. in f. faciat l. tandem b. in g. faciat m. Item b. in h. faciat n. Necnon b. in k. faciat o. Sic b. in l. faciat p. Denique c. in l. faciat q. Quibus diſpoſitis.

PROPO-



PROPOSITIO 6ª.

Ipſe d. erit quadratus ipſius b. Et ipſe f. quadratis ipſius c. Item e. parte altera longior, ſiue ſupplementum in quadrato ipſius b c. Adhuc ipſe g. erit cubus ipſius b. ipſe autem l. cubus ipſius c. Ipſi quoque h k. medij proportionales, ſupplementa in cubo ipſius b c. Denique ipſe m. quadratus ſecundus ipſius b. hoc eſt quadratus ipſius d. Ipſe autem q. quadratus ſecundus ipſius c. hoc eſt quadratus ipſius f. Ipſique n o p. medij proportionales ad integrandum, vt patebit, quadratum ſecundum ipſius b c. hoc eſt, quadratū eius quadrati, quem conſtituunt quadrati d f. cum duplo ipſius e. Hæc omnia conſtant ex diffinitionibus ipſorum quadratorum, cuborum, & ſupplementorum, ſed quadrata primum & ſecundum, & cubus ipſius b c. demonſtrabuntur.

PROPOSITIO 7ª.

Poſt vnitatem duo numeri b c. ſunt termini proportionis ſuperparticularis. Tamque tres numeri d e f. ſequentis ordinis, quàm quatuor g h k l. penultimi: quamq; quinque m n o p q. poſtremi, ſunt continue proportionales in dicta dudum proportione. Quoniam ſcilicet b multiplicans ſingulos b c. facit ſingulos d e. Ideo per ſecundam præmiſſarū, erit ſicut b. ad c. ſic d. ad e. Item quoniam c. multiplicans ſingulos b c. facit ſingulos e f ideo p eādē, ſicut b. ad c. ſic e. ad f. Quare d e f. ſunt cōtinue proportionales in proportione ſorum b c. Similiter & per eandem, oſtendemus, quòd tam g h k l quàm ipſi m n o p q. ſunt in eadem proportione ipſorum b c. continue proportionales. Quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 8ª.

Item ſicut ipſi a b d g m. ſunt continuè proportionales: ita & ipſi c e h n. nec non ipſi f k o. Atque ipſi l p. ſunt in eadem proportione continua proportionales. Adhuc, ſicut ipſi a c f l q. ſunt continue proportionales; ita tam ipſi b e k p. quàm ipſi d h o. quamq; g n. ſunt in eadem continua proportione proportionales. Hæc omnia patent per præcedentem, & per permutatam proportionalitatem.

PROPOSITIO 9ª.

Itē a e o. ſunt in proportione continua ſicut b h. & cæteri ad æquidiſtantiam deſcendentes. Similiter m h f. ſunt in proportione continua, ſic g e. & cæteri condeſcendentes. Denum ipſi q k d. ſunt in proportione continua, in qua

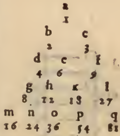
ſb. cæteriqúe correlatiui. Conſtat ex compoſitione æqualium proportionum, ex quibus patet conditio & proprietas huiuſce deſcriptionis numerorũ, non tã ad neceſſitatẽ demõſtrationum, q̃ ad pleniorem ſuppoſitionis intelligentiam.

PROPOSITIO 10ª.

Sicut vnitas eſt differentia duorum ſequentium b c. numerorum; ita ipſi duo b c. ſunt differentiæ trium ſequentium d e ſ. Et hi tres differentiæ quatuor ſequentium g h k l. Atque hi demum quatuor differentiæ quinque m n o p q. poſtremum per ordinem ſumptæ. Patet hoc totum per tertiam præmiſſarum, quoties opus eſt, adductam.

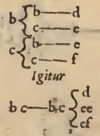
PROPOSITIO 11ª.

Omnis impar præcedenti quadrato appoſitus, cõſtituit ſequentem quadratum. Patet: nã in propoſita deſcriptione, ipſorũ b c. ſemper vnus eſt impar, & reliquus par ſibi collateralis. Quare totus b c. impar erit. Sed per præcedentem, b c ſunt differentiæ ipſorum d e ſ. igitur b c. impar adiectus ipſi d. quadrato, cõficit ipſum ſ. quadratũ ſequentẽ: qđ eſt ꝓpoſitũ.



PROPOSITIO 12ª.

Numeri quadrati d ſ. ex ipſis b c. ſiue vnitate, ſiue quocunq; numero differentibus, vnà cum duplo ipſius e. medij proportionalis, conſtant quadratum ex toto b c. factũ. Hæc in 16ª. noni per numeros, & in 4ª. ſecundi Elementorum per lineas demonſtratur. Demonſtrabitur & hic hoc modo. Ipſe b. in b c. ſingulos, per 5ª præmiſſarum, facit ipſos d e. ſingulos. Item ipſe c. in b c. ſingulos facit ipſos e ſ. ſingulos: Igitur, per primam præmiſſarum, totus b c. in totum b c. faciet aggregatum ex d e e ſ. hoc eſt, quadratum, quod ex b c. æquabit congeriem ipſorũ d ſ. dupliq́ue ipſius e. Quod fuit demõſtrãdũ.



PROPOSITIO 13ª.

Duo quadrati proximi cum media parte altera lõgiore coniuncti, conficiunt numerum hexagonum æquiangulum. Hæc eſt 31ª primi horum Arithmeticorum.

COROLLARIVM.

Hinc ſeqtur pulcherrimũ corollariũ, videlicet, Hexagonũ æqangulũ cũ parte altera longiore collaterali cõiunctũ, conſumat quadratum imparis collateralis: Nã per antepræmiſſam, totũ d e ſ. (qđ per præmiſſam eſt hexagonũ æquiangulũ) cum ipſo e. (qui eſt parte altera longior) conſtat quadratum totius b c. imparis collateralis. Quod ſequitur ſupponendo, ipſorum b c. differentiam eſſe vnitatem.

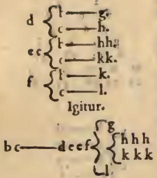
PROPO-

Propositio 14ª.

Hexagonus æquiangulus cum præcedenti cubo iunctus, conficit cubum ſibi collateralem. Hoc eſt, aggregatum ex ipſis d e f. quod, per præcedentem, eſt hexagonus æquiangulus, coniunctus cū g. Cubo cōflat ipſum l. cubū: quod oſtenſum fuit in 52ª primi horum Arithmeticorum. Oſtēdetur & hìc, hoc modo. Per 10ª præcedentem, ipſi d e f. numeri ſunt tres differentię ipſorū g h k l. fit ergo, vt totum d e f. coniunctū cū ipſo g. cubo conficiat ipſum l. cubū: qđ fuit demonſtrādū

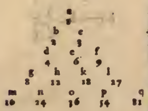
Propositio 15ª.

Duo cubi partium cum triplis mediorum proportionalium coniuncti conficiunt cubum totius. Hoc eſt, ipſorum b c. ſiue vnitate, ſiue quocunq; numero differentiū cubi, qui ſunt ipſi g l. cū triplis ipſorū g k. mediorū proportionaliū coniuncti, perficiūt cubū totius b c. quod in 21ª ſecundi horū arithmeticorū fuit oſtenſum: hìc tñ facilius oſtēdetur, ſic: Per qntā præmiſſarū, ipſe d. in ſingulos b c. facit ſingulos g h. Item duplum ipſius e. in ſingulos b c. facit h h. atque k k. hoc eſt, duplum ipſorum h k. Adhuc f. in ſingulos b c. facit ipſos k l. ſingulos Igitur, per primā præmiſſarum, ipſe b c. ductus in aggegatū ex d f. duploq; ipſius e. (qđ per 12ª præmiſſarū, eſt quadratū ipſius b c.) Hoc eſt b c. radix ducta in ſuū quadratū, producet aggregatū ex ipſis g l. triploq; ipſius h. & triplo ipſius k. radix aūt in quadratum producit ſuum cubū. Ergo tale aggregatum ex g l. triploque ipſorum h k. eſt cubus ipſius b c. numeri. Quod fuit demonſtrandum.



Propositio 16ª.

Duplum ipſius e. cum vnitate, cōficit aggregatū ipſorum d f. hoc eſt, duplum numeri parte altera longioris, cum vnitate conflat aggregatum collateralis & precedentis quadratorum. Patet, quoniam ſi differentiæ ipſorum d e. & ipſorum e f. eſſent æquales, tunc duplus ipſius e. eſſet æqualis aggregato ipſorum d f. Sed cùm differentia ipſorum d f. ſit vnitate maior, quàm differentia ipſorum d e. illa, ſcilicet c. & hæc b. per 3ª huius, idcirco fit vt aggregatum ipſorum d f. vnitate ſuperet duplum ipſius e. ſicut proponitur.



Propositio 17ª.

Aggregatum ipſorum b c. eſt exceſſus, quo aggregatum ipſorum g l. maius eſt aggregato ipſorum h k. Patet ſic. Si differentia ipſorum g h. eſſet æqualis differentiæ ipſorum k l. Tunc aggregatum ipſorū g l. eſſet æquale aggregato ipſorū h k. Sed

quoniam differentia ipſorum k l. hoc eſt f. ſuperat differẽtiã ipſorũ g h. hoc eſt, ipſum d. in aggregato ipſorum b c. quod per 10ᵃ præmiſſarum, eſt id, quo f. ſuperat ipſum d: idcirco aggregatum ipſorum g l. maius eſt aggregato ipſorum h k. in aggregato ipſorum b c. Quod fuit demonſtrandum.

a
1
b c
2 3
d e f
4 6 9
g h k l
8 12 18 27
m n o p q
16 24 36 54 81

PROPOSITIO 18ᵃ.

Ex aggregato ipſorum b c. in ipſum e. producitur aggregatum ipſorũ h k. Patet: nam per 5ᵃ præmiſſarum, b. in e. facit h. Itẽque b. in f. facit k. Sed per 7ᵃ ſicut b. ad c. ſic e. ad f. Igitur per 4ᵃ ipſe c. in e. faciet k. Quare per primam, totum b c. in e. facit totum h k. Quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 19ᵃ.

Ex aggregato ipſorum b c. in aggregatum ipſorum a e. producitur aggregatum ipſorum g l. Nam cùm, per præcedentem, ex aggregato ipſorum b c. in ipſum e. fiat aggregatum ipſorum h k. Iam ex b c. in a e. (qui ipſum e. vnitate excedit) producetur aggregatum ex h k. & b c. Sed tale aggregatum, per ante præmiſſam, eſt æquale aggregato ipſorum g l. Igitur & ex b c. in a e. producetur totum g l. Quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 20ᵃ.

Ex aggregato ipſorum b c. in aggregatum ipſorũ, ipſorum d f. producitur aggregatum ipſorum g h k l. Nam cum per ante præmiſſam ex b c. in e. fiat h k. & per præcedentem, ex b c. in a e. fiat g l. iam, per primam præmiſſarum, ex b c. in aggregatum ex duplo ipſius e. & ex a. producetur totum g h k l. Sed per 16. duplum ipſius e. cum a. vnitate, conflat aggregatum ipſorum d f. igitur ex b c. in d f. producetur totum g h k l. Quod fuit oſtendendum.

PROPOSITIO 21ᵃ.

Ex aggregato radicum vnitate diſtantiũ, in aggregatum quadratorum ipſarum radicum, producitur differentia ſecundorum quadratorum. Hæc eſt, 89ᵃ primi horum arithmeticorum: tamen hic breuius demonſtratur. Nam cùm b c. ſint radices vnitate diſtantes, quæ ſemper faciunt imparẽ collateralem ipſius f. quadrati, quem proxime præcedit d. quadratus conſtat ꝙ hic id ipſum proponitur demonſtrãdũ, ꝙ in dicta 89ᵃ. Itaq; cũ per 10ᵃ præmiſſarũ aggregatũ ipſorum g h k l. ſit differentia ipſorum m q. qui ſunt ſecundi quadrati dictarum radicum, hoc eſt, quadrati ipſorum d f. quadratorum: atque per præcedentem ex toto b c. in totum d f. producatur

a
1
b c
2 3
d e f
4 6 9
g h k l
8 12 18 27
m n o p q
16 24 36 54 81

ducatur totum g h k l.

SCHOLIVM.

Talis autem ſecandorum Quadratorum differentia dicitur Gnomo ſecundorum quadratorum: & idem eſt Octahedrus centralis, Idem cubus centralis: Idē quoq; Pyramis triāgula centralis locorum impariū, vt ſatis oſtēſum eſt in primo horum arithmeticorū.

PROPOSITIO 22ª.

b c { g ——— mn; { hhh — nnn.ooo. / kkk — ooo.ppp. }; l. ——— p q. }
Cubus ——— □ 2ᵘˢ.

5 { 8 ——— 40. ; { 36 ——— 180 / 54 ——— 270 }; 27 ——— 135 }

Aggregatum ex m q. ex quadruplo ipſorum n p. & ex ipſius o. ſexcuplo, eſt ſecundus quadratus totius b c. Hæc eſt concluſio dictarū ꝓpoſitionū, in qua poſſum⁹ nobis laudē totā vēdicare, ꝙ necubi hacten⁹ neq; apud Græcos, neq; apud Latinos ſit demōſtrata. Itaq; qđ de ipſius b c. quadrato fuit oſtēſum in 12ª. de cubo aūt eiuſdē in 15ª præmiſſarū idipſum de ſecūdo eiuſdē b c. quadrato demonſtret hæc 22ª in qua toti⁹ huius repaſtinationis gloria conſiſtit. Siue igitur ipſorū b c. dr̄a ſit vnitas, ſiue alius quicunq; numerus, hæc demōſtratio locū habet. Itaq; adductis pª 4ª & 5ª præmiſſarū, liquet ꝙ ex b c. toto in ipſum g. fit totū m n. Itē ꝙ ex b c. toto in h. fit totū n o. Itē ex b c. toto in k. fit totū o p. Itē ex b c. toto in l. fit totū p q. Hinc ſequitur, vt, ꝙ iā dictū eſt, ex b c. toto in g. fiat m n. & ex b c. in triplū ipſius h. fiat triplū ipſorꝭ n o. & ex b c. in triplū ipſius k. fiat triplū ipſorꝭ o p. & ex b c. in l. fiat totū p q. Igitur per pª præmiſſarꝭ ex ipſo b c. in aggregatum ex g l. triploq; ipſorꝭ h k. quòd aggregatum per 15ª præmiſſarꝭ eſt cub⁹ ipſius b c. producet aggregatū ex m q. quadruplo ipſorū n p. atq; ſexcuplo ipſius o. Sed ex b c. in ſuū cubū producit ſecund⁹ quadratus ipſius b c. Ergo talis 2ᵘˢ quadratus ipſi⁹ b c. erit cōgeries ex m q. ex quadruplo ipſorū n p. atq; ſexcuplo ipſius o. ſicut demonſtrandū fuit.

1	a 1	1
1 . 2	b c	3 . 4
1 . 2 . 4	d e f 4 6 9	9 . 12 . 16
1 . 2 . 4 . 8	g h k l 8 12 18 27	27 . 36 . 48 . 64
1 . 4 . 8 . 16.	m n o p q 16 24 36 54 81	81 . 108 . 144 . 192 . 256

216

1	1296.	1
4 . 5		5 . 6
16 . 20 . 25		25 . 30 . 36
64 . 80 . 100 . 125		125 . 150 . 180 . 216
256 . 320 . 400 . 500 . 625		625 . 750 . 900 . 1080 . 1296.

Et ſic deinceps in infinitū.

PROPOSITIO 23ª.

Adhuc dico quòd o. eſt quadratum ipſius e. Patet: nam per nonam a. o. o. ſunt continue proportionales. Cumque a. ſit vnitas, erit per octauam noni Elementorum, o. quadratus & per diffin. eius radix e. quod eſt propoſitum. Vel ſic: quoniam per ſeptimam ipſi d e f, ſunt continue proportionales: & per octauam, ipſi b e k. ſunt continue proportionale. iam per vigeſimam ſeptimi b. in k. faciet quadratum ipſius e. ſicut d. in f. Sed per quintam harum b. in k. facit o. igitur o. eſt quadratum ipſius e. Quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 24ª.

Item dico, quòd tam g. in l. quàm h. in k. producit cubum ipſius e. Patet ſic: ex e. in o. fiat r. eritque r. cubus ipſius e. per diffin. Quoniam per præmiſſam o. eſt ▭. ipſius e. Sed, per octauam harum, ſicut e. ad h. ſic k. ad o. atque per 20ª ſeptimi, quod fit ex e in o. idem ex h. in k. igitur ex h. in k. fiet r. Cumque per eandem, quod ex h. in k. idem fiat ex g. in l. quoniam ſcilicet per ſeptimam harum g. ad h. ſicut k. ad l. Iam & ex g. in l. fiet idem r. cubus ipſius e. ſicut proponitur demonſtrandum.

PROPOSITIO 25ª.

Item dico, quòd ex ſecundo quadrato in ſecundum quadratum producitur, ſecundus. Per ſextam præmiſſarum m q. ſunt ſecundi quadrati ipſorum b c. Oſtendendum eſt igitur, quod ex m. in q. producitur ſecundus quadratus, ſic per ſeptimam harum & æquam proportionalitatem, ipſi m o q. ſunt continue proportionales: quare per 20ª ſeptimi, quod fit ex m. in q. eſt id, quod fit ex o. in ſe. Sed, per antepremiſſam, o. quadratus eſt: ergo quod fit ex o. in ſe, eſt ſecundus quadratus; quare quadratus ſecundus eſt, qui fit ex m. in q. & hoc erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Manifeſtum eſt igitur, quòd ſicut ex ductu ipſarum b c.

℞. 2—3——6
□. 4—9——36
⬡. 8—27——216
2°□°16—81—1296

radicum propoſitarum ſiue vnitate ſiue quo vis numero diſtantium producitur r. ita ex ductu ipſorum d f. quadratorum fit ipſe o. quadratus ipſius e. atque ex ductu g l. cuborum, fit ipſe r. cubus ipſius e. Et ſimiliter ex ductu m q. duorum quadratorum, fit ſecundus quadratus ipſius e. qui videlicet fit ex o. in ſe; qui fit ſ. Quod etiam conſtitit per corollarium vndecimæ ſecundi horum Arithmeticorum. Cætera relinquimus curioſioribus.

LIBRI PRIMI
ARITHMETICORVM
MAVROLYCI FINIS.

Completus Meſſanę in freto Siculo in ædibus ipſius Authoris iuxta Cœnobium Carmelitanorum, ad horam noctis ſecundam diei Dominici, qui fuit Aprilis decimus octauus, & ſanctiſſimum Paſchæ feſtum.

Anno ſalutis.

M. D. L V I I.

MAVROLICI ABBATIS MESSANENSIS MATHEMATICI

Arithmeticorum Liber Secundus.

PROLOGOMENA.

QVONIAM Arithmetica inſtrumentum eſt omnis ſupputationis, & numeri ſunt termini, quibus quælibet magnitudo ſignificatur; non dubium eſt, quin per numeros fieri poſſit omnis magnitudinis calculus. Cùm verò Geometria comprehendat omnium quantitatum ſpecies, videlicet lineas, ſuperficies, ſolida & cętera continua, quę ad hæc redigi poſſunt; vt tempora, & pondera; duplicem vtique praxim habebit; vnam, quæ fit lineando, alteram, quæ ſupputando: quarum hæc ab illa tanquam à fonte deriuatur: & illa theorię innititur. Sicut enim tam theoremata, quàm problemata per theoriã demonſtrantur, & ſoluuntur; ita mox ſiue per lineationem ſiue per calculum ad praxim rediguntur. Nam intellectu præmeditata lineamus: & lineata calculamus. Et quamuis lineator deſcriptionem oculo repræſentet, & mentali ſpeculatione punctum geometricum conſequatur; tamen calculator numeris etiam idipſum conſequitur, ſed & paucis characteribus minutiores partes diſtinguit:

quod lineator non niſi in ſpacio immenſo, vel magno inſtrumento (quod nulli facile eſt) præſtare poteſt. Quæ diſtinctio quidem neceſſaria eſt, cùm per numeros, irrationalis, aut ignotæ magnitudinis terminum ſeu limitem magis ac magis propinquantes veſtigamus. Sicuti cum, exempli gratia, propoſita circuli diametro, latus trianguli æquilateri, aut quadrati in eo deſcripti, metiri per eaſdem partes in quibus diameter ſupponitur, aut cum planetæ cuiuſpiam diurnum motum metiri iubemur. Itaque licèt de theoria numerorum & magnitudinum plerique graues Authores affatim ſcribant, & numerariam praxim quàm plurimi ludorum magiſtri paſſim doceant & literis mandent; nemo tamen hactenus regulas ipſas practicas elementorum, additionis, ſubtractionis, multiplicationis, diuiſionis, radicum extractionis, progreſſionum, poſitionum & dimenſionum ſatis demonſtrauit. Haud enim cuiuis peruium eſt, ante oculos ponere quemadmodum praxis qualibet talis à theoria deducatur; & nonnulli idipſum auſi, rem obſcuriorem fecere; ſicut is, qui algoriſmum demonſtratum edidit. Nos itaque, quatenus ſeſe vires noſtræ extendunt, aut quantum calamo dictabit ingenium, tentabimus aliquid ſuper hoc negocio proferre, dum otium præſtatur. Itaque, vt ratio poſcit, diffinitionibus præmiſſis, rem aggrediemur, ſeriatim ſingula demonſtrantes.

Diffinitiones

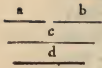
DIFFINITIONES.

Poſita ergo quantitas eſt, quę ad libitum ponitur ad communem eiuſdem generis quantitatum menſurā: & quæ ab vnitate denominatur. Sicut vnitas eſt communis numerorum dimenſio. Quando igitur multiplex eſt ad poſitam, ſignificabitur eo numero, ſecundùm quem ipſa multiplex eſt ipſius poſitæ. Quando verò quantitas cõtinet partem vel partes poſitæ, ſignificabitur duobus numeris, ſcilicet denominatore & numeratore partis, vel partium. Vnde quantitas ſignificata ad poſitam habet eam rationem, quam numerus denominator, ad numeratorem. Quare, ſi tales numeri fuerunt æquales, quantitas ſignificata erit tūc æqualis poſitæ: minor aūt, cùm maior fuerit denominator: maior verò, cùm minor. Erit vtique ſignificata quantitas ad poſitam, aut æqualis, aut multiplex, aut ſuperparticularis, aut ſuperpartiens, aut multiplex ſuper particularis, aut denique multiplex ſuperpartiens, quando maior fuerit ſignificata, quàm poſita. Quòd ſi poſita ſit maior: tunc talis erit poſita ad ſignificatam. Duæ quoque quantitates, quarum denominatores eandem proportionem habebunt ad numeratores, erunt ad inuicem ęquales: quoniam ſcilicet eandem rationem habent ad poſitam. Cuius verò denominator maiorem rationem habebit ad numeratorem, maior erit. Quantitas cum quantitate coniungi dicitur, cùm ſumitur earum aggregatum. Quantitas à quantitate ſubtrahi dicitur, cùm ſumitur maioris ſuper minorem exceſſus. Quantitas quantitatem multiplicare dicitur, cùm ſumitur quantitas, quæ ad multiplicatam eam habet rationem, quam multiplicans ad poſitam: Et ſumpta ſic quantitas, productum vocatur. Vnde, quando multiplicans maior fuerit quàm poſita, & productum maius erit multiplicante: & quando minor, minus: & quando æqualis, ęquale. Quantitas in quantitatem partiri dicitur, cum ſumitur quantitas, ad quam diuiſa eam habet rationem, quam diuidens ad poſitam. Et ſumpta ſic quantitas vocatur proueniens, ſiue quotiens. Vnde ſi diuidens maior fuerit, quàm poſita, & diuiſa maior erit quotiente; & ſi minor, minor; & ſi æqualis, æqualis. Quadratum alicuius quantitatis eſt productum eius in ſe ipſam multiplicatæ: & ipſa tunc radix vocatur. Cubus autem eſt is, qui fit ex multiplicatione radicis in quadratum. Et

quadratus ſecundus,qui fit ex quadrato primo in ſe ipſum, ſiue ex radice in cubum. Quo fit,vt poſita quantitas, radix, quadratum, cubus, & quadratum ſecundum,ſint continue proportionalia : ſemperque creſcentia ; ſi radix ſit maior, quàm poſita. Decreſcentia verò, ſi minor. Quantitas magnitudine rationalis eſt, quę poſitæ commenſurabilis eſt. Quantitas potentia tantùm rationalis eſt, cuius quadratum duntaxat poſitæ commenſurabile eſt. Quantitas cubo tantùm rationalis eſt, cuius cubus ſolùm poſitæ commenſurabilis eſt. de qua nihil Euclides. Quantitas quadrato ſecundo tantùm rationalis eſt , cuius quadratum ſecundum duntaxat poſitæ commenſurabile eſt: quæ medialis quantitas vocatur. Binomium eſt bimembris quantitas ex duabus quantitatibus potentia tantùm inuicem commenſurabilibus compoſita. Exceſſus autem maioris membri ſupra minus, Apotome, ſiue reciſum, vel reſiduum vocabitur.

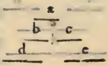
PROPOSITIO 1ª.

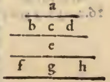
Quidquid de Numerorum, Linearum, et Solidorum ductu ratione, proportione & Symmetria , atque ſimilitudine ratiocinamur , idem de quolibet quantitatis genere demonſtrare atque concludere poſſumus. Hoc enim fiet aſſumptis ad demonſtrandum diffinitionibus, ac ſuppoſitis noſtris. Exempli gratia, ſi duorum numerorum vterque multiplicet reliquum, producti ſunt æquales, quæ eſt 17ª ſeptimi Elementorũ. Igitur etſi duarum quantitatum vtraque multiplicet alteram, producta erunt æqualia. Quod ſic oſtendam. Quátitas a. multiplicans quantitatem b. producat quantitatem c. Item quantitas b. multiplicans quantitatem a. faciat quátitatem d. Aio , quòd quantitates c d. ſunt inuicem æquales. Cùm enim ex diffinitione multiplicationis c. producta ad b. multiplicatam ſit ſicut a. multiplicanś ad poſitam, erit & permutatim c. ad a. ſicut b. ad poſitam . Sed rurſus ex diffinition. multiplicationis , ſicut b. multiplicans ad poſitam , ſic d. producta ad a. multiplicatam. Igitur ſicut d. ad a. ſic c. ad a. & perinde, per nonam quinti, c d. quátitates ſunt æquales : quod fuit demonſtrandum . Exemplum aliud à ſequenti propoſitione ſumptum. Si numerus duos multiplicans duos produxerit, producti ſunt multiplicatis proportionales. Igitur & ſi quantitas duas quantitates multiplicás, duo ꝓducta fecerit, producta multiplicatis

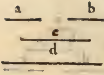


erunt

erunt proportionalia:quod ſic oſtendam.Quantitas a.multiplicans ipſam b. producat d.multiplicans autem c. faciat e. Aio ; quòd ſicut eſt b. ad c. ſic eſt d. ad e. cùm enim per diffinitionem multiplicationis d. producta ad b. multiplicatam,ſit ſicut a. multiplicans ad poſitam , nec non e. producta ad c. multiplicatam , ſit etiam ſicut a. multiplicans ad poſitam; Iam erit ſicut e. ad c. ſic d. ad b.Ergo & permutatim erit ſicut e. ad d. ſic c.ad b.& conuerſim ſicut d. ad e. ſic b.ad c. quod eſt propoſitum.Similiter quicquid in ſeptimo, octauo & nono de numeris oſtendit Euclides,idem de quantitatibus in genere oſtendere poſſumus. Alicubi tamen pro numeris quantitates rationales ſubſtituendo, aſſumptis diffinitionibus ac ſuppoſitis noſtris . Quidquid etiam in ſecundo,ſexto & vndecimo Elementorum de ductu & proportione linearum , arearum & ſolidorum traditur, poteſt ad quantitates in genere ſumptas conuerti. Exempli gratia : prima ſecundi ſic conuertetur : ſi fuerint duæ quantitates, quarum altera in quotlibet ſegmenta ſecetur; illud,quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit his,quæ ex ductu quantitatis indiuiſæ in vnumquodq; ſegmentorum diuiſæ pariter acceptis producentur. Quod ſic oſtendam:ſint duæ quantitates à indiuiſa & b c d.ſecta in partes quotuis,vt puta tres b c d.& ex a.in totā b c d. proueniat e. nec non ex a. in ſingulas partes b c d. proueniant ſingulę f g h. quantitates. Dico tunc,quòd e. æqualis eſt ipſis f g h. ſimul ſumptis. Nam ex diffin. multiplicationis erit e. ad b c d. ſicut a. ad poſitam. Et ſimiliter ſicut a. ad poſitam, ſic f. ad b. ſic g. ad c. ſic h. ad d. Igitur per vndecimam quinti , & coniunctam proportionem, totum f g h. ad totum b c d. ſicut a. ad poſitam: fuit autem ſicut a. ad poſitam,ſic e. ad b c d. ergo ſicut e. ad b c d. ſic f g h. ad b c d. Quare per nonam quinti f g h. totum æquale eſt ipſi e. quod erat demonſtrandum. Ex qua demonſtrabuntur reliquæ propoſitiones ſecundi ſucceſſiue, de quantitatibus in genere. quemadmodum Campanus eaſdem de numeris demonſtrauit in decima ſexta noni. Quidquid denique decimus Elementorum de linearum & arearum ſymmetria & ductu aut proportione ratiocinatur, poteſt totū ad quodlibet genus quantitatis conuerti. Exempli gratia,illa propoſitio, A rationalibus longitudine cōmenſurabilib⁹ rectis lineis factū rectangulum rationale eſt. ad quantitates in genere ſic con-







1
2 . 3
4. 6. 9
8.12.18. 27
16.24.36. 54. 81

uertetur quantitatum rationaliũ productũ rationale eſt. qđ ſic oſtenditur. Quantitas rationalis a. multiplicans quantitatẽ rationalem b. facit c. Dicó tunc, quòd c. quantitas rationalis eſt. namq; ex a. in ſe fiat d. & tunc per primã ſecundi Elementorum, ad quantitates redactã erit, ſicut a. ad b. ſic d. ad c. ſed a. ipſi b. commenſurabilis eſt per hypotheſim: ergo & d. ipſi c. commenſurabilis eſt, per 10ᵃ decimi. Cumq; d. rationalis ſit (quia quadratum eſt ipſius a.) iam per diffin. & c. rationalis erit. Quod eſt propoſitũ. Similiter procedere poterimus, reliquas decimi Element. propoſitiones demonſtrando. Et quod nona eiuſdem libri de quadratis oſtendit, põt etiam ad cubos & ad ſecunda quadrata quantitatum referri. ſic; A commenſurabilibus inuicem quantitatibus producta quadrata, ſunt ad inuicem ſicut quadrati numeri: & producti cubi, ſicut cubi numeri: & producta ſecunda quadrata, ſicut ſecundi numeri quadrati. Contrà, & quantitates tam, quarũ quadrata ſunt ad inuicem, ſicut numeri quadrati, quàm, quarum cubi ſunt ad inuicem, ſicut numeri Cubi: quàmq; quarum ſecunda quadrata ſunt ad inuicem, ſicut ſecundi quadrati; ſunt & ad inuicem omnino commenſurabiles. Quod haud difficilius oſtenditur, quàm nona ipſa quoad quadrata. Hoc, ſcilicet ſuppoſito & antè demonſtrato, quòd ſicut inter duos quadratos numeros ſemper interiacet vnus numerus medius proportionalis: ita inter cubos interiacent duo medij proportionales: & inter ſecundos quadratos tres medij proportionales. Ab incommenſurabilibus verò inuicem quantitatibus facta quadrata non ſunt ad inuicem, ſicut quadrati numeri; neq; cubi, ſicut cubi numeri: nec ſecunda quadrata ſicut ſecundi quadrati numeri. Contrà, & quantitates, tam quarum quadrata non ſunt ad inuicem, ſicut quadrati numeri, quàm quarum cubi nõ ſunt inuicem, ſicut cubi numeri, quàmque quarum ſecunda quadrata non ſunt inuicem, ſicut ſecũdi quadrati numeri; ſunt intus ſe incõmenſurabiles. quæ duæ proportiones ſequuntur ex præmiſſis à deſtructione contrariorum. Quo fit, vt quot linearum irrationalium ſpecies tractantur in decimo Elementorũ, totidẽ eiuſdẽ nominis, & earundẽ proprietatũ ſpeciei inueniãtur inter quantitates in genere ſumptas. Ita, inquã, vt in omni quantitate vnius generis exiſtant oẽs tales rationalium ſpecies. Per hanc igitur propoſitionem omnis geometrica ſpeculatio redigitur ad numerariam praxim.

PROPO-

PROPOSITIO 2ª.

Omnis quantitatum additio, ſubtractio, multiplicatio, ſeu diuiſio, vel radicum extractio, fit per eos numeros, à quibus ipſæ quantitates ſignificantur. Hoc eſt, numerorum, per quos duę vel quotlibet quantitates ſingulos ſingulæ ſignificantur, aggregatum eſt numerus ſignificans talium quantitatum aggregatum. Et numerorum, per quos duæ quantitates inæquales ſignificantur, exceſſus, eſt numerus ſignificãs ipſarũ quantitatũ exceſſum Item numerorum, per quos duę quantitates ſignificantur, productus, eſt numerus, ſignificans earũ quantitatũ productum. Adhuc diuiſo numero in numerũ, prouenit ſeu elicitur numerus ſignificans quantitatem prouenientem ex diuiſione quantitatis illius nũi in quantitatẽ hui⁹. Demũ oĩs radix quadrati, vel cubi numeri eſt numerus ſignificans quantitatẽ, quæ radix eſt quantitatis quadratæ vel cubicæ per ipſum quadratũ vel cubũ ſignificatæ.

PROPOSITIO 3ª.

Quantitates, quarum denominatores ſunt æquales, ſunt adinuicem, ſicut numeratores. Sint duæ quantitates a b. c d. quarum denominatores b d. ponantur æquales: numeratores autem ſint a c. Aio, quòd quantitas a b. ad quantitatem c d. eſt, ſicut a. ad c. Nam ratio quantitatis a b. ad quantitatem c d. componitur ex ratione ipſius a b. ad poſitam, & ex ratione poſitæ ad ipſam c d. Numeri aũt a. ad numerũ c. ratio componitur ex ratione numeri a. ad numerum b. & ex ratione numeri b. vel d. (ſunt enim æquales per hypoteſim) ad numerum c. Sed per diffi. terminorũ, quantitas a b. ad poſitam, eſt ſicut numerus a. ad numerũ b. quantitas aũt poſita ad quãtitatẽ c d. ſicut numerus d. ad numerũ c. Igitur per æquã proportionẽ erit quantitas a b. ad quantitatẽ c d. ſicut numerus a. ad numerũ c. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO 4ª.

Quantitates, quarum numeratores ſunt æquales, ſunt ad inuicem ſicut denominatores, ordine commutato. Sunto, ſicut in præmiſſa, quantitates a b. c d. in quibus ponantur æquales ipſi numeratores a c. Aio tunc, ꝙ quantitas a b. ad quãtitatẽ c d. eſt ſicut numerus d. ad numerũ b. Fiat enim ex a. in d. numerus e. & ex b. in c. fiat f. ex b. verò in d. proueniat g. eritque, per primã ſexti, ſicut a. ad b. ſic e. ad g. vt in prima propoſitione hui⁹ oſtẽdim⁹: quare, ſicut in diffinitionibus patuit, quãtitas e g. ęqualis erit ipſi a b. Item erit ſimiliter,

liter, ſicut c. ad d. ſic f. ad g. & ideo quantitas f g. æqualis erit ſimiliter quantitati c d. Et quĩ quantitatum e g. f g. idem eſt denominator, ideo per pręcedẽtẽ, e g. ad ipſum f g. erit ſicut numerus e. ad numerũ f. Sed e. ad f. ſicut d. ad b. qm̃ c. ipſi a. æqualis multiplicans ipſos b d. facit ipſos f e. Igitur ſicut d. ad b. ſic erit quantitas e g. ad quantitatem f g. hoc eſt, quantitas a b. ad quantitatem c. d. Quod fuit demonſtandum.

PROPOSITIO 5ª.

Quantitatum duarum ratio componitur ex rationibus numeratorum & denominatorum ordine commutato ſumptis. Sunto binæ quantitates a b. c d. quarum numeratores, a c. denominatores autem b d. numeri. Aio, ꝙ ratio quantitatis a b. ad quantitatem c d. componitur ex rationibus duabus, ſcilicet ex ratione numeri a. ad numerũ c. & ex rõne numeri d. ad numerũ b. Ponatur enim his media quantitas e f. cuius numerator e. ſit æqualis numero c. & denominator f. æqualis numero b. eritque, per antepræmiſſam, quantitas a b. ad quantitatem e f. ſicut numerus a. ad numerũ e. hoc eſt, ſicut a. ad c. Et per præcedentem, quantitas e f. ad quantitatẽ c d. ſicut numerus d. ad numerũ f. hoc eſt, ſicut d. ad b. Sed poſita media quantitate e f. ratio quãtitatis a b. ad quãtitatẽ c d. cõponitur ex ratione quantitatis a b. ad quantitatẽ e f. & ex ratione quantitatis e f. ad quãtitatẽ c d. Igitur ex æquali; eadem ratio quantitatis a b. ad quantitatem c d. componetur ex ratione numeri a. ad numerum c. & ex ratione numeri d. ad numerum b. Quod fuit demonſtrandum.

PROPOSITIO 6ª.

Duas propoſitas quantitates coniungere. Si propoſitæ quantitates ſingulis ſignificentur numeris. Tunc cõiungãtur numeri, per quos propoſitæ quantitates ſignificãtur: Nã aggregatũ tale erit numer⁹ ſignificãs aggregatũ ꝓpoſitarũ quãtitatũ quæſitũ per ſecũdã huius. Si autẽ propoſitę quãtitates ſingulæ binis ſignificẽtur numeris. ſint ipſæ tũc a b. c d. quarũ numeratores qdẽ a c. denominatores aũt (vt aſſolet) b d. Ducatur b. in c. & fiat e. Ducatur etiam a. in d. & fiat f. Sitque ipſorũ e f. aggregatũ g. deinde ex b. in d. fiat h. eritq́; quãtitas g h. cui⁹ numerator g. denominator aũt h. aggregatũ ipſarũ a b. c d. quantitatũ quæſitũ. Cũ eñ b. multiplicãs ſingulos c d. faciat ſingulos e h. erit per primam huius, ſicut c. ad d. ſic e. ad h. Et ſimiliter, qm̃ d. multiplicãs ſingulos a b. facit ſingulos f h. eritque & ſicut a. ad b. ſic f. ad h. Quare,

per

per diffinita, quantitas e h. erit æqualis quantitati c d. & quã titas f h. æqualis quantitati a b. Sed per diffinitionem, ſicut numerus e. ad numerũ h. ſic quantitas e h. ad poſitã: ac ſicut numerus f. ad numerũ h. ſic quantitas f h. ad poſitam. Igitur per 24ª quinti Elemen. ſicut g. aggregatum ipſorũ e f. ad numerũ h. ſic aggregatũ ex ipſis e h f h. quantitatibus, hoc eſt ex ipſis c d. a b. quantitatibus ad poſitam. Quare, per diffin. g h. numeri ſignificant dictũ quantitatũ a b. c d. aggregatum, ita ſcilicet, vt g. numerus ſit numerator, & h. nũs denominator. Itaq; g h. quantitas eſt propoſitarum a b. c d. quantitatũ congeries, quæ quærebatur. Quod ſi propoſitarum quantitatum altera tantùm binis notetur numeris, tunc reliquæ ſupplendus eſt numerus denominator, qui quidem in quantitatibus ad poſitam multiplicibus ſemper eſt vnitas, quæ integritatem poſitæ in integris ſignificat.

PROPOSITIO 7ª.

Duabus quantitatibus inæqualibus propoſitis, minorem à maiori ſubtrahere. Si propoſitæ quantitates ſingulis denotentur numeris: tunc numerus minor ſubtrahatur à maiori: nã relictus numerus erit is, qui ſignificat quãtitatẽ, quæ ſupereſt poſt ſubtractionem minoris quantitatis à maiori, per ſecundam huius. Si autem propoſitæ quantitates, quarũ altera ab altera ſubtrahenda eſt, ſingulæ binis exprimantur numeris. Sint ipſæ tunc a b. maior, & c d. minor: quarũ numeratores ſint a c. denominatores b d. ita vt oporteat quantitatẽ c d. ſubtrahere à quantitate a b. Ducatur a. in d. & fiat e. deinde b. in c. & fiat f. Mox ſubtrahatur ab e. numerus f. & reliquum ſit g. Ducatur demum b. in d. & fiat h. Eritq́ue quantitas g h. cuiꝰ numerator g. denominator h. quę relinquitur poſt ſubtractionem ipſius c d. quantitatis, ab ipſa quantitate a b. Cũ eñ d. mltcans ſingulos a b. faciat ſingulos e h. erit, p pª huius, ſicut a. ad b. ſic e. ad h. & ſimiliter, qm̃ b. mltcans ſingulos c d. facit ſingulos f h. ideo ſicut c. ad d. ſic f. ad h. Quare per corollaria diffinitionum, quantitas e h. ipſi a b. & quantitas f h. ipſi c d. æqualis erit. Et quoniam h numerus eſt cõis earum denominator, ideo per 4ª huius, ipſæ quantitates e h. f h. ſunt ad inuicẽ ſicut e f. numeratores. Quamobrẽ exceſſus numeratorum, ſcilicet g. nũs ſignificabit quantitatũ e h. f h. differentiã, hoc eſt, ipſa g h. quantitas erit talis dĩa: ſicut erat demonſtrandũ. Quòd ſi propoſitarũ quantitatum altera tm̃ binis noteẽ numeris: tũc reliquę ſupplẽdus eſt nũs

c/d 2/3 × 4/5 a/b

c. 12
f. 10
g. 2
h. 15

denominator:

denominator: qui quidem in quantitatibus ad poſitam mul tiplicibus ſemper eſt vnitas, integritatem poſitæ ac non diuiſæ ſignificãs. Item notandum tam in præſenti, quàm in pręcedenti propoſitione, quòd quantitates, quæ ad poſitam multiplices ſunt, & inſuper particulares, aut ſuperficientes redigendæ ſunt ad partes, ita vt ſingulæ binis ſignificentur numeris, atque modus demonſtrandi locum habeat.

COROLLARIVM.

Hinc conſtabit, propoſitis duabus quantitatibus, vtra ſit maior.

PROPOSITIO 8ª.

Duabus quãtitatibus propoſitis, alterã in alterã multiplicare. Si propoſitæ quantitates ſingulis ſignentur numeris: tunc numeri ſignificantes ipſas quantitates multiplicentur alter in alterum: Nam productum, per ſecundam huius, erit numerus ſignificans quantitatem ex propoſitarum quãtitatũ multiplicatione productam. Si aũt quãtitates, quæ mul tiplicandæ proponuntur, ſingulæ binis ſignificentur nume-

a. 2 — 4 c. 8 e.
b. 3 — 5 d. 15 f.

ris: tunc ſint ipſæ a b. c d. quarũ quidẽ numeratores ſint a c. denominatores verò b d. Et ducatur numerus a. in numerũ c. & proueniat e. Itẽ ducatur numerus b. in numeṝ d. & proueniat f. Eritq́; quantitas e f. cuius numerator e. denominator f. productum ex multiplicatione quantitatis a b. in quan titatẽ c d. Nã, per quintã huius libri, ratio quantitatis e f. ad quãtitatẽ c d. cõponitur ex rationibꝰ numeri e. ad numerũ c. & numeri d. ad numerũ f. Ratio aũt quãtitatis a b. ad poſitã cõponit̃ ex ratione numeri a. ad vnitatẽ, & ex ratione vnitatis ad numerũ b. Sed p diffi. multiplicationis numerorũ, ſicut a. numerus ad vnitatẽ, ſic numerus e. ad numerum c. & ſicut vnitas ad numerũ b. ſic numerus d. ad numerũ f. Igitur, per ęquã proportionẽ, quantitas e f. ad quantitatẽ c d. ſicut quantitas a b. multiplicans ad poſitã. Quàre, per diffi. multiplicationis, quantitas e f. eſt prædictum proueniens ex ductu quantitatis a b. multiplicãtis in quantitatẽ c d. multipli catã. quod quærebatur. Quòd ſi altera propoſitarũ quantitatũ duobus ſignetur numeris, reliquã verò vno: tunc huic ſuppledꝰ eſt, vt in præmiſſis factũ eſt, numerator, hoc eſt, vnitas: Et ſi quantitatũ altera vel ambæ ſint multiplices ad poſitam, & inſuper ſuperparticulares, vel ſuperpartientes; tunc redigantur ad partes, ita vt ſingulæ binis connotatæ numeris, tã ad praxim, q̃ ad demonſtrationẽ accõmodẽtur.

PROPOSITIO 9ª.

Duabus quantitatibus propoſitis, alteram in alteram partiri.

Si propoſitæ quantitates ſingulis ſignificentur numeris, tũc ijdem numeri quãtitatẽ ex diuiſione vnius in alteram, prouenientẽ exprimerent, ita quidem, vt numerus diuiſus ſit numerator & diuidẽs denominator. Nã ſicut ſe habet diuidẽs quantitas ad diuiſam, ſic ſe habet poſita ad quantitatem ex diuiſione prouenientẽ. Vt ſi ſit diuidenda quantitas a. diuidens vero b. iam dico tunc, quod quantitas a b. eſt quantitas, quę prouenit ex diuiſione ipſius a. in ipſam b. Nam per 4ª huius, ſicut eſt numerus b. ad vnitatem, ſic eſt quantitas a. ad quantitatem a b. quandoquidem earum numeratores ſint æquales, quia. ſ. vtrobique eſt numerus a. & denominator quantitatis a. ſit vnitas: denominator vero quantitatis a b. ſit ipſe b. Ergo ſicut quantitas b. ſcilicet diuidens ad poſitam (quæ per vnitatem ſignificatur) ſic quantitas a. ſcilicet diuiſa ad quantitatem a b. prouenientẽ. Quamobrẽ, per diff. diuiſionis; ex diuiſione quantitatis a. in quantitatem b. prouenit quãtitas a b. quod fuit demonſtrandum. Quòd ſi quãtitates, quarum altera in alteram diuidenda eſt, ſingulæ binis denotentur numeris: tunc ipſæ a b. c d. quarũ numeratores a c. denominatores b d. ita vt ipſa a b. ſit diuidẽda in ipſam c d. Ducatur d. in a. & proueniat e. Item c. in b. & proueniat f. eritque quantitas e f. cuius numerator e. ac denominator f. ea, quæ prouenit ex diuiſione ipſius a b. in ipſam c d. Quoniam, per quintam huius, quantitatis a b. ad quantitatem e f. ratio, componitur ex ratione numeri a. ad numerũ e. & ex ratione numeri f. ad numerum b. Ac per diffin. multiplicationis in ſeptimo Elementorum, ſicut a. numerus ad ipſum e. ſic vnitas ad d. Ac ſicut f. numerus ad ipſum b. ſic c. ad vnitatẽ. Et ratio quãtitatis c d. ad poſitam 50. ponitur ex ratione numeri c. ad vnitatem, & ex ratione vnitatis ad numerũ d. Propterea, per æquã proportionẽ, ratio quãtitatis a b. diuiſę, ad quantitatem e f. prouenientẽ, erit, ſicut ratio c d. diuidentis ad poſitam. Ergo, per diffin. diuiſionis, ex diuiſione quantitatis a b. in quantitatem e d. prouenit quãtitas e f. quod eſt propoſitum. Quod ſi propoſitarum quantitatum altera vno tantùm ſignificetur numero, tunc ſupplendus eſt ei denominator per vnitatem: vt in præmiſſis faciendum præcepimus. Etſi quantitatum altera vel vtraque ſint multiplices ad poſitam, aut ſuper particulares, ſeu

a./b. 12/5 12/1 a.

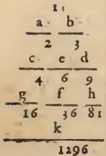
c.2/d.5 × 8/11 a./b. 24/50 e.4/f.5

ſeu ſuperpartientes, redigantur ſingulæ ad ſuas partes. Ita quidẽ, vt ſingulæ per numeratorẽ & denominatorẽ expreſſæ ad prędicti praxim & demonſtrationẽ accommodentur.

PROPOSITIO 10a.

Omnis additio & omnis ſubtractio in quantitatibus cognitis irrationalibus fieri poteſt per terminos plus & minus. Namq; quãtitates, quarũ ſola quadrata, vel quarũ ſoli cubi, vel quarũ ſola ſecunda quadrata ſunt cognita, vt plurimum neq; coniungi poſſunt, niſi per terminos binomiorum: neq; altera ſubtrahi ab altera, niſi per terminos reſiduorum, vt ſi iungendæ ſint duæ quantitates r. 3. & r. 2. ſtatim dicã, earũ aggregatum eſſe r. 3. p r. 2. Si vero hæc ab illa ſubtrahenda ſit, ilicet reſpondebo, reſiduum poſt ſubtractionem eſſe r. 3. m̃. r. 2 Quando tamen ad inuicem cõmenſurabiles fuerint, poſſunt ad vnũ nomẽ, tã in additione, q̃ in ſubtractione regi, vt poſtea docebimus. Illud tamen in binomijs, reſiduisq; ſic prolatis, nunquàm non licet comperire quadratum, cuius radix ſit ipſum binomiale aggregatum, ſiue reſiduum, qđ p additionẽ, ſiue ſubtractione querendũ proponitur. Verùm tale quadratũ non niſi p duo nomina poteſt proferri, qñ propoſitæ quantitates fuerint incõmenſurabiles: vt poſtea per exẽpla declarabimus, regulas ſingulas tradentes.

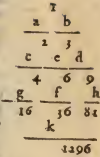
PROPOSITIO 11a.

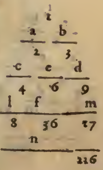


Duas quantitates propoſitas, quarum vel quadrata tantùm, vel cubi tantùm, vel ſecunda quadrata tantùm cognita ſupponuntur, inuicem multiplicare. Sunto duæ quantitates a b. quarum quadrata c d. tantùm cognita ſupponuntur: ſi iubear a. in b. multiplicare, id faciam per quadrata. Sit enim ipſarum a b. productum e. quod cum rationale non ſit, exiſtentibus a b. inuicem incõmenſurabilibus, & perinde non ſemper poſſit exprimi numero; quærendum eſt per eius quadratum, quod ſemper rationale eſt, ſic. Multiplico, per 8a huius, c. in d. & proueniat f. Aio igitur, ꝙ f. eſt quadratum producti quæſiti, hoc eſt ipſius e Quod ſic oſtendo. Qm̃ a. multiplicans ſe ipſam facit c. & multiplicãs ipſum b. facit e. erit ideo, per primã 6i Euclidis, ſicut a. ad b. ſic c. ad e. Et ſimiliter, qm̃ b. multiplicans ſe ipſam, facit d. & multiplicans ipſam a. facit e. erit ſicut a. ad b. ſic e. ad d. Igitur c e d. ſunt continue proportionales. Quare per 15a ſexti, quod fit ex c. in d. ſcilicet f. æquũ eſt quadrato, qđ ex e. qđ erat demõſtrandũ. Si cõtingat igitur ipſum f. productum eſſe quadratũ

numerum,

numerū quod tūc fit, qñ a b. ſunt inuicē cōmēſurabiles: tūc ipſum e. productum rationale eſt: quādoquidē tunc quadrati nūi f. radix eſt. Ponantur nunc ipſarum a b. quantitatum quadrata ſecūda tm̄ rationalia, hoc eſt, cognita p numeros, quæ ſint g, & h. vt ſcilicet g. ſit quadratum ipſius c. atq; h. ſit quadratū ipſius a. Rurſum, nunc per iſtec ſecunda quadrata veſtigabo productū ipſarū a b. ſic: Multiplico g. in h. per 8ª hui⁹, & proueniat k. Dico itaq; quod k. eſt quadratū ſecūdū ipſi⁹ e. producti, hoc eſt, quadratū ipſi⁹ f. qđ ſic oſtendo. Cū em̄ c. in ſe faciat g. & c. in d. faciat f. erit, per primam ſexti, ſicut c. ad d. ſic g. ad f. Et ſimiliter, quoniam d. in c. facit f. & d. in ſe facit h. ideo ſicut c. ad d. ſic f. ad h. Ergo g f h. ſunt continue proportionales. Quare per 15ª ſexti, quod fit ex g. in h. ſcilicet k. eſt æquum quadrato ipſius f. Quod erat oſtendendum. Id idem quoque haud difficilius oſtendemus de tertijs, quartis, & quotieſcunque quantitatum quadratis in infinitum. Nam quota ſunt quadrata quātitatum multiplicantium, productum ex quadratis, totum quadratum erit à quadrato producti multiplicantiū. Quod etiā oſtēdit Cāpanus in fine decimi Elementoꝝ. Hoc itaq; pacto multiplicātur ad inuicē quantitates potentia tm̄ rōnales, vel mediales primæ, vel cuiuſcūq; ordinis. Veniā nūc ad quantitatē cubo tm̄ rationales, hoc eſt, quarum ſolùm cubi ſupponuntur cogniti: quáuis de his nihil Euclides. Sunto, vt prius propoſitę quātitates a b. quarū productū fuit e. & quarū quadrata c d. & corū productū f. Ducat' a. in c. & fiat l. Itē b. in d. & fiat m. Eruntq; per diffin. l m. cubi quantitatem a b. per quos cubos quærimus nunc productū ipſaꝝ a b. ſ. ipſum e. Multiplico igitur l. cubū in m. cubū, & ꝓueniat n. Aio nūc, ꝙ em̄ numer⁹ eſt cub⁹ ipſi⁹ e. hoc eſt, ꝙ ipſum e. productū quæſitū eſt radix cubica ipſi⁹ n. Qđ ſic oſtendā. Cū ex a. in b. fiat e. & ex a. in c. fiat l. erit per primam ſexti, ſicut b. ad c. ſic e. ad l. Item cum ex d. in b. fiat m. & ex d. in c. fiat f. erit ſimiliter. ſicut b. ad c. ſic iam & m. ad f. Quare fiet ſicut m. ad f. ſic e. ad l. Et ideo, per decimāquartam ſexti, numerus n. qui fit ex l. in m. æqualis ei, quod fit ex e. in f. hoc eſt, cubo ipſius e. qui videlicet fit ex e. in ſuum quadratum f. Per diffin. igitur e. eſt radix cubicum ipſius n. Quod fuit demonſtrandum. Hac via multiplicandæ ſunt quantitates cubo tantùm cognitæ. Quando autem vna quantitatū multiplicandaꝝ cognita per ſe proponitur, alterius aūt vel quadratum, vel cubus,





vel

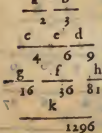
vel ſecundum quadratum tantùm cognitum offertur, tunc capiendum eſt ſimiliter quadratum, vel cubus, vel ſecũdum quadratum quantitatis per ſe cognitæ, & deinde quadratum in quadratum, ſiue cubus, in cubum, ſiue ſecundum quadratum in ſecundum quadratũ multiplicandum eſt. & ſic deinceps pro tertijs, aut quotieſcunq; quadratis. Sic & demõſtratio dudũ memorata procedet, & propoſitũ abſoluetur.

COROLLARIVM.

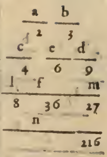
Vnde manifeſtum eſt, quòd ex ductu quadratorum, ſiue cuborum, ſiue ſecundorum quadratorum, aut ſequentium, ſemper producitur quadratum, ſiue cubus, ſiue quadratus ſecundus producti ex multiplicatione radicum, quarum quadrata, ſeu cubi, ſeu ſecunda, vel ſequentia quadrata. Quæ omnia, ſicut iam demonſtrata ſunt, ita per Arithmeticam praxim, tam in quantitabus rationalibus, quàm potentia, ſiue cubo, tantùm rationalibus, ſiue medialibus, ſiue duorum pluriumve nominum, ſupputando comprobatur, quemadmodum in Arithmeticis quæſtionibus per exempla tradidimus.

PROPOSITIO 12ª.

Duabus quantitatibus propoſitis, quarum quadrata tantùm vel cubi tantùm, vel ſecunda quadrata tantùm cognita ſupponuntur; alteram in alteram partiri. Quoniam, per diffinitionem, quando multiplicantur inuicem duæ quantitates, productum ad multiplicatam eſt, ſicut multiplicans ad poſitam: Iam ſi multiplicans nunc ſit diuidens, ac productum ſit diuiſum, erit multiplicata, quotiens. Quandoquidem, per diffin. diuiſa quantitas ad quotientem eſt, ſicut diuidens ad poſitum. Itaque diuiſo producto in multiplicantem, ſemper ex diuiſione prouenit multiplicans. Quod cum ita ſit, abſoluemus problema, per deſcriptionem penitus, ac ſuppoſitionem præcedentis propoſitionis. Sint igitur, ſicut in præmiſſa, propoſitę quantitates a b. quarũ quadrata c d. productum autem e. & ipſarum c d. productum f. Oſtenſum eſt ergo, quòd f. eſt quadratum ipſius e. quòd ſcilicet f. fit ex ductu c. in d. Igitur ex diuiſione ipſius f. in ipſam c. prouenіet ipſa d. quod eſt quadratum ipſius b. prouenientis ex diuiſione ipſius e. in ipſam a. Sit igitur, exempli gratia, diuidenda quantitas e. diuidens autem a. & offerantur harum quadrata tantùm, ſcilicet f. quadratum diuidendæ e. atque c. quadratum diuidentis a. diuidam ipſam f. in ipſam c.



ſam c. & proueniet b d. quadratum, ſcilicet ipſius b. quotientis: quoniam ſcilicet ex diuiſione producti in multiplicantem, prouenit multiplicata. Item quoniam ex multiplicatione ipſarum g h. quæ ſunt ſecunda quadrata ipſarum a b. producitur k. ſecundum quadratum ipſius e. producti ex ipſis a b. iam ſimiliter ſi pro diuidenda quantitate e. offeratur ſecundum eius quadratum f. & pro diuidente a. proponatur ſecundum eius quadratum g. tunc diuidam ipſam k. in ipſam g. & proueniet h. ſecundum quadratum ipſius b. quotientis. Nam ex diuiſione producti in multiplicantem, proſilit multiplicata. Demum, quoniam ex multiplicatione cuborum l m. qui ſcilicet ſunt cubi ipſarum a b. producitur n. cubus ipſius e. producti primarij: non aliter, ſi pro quantitate e. partienda detur eius cubus n. & pro diuiſione a. ponatur eius cubus l. tunc partiar cubum ipſum n. in ipſum l. & proueniet m. cubus ipſius b. quotientis. Namque productum in multiplicantem diuiſum, exhibet multiplicatam. Nec ſecus faciendum pro tertijs, ac ſequentibus quadratis, quouſque proceſſerit curioſitas. Quod ſi diuiſor, aut diuidendus numerus ita offerantur, vt alter per ſe notus ſit, alterius verò tantum potentia vel cubus vel ſecundum quadratum cognitum proponatur: tunc par dignitas capienda eſt numeri per ſe cogniti, vt ſcilicet, vel quadratum in quadratum, vel cubum in cubum, vel ſecundum quadratum, in ſecundum quadratum, vel dignitatem quamuis in parem dignitatem partiaris: ſicut in multiplicatione factum eſt. Sic enim & demonſtratio dudum explicata locum habet, & quæſtio finem.



Exempla.

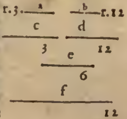
1	1	1	Vnitas
2	3	6	Rad
4	9	36	□
8	27	216	cubus
16	81	1296	□□.

COROLLARIVM.

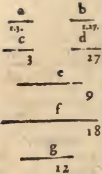
Ex quibus manifeſtum eſt, quòd ex diuiſione quadrati, in quadratum, ſiue cubi in cubum, ſiue ſecundi quadrati in ſecundum quadratum, ſemper prouenit quadratus, ſeu cubus, ſeu ſecundus quadratus illius quotientis, quod ex diuiſione radicis in radicem, quarum ſunt quadrata, vel cubi, vel ſecunda quadrata, proueniebat. Quod corollarium ſequitur ſimiliter ex præcedentis corollario, ſicut propoſitio ex propoſitione naſcebatur, per ipſas multiplicationis & diuiſionis diffinitiones.

PROPOSITIO 13a.

Propoſitarum duarum quantitatum per potentias cognitas, aut per cubos tantùm datos, congeriem, aut exceſſum veſtigare. Sunto duæ quantitates a b. quarum quadrata c d. cognita ſint. Volo earum congeriem pronunciare. Per vndecimam huius, multiplico a in b. per nota ipſarum quadrata c d. & proueniat e. Huius



duplum ſit f. Sumo igitur aggregatum ipſarum c d f. dico enim quòd tale aggregatum eſt quadratum congeriei quæſitæ. Nam per 4ª ſecundi Elementorum, aggregatum ex duobus quadratis, duploq; producti radicũ, quarum ſunt quadrata, conficiunt quadratum congeriei radicum. Item ſunto duæ quantitates a b. quarum maior b. & earum quadrata ſint c d. Volo ſubtrahere ipſam a. ab ipſa b. Per 11ª huius, multiplico a. in b. per earũ potentias c d. & proueniat e. Huius duplum ſit f. quod ſubtraho ad aggregato ipſarum c d. & reſiduum ſit g. Dico igitur, quòd g. eſt quadratum eius quantitatis, quæ relinquitur poſt ſubtractionem ipſius a. ab ipſa b. Nam per 7ª ſecundi Elementorum, quadratum quãtitatis, à qua fit ſubtractio, vnà cum quadrato ſubtractæ, ſumptum æquale eſt quadrato reſidui vnà cum duplo eius, quod fit à tota in ſubtractam. Quam ob rem, ſi tale duplum ſubtrahatur ab aggregato quadratorum totius & ſubtractæ, ſupereſt quadratum reſidui.



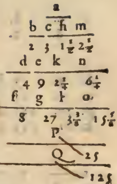
Vbi notandum eſt, quòd quando duæ quantitates propoſitæ ſunt inuicem commenſurabiles, tunc, quoniam ipſę ſunt eiuſdem ſpeciei: & earum tam congeries, quàm conceſſus eſt & eiuſdem ſpeciei quantitas. Exempli gratia: ſiue propoſitæ quantitates ſint potentia tantùm rationales inuicem commenſurabiles: tunc earum tam congeries, quàm differentia erit quantitas vnius nominis potentia tantùm rationalis. Si autem propoſitæ quantitates ſingulæ ſint vnius ſpeciei binomia: & perinde commenſurabiles: tunc earum tam congeries, quàm differentia erit eiuſdem ſpeciei binomium: Et ſimiliter de reliquis irrationalium ſpeciebus dicendum: Quæ omnia & in decimo Elementorum demonſtrantur, & calculo practico comprobantur. Sed regulę in hac propoſitione aſſignatæ quantitatibus potentia rationalibus tantùm vſu veniunt: non & ijs, quarum cubi tantùm, aut quarum ſecunda quadrata tantùm cognita offeruntur. Sed pro vniuerſis quantitatibus, tam potentia tantùm, quàm cubo tantùm, quamque ſecundo quadrato vel quotacunque potentia tantùm cognitis, dabimus hìc vnicam & auream regulam, quam hìc ſimul tradémus & demonſtrabimus.

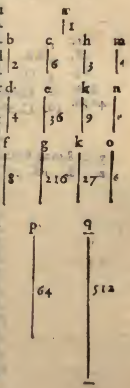
Aurea regula.

Sit a. magnitudo poſita, quæ denominatur ab vnitate. b c. duæ magnitudines datæ. Sit d. quadratum ipſius b. & e. quadratum ipſius c. Itẽ f. cubus ex b. & g. cubus ex c. Et tunc ſi fiat c in b. & proueniat h. Item e. in d. & proueniat k. Item g. in f. & proueniat l. erũt item ſicut a b d f. & ſicut ipſę a c e g. ita & ipſę a h k l. per diffinitionem quadratorum, & cuborum, & per diffinitionem diuiſionis continuè proportionales. Quare per diffinitionem h. radix k.

quadratum

quadratum & l.cubus talis radix erunt. Quibus cõſideratis, ſi velim aggregare quantitates b c. per earum quadrata d e. vel per earum cubos f g. ponam m. æqualem aggregatum ipſarum a h. & faciam n. quadratũ ipſius m. & eiuſdem m. cubum o. Mox ducam d. in n. & proueniat p. Item ducã f. in o. & proueniat q. Aio tũc, quod p. erit quadratum totius b c. quodq́; q. erit cubus eiuſdem b c. totius. Et ſic habeo tã per quadratos, q̃ per cubos aggregatũ ipſarũ b c. Hoc eſt, habeo tã quadratũ, q̃ cubũ talis aggregati, quod aliter in notitiã non venit. Atq; ita deinceps fiet per ſecunda & quotacunq; quadrata: Quod ſic oſtẽditur. Cũ, per diffi. diuiſionis. ſit ſicut c. ad b. ſic h. ad a. erit coniunctum totum c b. ad ipſum b. ſicut totũ h a. ad ipſum a. hoc eſt, c b. ad ipſum b. ſicut m. ad a. Quare per 15ª ſexti Euclid. qđ fit ex a. in b c. hoc eſt, ipſum aggregatũ b c. æquale erit ei, quod fit ex b. in m. Itaq; cũ ex b. in m. hoc eſt, ex radice in radicem producatur totũ b c. iã, per corollariũ vndecimæ huius, ex d. in n hoc eſt, ex quadrato in quadratũ producetur quadratũ totius b c. qđ fuit p. & ex f. in o. hoc eſt, ex cubo in cubum, producetur cubus totius b c. qui fuit q. quod erat demonſtrandum. Et ſimiliter per eadẽ omnino, idipſum oſtẽdetur de ſecundis quadratis, cæteriſq; dignitatibus magnitudinum. Quod ſi velim ſubtrahere quantitatem b. de tota b c. per quadrata earum d. & p. tunc diuidã quadratũ ipſius b c. ſcilicet ipſam p. per quadratũ ipſius b. ſcilicet per ipſam d. Et proueniet ex iã demonſtratis, ipſa n. cuius radix quadrata eſt m. A qua ſubtraho a. vnitatem: & ſupererit h. cuius quadratũ, ſcilicet ipſam k. duco in d. quadratũ, ſcilicet ipſius b. ſubtrahendæ: & proueniet e. quod ex quadratũ ipſius c. quæ ſupereſt poſt ſubtractionẽ ipſius b. à tota b c. ſic per quadrata ſubtractæ & eius, à qua ſit ſubtractio, habeo quadratum relictæ. Eadem quoq; ſubtractio fiet per cubos quantitatum ſcilicet per f. & q. ſic. Dimidã cubũ ipſius b c. ſcilicet q. in cubum ipſius b. ſcilicet f. & proueniet ex demonſtratis ipſa o. cuius radix cubica eſt m. De qua minuo a. vnitatẽ, & relinquetur h. cuius cubum l. duco in f. cubũ ipſius b. ſubtrahendæ: & proueniet g. cubus ipſius c. relictæ poſt dictam ac propoſitam ſubtractionem. Et per eandem idipſum in ſecundis quadratis cæteriſque deinceps eueniet. Quæ quidem regula, quoniam communis eſt vniuerſis in infinitum quantitatum dignitatibus, à nemine hactenus animaduerſa, & demonſtrata, merita aurea fuit appellanda.





PROPOSITIO 14ª.

Duas propoſitas quantitates potentia tantùm, vel cubo tantùm, vel ſecundo quadrato tantùm rationales, inuicem commenſurabiles inuicem coniungere: vel alteram ab altera ſubtrahere. Quoniam duæ quantitates commenſurabiles inuicem ſupponuntur, erant ſicut numerus ad numerum: ſint ergo ſicut numerus a. ad numerum b. quatum maior b. & horum numerorum aggregatum ſit c. differentia verò d. Itē ipſorum a b. quadrati ſint e f. cubi g h. quadrati ſecundi k l. Quantitates autem propoſitæ, ſi potentia tantū ſint rationales, ſint earum potentiæ ſeu quadrata m n. Si autem cubo tantùm rationales, earum cubi ſint p q. ſi tandem quadrato ſecundo rationalès, earum quadrata ſecunda ſint r ſ. Ipſæ autem quantitates ſint t x. & quoniam t x. ſunt adinuicem ſicut numeri a b. ad inuicem, neceſſe eſt, vt & m n. ipſis e f. & ipſi p q. ipſis g h. nec non ipſi r ſ. ipſis k l. ſint proportionales. Quoniam, ſcilicet quantitatum proportionalium, tam quadrata adinuicem, quàm cubi adinuicem, & quàm ſecunda quadrata ad inuicem & deinde pares dignitates ſemper proportionales ſunt; propterea videlicet, quòd quadrata duplicant, cubi triplicant, quadrata ſecunda quadruplicant, & ſic deinceps proportionem radicum. Hinc ſequitur, quoniam per coniunctam, & euerſam proportionem, ſicut eſt c. numerus ad d. numerum, aggregatum ſcilicet a b. ad eorum differentiam, ſic eſt aggregatum quantitatum t x. ad earum differentiam: Idcirco & talium aggregatorum quadrata, talium differentium quadratis, & cubi cubis, & ſecūda quadrata ſecundis quadratis proportionalia erunt & deinceps ſequentia. Vnde ſicut eſt m. numerus ad e. numerum: ſiue ſicut n. numerus ad f. numerum, hoc eſt, ſicut quadrata ſingularum quantitatum t x. ad quadratos ſingulos numerorum a b. ſic erit quadratum aggregati quátitatum t x. ad quadratum ipſius c. nec non ſic erit quadratum differentiæ quantitatum t x. ad quadratum ipſius d. idemque de cubis, & de ſecundis quadratis dicendū. Quoniam igitur quantitates t x. notæ ſunt per quadrata m n. tantum tunc ſicut eſt m. ad e. ſic ſit y. numerus ad quadratum ipſius c. Item ſic ſit z. numerus ad quadratum ipſius d. Nam ex iam demonſtratis y. numerus erit quadratum aggregati ipſarum t x. & z. numerus erit quadratum differentiæ ipſarum t x. Sic noteſcit per quadrata tam congeries, quàm exceſſus propoſitarum quantitatum. Quoniam autem quantitates t x. cubo tantum ſunt rationales. tunc ſimiliter quæretur earum tam congeries, quàm exceſſus per cubos; Si demum quadrato ſecundò tantùm rationales; tunc talis congeries & exceſſus per ſecunda quadrata notificabitur.

c.	8.		
d.	2.		
a. 3.	5. b		
e. 9.	25. f		
g. 27.	125. h		
k. 81.	625. l.		
t——	x——		
m. 18	50. n		
p. 54.	250. q		
r. 162	1250. ſ		

1.	1.	
8.	2.	d. ℞.
64.	4.	□.
512.	8.	Cub.
4096.	16.	□. 2ⁱ

y. 1 18. 1024. 8192.
z. 8. 16. 32

COROL-

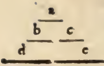
COROLLARIVM.

Ex quibus manifeſtum eſt, huiuſmodi duarum quantitatum tam aggregatum, quàm differentia, ſemper eſt quantitas vnius nominis & vtrique ipſarum commenſurabilis.

PROPOSITIO 15ª.

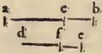
Duarum quantitatum plurium nominum, aggregatum, aut differentiam veſtigare. Quando nomina quantitatum ſunt ad inuicem incõmenſurabilia: tunc congregatio haud aliter fieri poteſt, quàm aggregatis membris per aduerbium Plus: nec etiam dſa aliter proferri, quàm per aduerbiũ Minus: ſicut oſtendit Euclides in decimo, tam de binomijs, quàm de reſiduis. Vbi verò fuerint duo nomina inuicem cõmenſurabilia: tunc ea, per præcedentem, coniuncta conflant vnam quantitatem, & ideo redigenda ſunt ad vnũ nomen in additione. Quod ſi minor à maiori ſubtrahatur, ſupereſt quantitas vnius nominis, in ſubtractione. Semper igitur duo nomina, quæ in additione, vel ſubtractione ad vnum redigi poſſunt, redigenda ſunt, vt quàm pauciſſimis nominibus ſiue aggregatum, ſiue differentiam proferamus. Et in additione hoc ſemper attẽdendũ, quòd nomina per Plus geminata, Plus conficiunt: Per Minus verò notata, Minus. tantum, inquam, Plus, ſeu tantum Minus, quantũ comuncta conflant. Quòd ſi nominum alterũ per plus, alterũ per min⁹ notetur, tunc eorũ exceſſus adijciendus, aut ſubtrahendus erit ſummæ: adijciendus quidẽ, qñ nomen per plus notatũ, maius eſt; ſubtrahendus verò, cum maius eſt reliquum nomen. Vnde ſi nomina contrarijs titulis inſignita, fuerint æqualia, tunc nihil conflant: nam quod inde adijcitur, hinc ſubtrahitur, & ita ſumma intacta permittetur. In ſubtractione verò, ſi nominum vtrunque per plus notetur, ſupererit differentia nominũ per plus qdẽ notanda, cum illud nomen à quo fit ſubtractio mai⁹ eſt: per Minus vero inſcribenda, cum ſubtrahendũ nomen maius eſt. Quando aũt nomina æqualia, nil reſtat. Quòd ſi ambo nomina per minus notata ſint, ſimiliter ſupererit exceſſus nominum; verùm per Plus notandus, cum maius nominum erat ſubtrahendum: per minus autẽ inſcribendus, quando reliquum nomen maius fuerit. Nam æqualitas eorum rurſum nihil reſiduat. Demum, ſi nominum alterum per Plus, alterum per Minus inſcribatur: tũc eorum aggregatum pro relicto ſubtractionis ſubſcribendũ eſt cum aduerbio Plus, vel Minus, cum quo ſcilicet notabatur nomẽ, à quo fit ſubtractio. Quæ præcepta ita ſunt in triuialibus ſcholis trita, & per conceptum animi cognita, vt demonſtratione non egeant. Igitur ad reliqua transeundum.

PROPOSITIO 16ª.



Quantitatem vnius nominis in quantitatem duorum aut plurium nominum multiplicare. Quantitas vnius nominis ſit a. binominis autem quantitas b c. ſub duobus nominibus b. & c. prolata. Oportet multiplicare a. in b c. Multiplico per vndecimam huius, quantitatem a. in nomen b. & fiat d. Item multiplico, per eandem, a. in nomen c. & fiat e. Dico igitur, quòd quantitas conflata ex nominibus d e. eſt productum quod fit ex multiplicatione ipſius a. in ipſam b c. Nam, per ſecundi Elementorum primam, quæ fiũt ex ductu vnius quantitatis in parte propoſitæ quantitatis pariter accepta conficiunt illud, quod fit ex dicta quantitate in totam propoſitam. Itaque d e. productum eſt ex multiplicatione ipſius a. in ipſam b c. factum: quod quærebatur.

PRÆAMBVLVM.



Verùm in multiplicationibus binomiorum ac reſiduorum, hoc eſt prænotandum, quòd ſi nomina multiplicanda inſcribantur per Plus aut per Minus, vtraque, tunc productum ex eorum multiplicatione factum inſcribendum erit per plus: ſi vero alterum nominum per Plus, alterum per Minus notetur, productum per minus notandum erit. Quod ita eſſe, breui demonſtratione arguemus. Sunto dua reſidua, vnum, a b. b c. Alterum d e. e f. cùm enim reſidua ipſa ſint quantitates a c. d f. quę reſtant per abſciſionem minorum nominum à maioribus, illud ſic pronuntiatur a b. minus b c. hoc eſt, quod ſupereſt, ſubtracta quantitate b c. à quantitate a b. aliter enim exprimi non poteſt, cum ſit quantitas irrationalis, per abſciſionem quantitatis à quantitate ſibi incommenſurabili factam relicta: & ſimiliter alterum ſic profertur d e. minus d f. hoc eſt, quod relinquitur, dempta quantitate e f. a quantitate d e. illud inquam, reſiduum eſt quantitas a c. ſicut dictum eſt, relicta. Hoc autem reſiduum quantitas d f. per ſimilem abſciſionem remanens. Quæ cum aliter, quàm per nominum, ex quorum abſciſione generantur, hoc eſt, quorum exceſſus ſunt, proferri nequeant: iam ſi alterum in alterum multiplicandum erit; talis multiplicatio non niſi per nominum multiplicationem fieri poterit. Si igitur reſiduum a b. b c. multiplicandum eſt in reſiduum d e. e f. non aliter multiplicatio fieri poteſt, quàm multiplicando hæc nomina ſingula in illa ſingula: vnde fiet quadruplex multiplicatio, prima ſcilicet a b. in d e. Se-

a b. d e. { a c. d f. +. { a c. e f. plus + ; b. c. d f. plus + } b c. d f. plus. — }

a b. e f { a c. e f. Minus + ; b c. e f. Min⁹ — }

d e. b c { b. c. d e. Min⁹ + ; b c. e f. Min⁹ — }

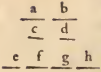
d e. Secunda a b. in e f. Tertia d e. in b c. Quarta b c. in e f. Harum prima, per primam ſecundi Elementorum Euclidis, continet quatuor multiplicationes ſe ipſam integrantes, ſcilicet a c. in d f. a c. in e f. b c. in d f. b c. in e f. Secunda continet duas multiplicationes ſe ipſam perficientes, ſcilicet a c. in e f. & b c. in e f. Tertia item duas, ex quibus componitur, ſcilicet b c. in d f. b c. in e f. Quoniam, ſcilicet producta partium integrant productum integrorum. Quarta verò vnica eſt, ſcilicet b c. in e f. quoniam fit ex nominibus indiuiſis: & cum prædictis octo poſita facit nouem multiplicationes. Productum autem quæſitum eſt, quod fit ex multiplicatione a c. in d f. Quod haberi non poteſt, niſi paractis dictis quatuor multiplicationibus, quæ continent nouem ductus. Ex quibus conſuendum ſit ſolum illud quod fit ex a c. in d f. neceſſe eſt cætera octo producta eſſe abijcienda: quod fieri non poteſt niſi dimidium eorum notetur per plus, ac reliquum dimidium per minus; atque ita alterum altero repenſante, ſumma quęſita, quæ fit ex a c. in d f. ſeruentur intacta. Sed ex dictis cæteris octo productis, tria prima multiplicationis, ſcilicet quę fiunt ex a c. in e f. ex b c. in d f. & ex b c. in e f. inſcribi debent per aduerbium Plus, quoniam ſunt membra primæ multiplicationis, quæ fit ex nominibus a b. d e. per idem aduerbium notatis. Duo autem producta ſecũdæ multiplicationis, ex a c. in e f. & b c. in e f. notanda per aduerbium Minus: quoniam ſunt membra ſecundæ multiplicationibus, quę fit ex nominibus a b. e f. quorum alterum per aduerbium Minus inſcribitur. Duo quoque producta tertiæ multiplicationis, ex b c. in d f. & ex b c. in e f. ſimiliter per aduerbium Minus notata intelliguntur, quoniam tertia multiplicatio quorum membra ſunt conſtat ex nominibus, d e. b c. quorum alterum per minus notatur. Octauum igitur productum, quod fit ex b c. in e f. nominibus inſcriptis per minus; neceſſe eſt, vt inſcribatur per Plus: atque ita fiant quatuor producta inſcripta per Plus, & totidem producta paria inſcripta per Minus: & perinde tantum his minuentibus, quantum illa ſuperaddunt, Summa quæſita, quæ fit ex a c. in d f. intacta permaneat. Conſtat igitur, quòd ex ductu nominum per aduerbium, Minus, notatorum producitur quantitas per aduerbium, plus, notanda. Sed illud exemplum ſatis eſſe debet, quòd plus in plus multiplicatum, ſiue minus in minus, omnino producit plus: quemadmodum affirmatio affirmationis affirmat, & negatio negationis affirmat ſimiliter. Item ſicut affirmatio negationis, ſiue negatio affirmationis negat: Ita

b c. e f. } b c. e f. Pl—

ſiue Plus in Minus, ſiue Minus in Plus multiplicatum producit Minus. Potes exemplificare regulam & comprobare demonſtrationem per numeros rationales, vt ſic ſingulæ nouem multiplicationes diſtinctæ appareant: & facilius omnia intelligantur.

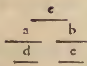
Propositio 17ª.

Duas propoſitas quantitates, ſingulas duorum, aut plurium nominum, inuicem multiplicare. Proponatur binomium a b. ex duobus nominibus a. & b. multiplicandum in binomium c d. ex duobus nominibus c. & d. compoſitum: ſiue illa ſint reſidua ſingula binis nominibus expreſſa, ſiue alterum Binomium, & alterum reſiduum. Multiplicētur, per vndecimam, & per præcedentem, ſingula vnius quantitatis nomina in ſingula alterius nomina, hoc eſt, c. in a. & fiat e. Item c. in b. & fiat f. Item d. in a. & fiat g. Item d. in b. & fiat h. ſeruatis tamen regulis circa inſcriptiones aduerbiorum, Plus, aut Minus, in præcedenti propoſitione traditis. Nam quantitas compacta ex quatuor nominibus e f g h. ſeruatis aduerbiorum terminis, erit, per primam ſecundi Elementorum, productum ex multiplicatione totius a b. in totam c d. quantitatem, proueniens. Illud quoque notando: ſi nomina huiuſmodi poſſunt ad minorem multitudinem redigi, redigantur, per 14ª huius: quod fieri poteſt inter quælibet bina inuicem commenſurabilia: Nam per corollarium dictę 14ª talium binorum nominum tam aggregatum, quàm differentia facit quantitatem vnius nominis. Non aliter trinomia, aut quadrinomia multiplicabuntur, ſingula vnius quãtitatis nomina in ſingula alterius, per vndecimam huius, multiplicando: & deinde bina quę ad vnum nomen redigi poſſunt, redigẽdo. Quę omnia poteris practico exẽplo experiri. Quod nos in quęſtionibꝰ Arithmeticis abũdè fecimꝰ.



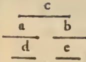
Propositio 18ª.

Propoſitam quantitatem duorum aut plurium nominum, in datam vnius nominis quantitatem partiri. Eſto Binomium quoddam ſiue Reſiduum a b. ex nominibus duobus a. & b. confectum: quod diuidendum ſit per quantitatem c. Diuidatur per duodecimã huius, nomen a. in quantitatem c. & proueniat d. Item diuidatur nomen b. in eadem c. & proueniat e. Iam ex multiplicatione ipſius c. in d. fiat a. & ex multiplicatione ipſius c. in e. conſurget b. Nam diuiſor in quotiẽtem multiplicatus producit diuiſum. Igitur, per



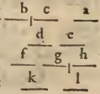
primam

primam ſecundi Elementorum, ex ductu c. in totam d e. fit tota a b. Et quoniam productum diuiſum in multiplicantem, exibet multiplicatam: idcirco tota a b. quod eſt productum, diuiſa in ipſam a. multiplicantem, exhibebit ipſam d e. multiplicatam. Itaque d e. eſt quantitas quotiens ex diuiſione propoſita proueniens. Similiter faciendum eſt, ſi diuidenda quantitas ſit trinomium, aut plurium nominum. Sed memento, ſicut in antepræmiſſa per multiplicatione fecimus, ita & in diuiſione animaduertere nominum inſcriptiones: Nam nomen inſcriptũ per aduerbium Plus, ſi diuidatur per nomen ſimiliter inſcriptum: quotiens diuiſionis ſimiliter inſcribetur. Si autem diuidatur per nomen aduerbio Minus inſcriptum, quotiens diuiſionis, per Minus inſcribetur. Quoniam ſcilicet, tam Plus multiplicatum in Plus, quàm Minus multiplicatum in Minus, producit Plus, vt in ante præmiſſa oſtendimus. Nomen autem inſcriptum per aduerbium, Minus, ſi diuidatur per nomen ſimiliter notatum, quotiens diuiſionis per Plus inſcribetur. (quod non vſu venit, quia diuiſor vnius nominis ſemper per plus notatur.) Si autem diuidatur per nomen notatum per Plus, quotiens inſcribetur per Minus. Quoniam ſcilicet in multiplicationibus tam Plus in minus, quàm Minus in Plus multiplicatum, producit Minus. Sicut enim diuiſionis demonſtratio fit per multiplicationis demonſtrationem: ita & diuiſionis regulæ & cautiones ex præceptis multiplicationis deriuantur. Quæ ſunt etiam triuialibus Magiſtris notiſſimæ, & in quæſtionibus noſtris Arithmeticis affatim per exempla traditæ.



PROPOSITIO 19ª

Propoſitam duorum aut plurium nominum quantitatem, in datam duorum nominum quantitatem diuidere. Eſto quantitas a. duorum, aut plurium nominum: hanc partiri iubemur per binomium b c. cuius nomina ſunt b c. Capiatur d e. Reſiduum eorundem nominum, ex quibus cõponitur b c. hoc eſt, vt d. nomen, ipſi b. nomini: & e. nomen ipſi c. nomini æquale ſit. Si autem b c. diuiſor fuerit Reſiduum duorum nominum: tunc capiatur d e. binomium corũdem nominum: Deinde, per 17ª præcedentẽ, multiplicetur quãtitas b c. in quantitatem d e. & proueniat quãtitas f. quæ erit quãtitas vnius nominis, per 11,ª vel per 117ª decimi Eucl. Nã binomium in ſuum reſiduũ multiplicatũ producit quãtitatẽ rationalẽ. Itẽ per 17ª præmiſſam multiplicetur a. in d e. & proueniat g h. Eritq; per primã ſexti Euclid. ſicut b c. ad ipſam a. ſic quantitas f. ad ipſam g h. Diuidatur itaque, per præcedentẽ, quantitas g h. in ipſam f. & proueniat k l. Dico itaque, quòd



k l. eſt

k l. eſt quantitas, quæ prouenit ex diuiſione ipſius a. in ipſam b c. Nam cùm g h. diuidatur in f. & proueniat k l. iam, per diffin. diuiſionis, erit, ſicut g k. ad ipſam k l. diuiſa ſcilicet ad quotientem, ſic f. diuidens ad poſitam. Et permutatim ſicut g h. ad ipſam f. ſic & k l. ad poſitam. Verùm fuit g h. ad ipſam f. conuerſim ſicut a. ad ipſam b c. Ergo & a. ad ipſam b c. ſicut k l. ad poſitam. Et permutatim a. diuiſa ad ipſam k l. ſicut b c. diuidens ad poſitam. Quare, per diffin. diuiſionis, k l. quantitas eſt, quæ prouenit ex diuiſione ipſius a. in ipſam b c. quæ veſtiganda proponebatur. Quòd ſi diuiſor eſſet trium nominum: operteret geminari multiplicationem, vt productum tandem proueniat vnius nominis: & diuidendam per eundem multiplicatorem multiplicari: & deinde productum per productum diuidendum.

PROPOSITIO 20ª.

a b

Si quantitas qualibet in duo ſegmenta diuidatur; id quod fit ex vtrolibet aſſumpto ſegmento in quadratum totius, æquum erit his duobus, ſcilicet, quæ fiunt ex vtraque ſectionum in quadratum reliquæ, & ei quod fit ex quadrato aſſumpti ſegmenti in totam. Sit quantitas quælibet, vtcúnque in duo diuiſa, ſcilicet in a. & b. Dico, quòd id, quod fit ex a. in quadratum a b. æquum erit his, ſcilicet ei, quod fit ex a. in quadratum b. & ei, quod fit ex b. in quadratum a. eíque, quod fit ex quadrato a. in totam a b. Quod ſic oſtendam. Per quartam ſecundi Euclidis, quadratum a b. eſt æquale his, ſcilicet quadrato b. & ei quod fit ex a. *in* b. eíque quod fit ex a. in a b. Ergo propter æquam vtrobique multiplicationem, quod fit ex a. in quadratum a b. æquale erit his, ſcilicet ei, quod fit ex a. in quadratum b. cum eo, quod fit ex a. in productum ex a. in b. atque cum eo, quod fit ex a. in productum ex a. in totam a b. Sed id, quod fit ex a. in productum ex a. in b. æquum eſt ei, quod fit ex quadrato a. in b. Illud autem, quod fit ex a. in productum ex a. in totam a b. æquum eſt ei, quod fit ex quadrato a. in totam a b. Sunt enim eadem ſolida, quandoquidem ſub tribus ijſdem lateribus. Igitur & id, quòd fit ex a. in quadratum a b. æquum erit his, ſcilicet ei, quòd fit ex a. in quadratum b. & ei, quod fit ex quadrato a. in b. eíque quod fit ex quadrato a. in totam a b. Quod fuit demonſtrandum.

per 4ª ſecundi.

□. ab { □. b. / ▭. a. b / ▭. a. a b }

Igitur mlcás ſingula p a

ſolidum. a ab. ab æquum eſt ſub' ſolidis ſci. { a.b.b / a.a. b / a.a.ab }

Quod eſt ꝓpoſitũ

PROPOSITIO 21ª.

Si quantitas qualibet in duo ſegmenta ſecetur: Cubus, qui ex tota, æquum erit his, ſcilicet duobus cubis ſectionum, & triplo eius, quod fit

fit ex quadrato vtriuſque in reliquam. Sit a b. quantitas, vtrunq; in duo diuiſa, ſcilicet in a. & in b. Dico, quòd cubus totius a b. æqualis erit his, ſcilicet cubo ipſius a. & cubo ipſius b. & triplo eius, quod fit ex quadrato a. in b. necnon & triplo eius, quod fit ex quadrato b. in a. Quod ſic oſtendam. Per quartam ſecundi Elementorum, quadratus totius a b. eſt æquum his, ſcilicet quadrato ipſius a. quadrato ipſius b. & duplo eius, quod fit ex a. in b. Ergo, propter æquam vtrobique multiplicationem, cubus a b. æqualis erit his, ſcilicet ei, quod ex a b. in quadratum ipſius a. & ei quod ex a b. in quadratum ipſius b. & duplo eius, quod ex a b. in productum ex a. in b. Sed per primam ſecundi Elementorum, quod fit ex quadrato ipſius a. in a b. æquum eſt his, ſcilicet eis quod fit ex quadrato ipſius a. in a. ſcilicet cubo ipſius a. & ei quòd fit ex quadrato ipſius a. in b. Illud autem, quod fit ex quadrato ipſius b. in totam a b. æquum eſt his, ſcilicet ei, quod fit ex quadrato ipſius b. in b. ſcilicet cubo ipſius b. & ei, quod fit ex quadrato ipſius b. in a. Item per primam ſecundi Elementorum, quod fit ex producto ipſarum a b. in totũ a b. ęquũ eſt his ſcilicet ei quod fit ex producto ipſarum a b. in a. & ei, quod fit ex eodem producto in b. Sed quod fit ex producto ipſarum a b. in a. æquũ eſt ei, quod fit ex quadrato ipſius a. in b. Illud autem, quod fit ex producto ipſarum a b. in b. æquum eſt ei, quod fit ex quadrato ipſius b. in a. Ergo quod fit ex producto ipſarum a b. in totã a b. æquum erit his, ſcilicet ei, quod fit ex quadrato ipſius a. in b. & ei, quod fit ex quadrato ipſius b. in a. Quare & duplum eius, quod fit ex produto ipſarum a b. in totam a b. æquum erit his, ſcilicet duplo eius, quod fit ex quadrato ipſius a. in b. & duplo eius quod fit ex quadrato ipſius b. in a. Ergo commutatis ęqualibus, cubus totius a b. ęqualis erit his, ſcilicet cubo ipſius a. cubo ipſius b. triplo eius, quod fit ex quadrato ipſius a. in b. & triplo eius, quod fit ex quadrato ipſius b. in a. Quod fuit demonſtrãdũ.



per 4ª ſecundi

□.ab — □.a.□.b.▭a.b ▭

Ergo

Cubus a b. æquus eſt trib' ſolidis: a b. a a. / a b. b.b. / duploq; ipſi' a b.a.b.

ſed per pª 2ª

Cub' a. & ſolidũ a. a. b. æq̃lia sũt ſolido a.a.ab.

Item

Cub' b. & ſolidũ b. b. a æq̃lia sũt ſolido.b.b.a b.

Item

Solidũ a.b.a b. æquũ eſt ſolidis.a. a.b. atq; b.b.a

Et ideo

duplũ illi' ęquũ duplo horũ.

Igitur

Cub' a b. æquatur: Cubo a. / Cubo b. / triplo ſolidi a.a.b. / Triplo ſo. b.b.a.

PROPOSITIO 22ª.

Si quantitas quælibet in duo ſegmenta diſpeſcatur, cubus totius æqualis erit his, ſcilicet duobus cubis ſegmentorum, & triplo ſolidi, ſub tota & ſingulis ſegmentis contenti. Eſto, vt prius, quantitas a b. vtcunque ſecta in a. & b. ſegmenta: Dico, quòd cubus totius a b. ęqualis eſt his, ſcilicet cubo ipſius a. Cubo ipſius b. & triplo ſolidi, cuius latera ſunt tota a b. a. & b. Quod ſic oſtendam. Per præcedentem, cubus totius a b. æqualis eſt his, ſcilicet cubo ipſius a. cubo ipſius b. & triplo eius, quod ex quadrato ipſi' a. in.



per præmiſſam.

Cub' a b. Cubo.a. / Cubo.b / triplo ſolidi.a.a b. / triplo ſolidi.b.b.a.

ſed per p^a 21
☐.a.cū ▭. a b. ęqlia ſunt ſimul ſumpta ▭.a b.a

a.in b.ac triplo eius, quod ex quadrato ipſius b.in a. Sed per primam ſecūdi Euclidis, quadratum ipſius a.cum eo quod ex a. in b. ſimul ęqualia ſunt ei quod ex a b. in a. Et per eandem quod fit ex quadrato ipſius a.in b. vnà cum eo, quod fit ex a b. in b æquale eſt ei, quod ex producto totius a b. & a.in b. hoc eſt, ſolido trium laterū a b. a. b. Atque, quod ex producto totius a b. in b. æquale eſt ei, quod ex quadrato ipſius b. in a. hoc eſt, ſolido trium laterum a. b b. Igitur, quod ex quadrato ipſius a. in b. vnà cum eo, quod ex quadrato ipſius b. in a. æqualia ſunt ei, quod ex producto ipſius a b. & a. in b. hoc eſt ſolido trium laterum a b. a. & b. Quare & triplum illius, æquale triplo huius. Ergo cubus totius a b. æqualis erit his, ſcilicet cubo ipſius a. cubo ipſius b. & triplo ſolidi, cuius latera ſunt a b. a. b. Quod erat demonſtrandum.

Igitur
Solidum a.a.b.cū ſolid.b b a. ęqualia ſunt ſolido a b.a b
Quare &
Tripla illorū ęqlia triplo hui⁹.
Ergo.
Cub⁹ a b. { Cubo. a. Cubo b triplo ſolidi. a b. a. b.
Quod eſt ꝓpoſitum.

Propositio 23^a.

a	b	c	d
16	24	36	54

e	f
256	576

g: 13824

h: 13824

Si fuerint duo numeri in proportione cuborum numerorum, qui fiet ex vno eorum in quadratū reliqui, cubus erit. Sunto duo ſolidi numeri ſimiles a d. tales enim vt in octauo Elementorum oſtenſum eſt, habent adinuicem rationem, quam cubus numerus ad cubum numerum. Sitque ipſius a. quadratus numerus e. & ex e. in d. fiat g. Aio, quòd g cubus numerus eſt. Nam per decimam octauam octaui Elementorum, ipſis a d. interſunt duo numeri medij proportionales, qui ſint b c. Sit itaque ipſius b. quadratus ipſe f. & ex b. in f. fiat h. qui cubus erit ipſius b. Oſtendam igitur, quòd g. æqualis eſt ipſi h. hoc modo. Ratio ipſius e. ad ipſum f. per vndecimam octaui, eſt ſicut ratio ipſius a. ad ipſum b. duplicata: quoniam ſcilicet e f. ſunt ipſorum a b. quadrati. Sed ratio b. ad d. eſt rationis a. ad b. duplicata. Igitur, ſicut b. ad d. ſic e. ad f. Quare, per viceſimamſeptimi, qui fit ex d. in e. hoc eſt, ipſe g. æqualis eſt ei, qui fit ex b. in f. hoc eſt ipſi h. Cubus autem fuit h. ipſius b. ergo & g cubus idem erit. Quod eſt propoſitum.

Propositio 24^a.

a	b
r.cu.3.	r.cu 24.

c	d
r.cu 9.	r.cu.576.

e	f
3	24

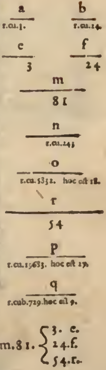
g	k
r.cu.1728.hoc ē 12.	r.cu.216.ſ.6.

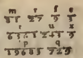
h	l
36	18

m: 81.

Propoſitis duabus quantitatibus cubo tantùm cognitis, eas coniungere: & minorem à maiori ſubtrahere. Sunto propoſitæ magnitudines a b. quarum quadrata a b. & quarum cubi e f. volo eas coniungere per cubos, hoc eſt, comperire cubum totius a b. tanquā vnius magnitudinis. Duco a.in d.& proueniat g. Cui⁹ triplum ſit h. Item duco b. in c. & proueniat k. cuius triplum ſit l. Mox aggregatum ipſorū e f h l. ſit m. Qui, per 21ª præcedentem, erit cub⁹ totius a b. qui quærebatur. Vnde radix cubica ipſius m. erit.

erit aggregatum propoſitarum magnitudinum a b. Et nota, quòd ſi cubi, qui cogniti ſupponuntur, ſcilicet e f. fuerint in proportione cuborum numerorum; tunc per corollarium 14[æ] huius, ipſæ magnitudines a b. erunt ad inuicem commenſurabiles. Vnde tunc tam g, quàm k. erunt rationales quantitates: quoniam eorum cubi ſunt cubi numeri, per præcedentem: quandoquidem producũtur ex quadratis numerorum e f. in proportione cubica exiſtentium, multiplicatis viciſſim in ipſos numeros e f. Quamobrem cùm g k. tunc ſint rationales, eorum tripli ſcilicet h l. rationales erunt: cumque e f. per hypotheſim ſint rationales, quia cubi cogniti, erit aggregatum ex e f h l. hoc eſt, ipſe m. cubus totius a b. numerus rationalis: quare tota quantitas a b. erit cubo cognita, & vnius nominis, ſicut, corollarium 14[æ] concludit. Contrà de tota magnitudine a b. cognita per cubum eius m. volo ſubtrahere magnitudinem a. cuius cubus e. idque per cubos, hoc eſt reperire cubum relictæ, qui eſt f. Sit itaque n. qui ſit ex a b. tota in a. Quod autem fit ex n. in b. ſit o. cuius triplum ſit r. eritque per antepræmiſſam m. æqualis aggregato ipſorum e f. & r. Itaque ex n. in totam a b. fiat p. & ex m. in a fiat q. Vnde, per primam ſecundi Euclid. p. æqualis erit aggregato ipſarum o q. Aufero igitur ipſum q. ab ipſo p. & ſupererit o. cuius triplum r. iungo cum e. & aggregatum minuo ab ipſo m. & ſupererit f. cubus ſcilicet ipſius b. quæſitus, quæ poſt ipſius a. à tota a b. ſubtractionem relinquitur. Hic rurſum nota, quòd ſi cubi, qui cogniti ſupponuntur, ſcilicet m. & e fuerint ad inuicem ſicut cubi numeri: tunc per corollarium quartædecimæ huius, ipſæ magnitudines a b. tota & a. erunt ad inuicem commenſurabiles. Vnde tũc neceſſe eſt, cubos ipſarum p q. magnitudinum, eſſe cubos numeros, & perinde ipſas p q. eſſe rationales: vnde ſequitur, vt earum differentia ſcilicet o. ſit rationalis, eiuſque cubus, numerus cubus. Quod ſic oſtendi poteſt. Cùm m. & e. ſint ad inuicem, ſicut cubi numeri: intererunt ipſis, per decimam octauam, octaui duo medij proportionales, qui ſint r ſ. Sit autem ipſius m. quadratus t. & ipſius e. quadratus x. fiatque ex m. in e. numerus n. qui fuit cubus magnitudinis n. Et ex m. in n. numerum fiat numerus p. qui fuit cubus magnitudinis p. Itemq; ex n. in e. fiat numerus q. qui fuit cubus magnitudinis q. Dico igitur, quòd p. numerus eſt cubus ipſius r. Atque quòd q. numerus eſt cubus ipſius ſ. Nam, cùm m e. numeri ſint ad inuicem, ſicut cubi numeri, & eorum quadrati ſint t. & x. Iam per præcedentem, tam numerus, qui ex e. in t. quàm numerus qui ex m. in x. producitur, Cubus





numerus.

numerus erit: cùm autem m. multiplicãs ſe ipſum faciat t. & multiplicans ipſum n. faciat e. erit, per primam ſexti Elementorum, ſicut m. ad e. ſic t. ad n. Quare per vigeſimam ſeptimi, qui fit ex m. in n. ſcilicet ipſe p. æqualis erit ei, qui ex e. in t. qui cubus fuit. Igitur p. cubus, cuius radix r. Similiter cum e. multiplicans ſe ipſum faciat x. & multiplicans ipſum m. faciat n. Erit ſicut e. ad m. ſic x. ad n. Quare, qui fit ex e. in n. ſcilicet ipſe q. æqualis erit ei, qui ex m. in x. qui cubus fuit: Igitur q. cubus erit, cuius radix ſ. Tam igitur p. quàm q. cubus numerus eſt. Quod fuerat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd ſi duo numeri ſeruantes rationem cuborum, ſinguli multiplicent ſuum productum, qui ex inde fient, cubi numeri erunt. Quod corollarium, cum præcedenti propoſitione quàm decentiſſime locari poterat in arithmeticis Elementis: vt ſicut ibi oſtenſum eſt, ex ductu ſimilium planorum generari quadratos; ita conſtet etiam, qua ratione, quoque ductu ex cubis numeris, cubi quoque numeri naſcãtur. Sed hæc ideo adducta ſunt, vt regula additionis, & ſubtractionis radicum cubicarum peculiaris: & reſpondens regulæ in decimatertia huius de quadratis radicibus traditæ, melius noteſceret. Quamquàm vlterius illa ſpeculari, quæ ab Euclide neglecta ſunt, nimis curioſum eſſet. Itaque ad reliqua transeamus.

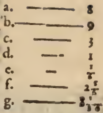
PROPOSITIO 25.

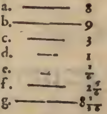
Propoſitæ cuiuſpiam quantitatis radicem quadratam extrahere.

Si numerus repræſentans propoſitam quantitatem ſit numerus quadratus, tunc radix eius numeri erit numerus repræſentans radicem quantitatis propoſitæ, per ſecundam huius libelli. Si autem propoſita quantitas contineat partem, vel partes poſitæ quantitatis, tunc ſit eius numerator a. & denominator b. qui ſupponantur vel quadrati, vel in ratione quadratorum numerorum: ſi quadrati, ſic capiantur: ſi in ratione quadratorum numerorum, redigantur ad minimos eiuſdem rationis [illegible] per trigeſimanonam ſeptimi: qui ſint ipſi a b. eruntque per corollarium ſecundæ octaui, a b. numeri quadrati: Sit ergo ipſius a. radix ipſe c. numerus: & ipſius b. radix ipſe d. numerus. Aio igitur, quòd quantitas c d. cuius numerator eſt c. & denominator d. erit radix quadrata propoſitæ quantitatis a b. Quod ſic conſtat.

Quoniam

Quoniam numerus c. eſt radix numeri a. & numerus d. radix numeri b. palam eſt, quòd numerus c. in ſe ductus producit numerum a. & numerus d. in ſe ductus producit numerum b. Quare per regulam multiplicationis in octaua huius traditam, ex quantitate c d. in ſe ipſam multiplicata producitur quantitas a b. & ideo per diffin. quantitas c d. radix quadrata eſt ipſius a b. propoſitæ quantitatis: quod erat demonſtrandum. Quando autem numeri reputantes propoſitam quantitatem non fuerint quadrati numeri. tunc talis quantitati radix quadrata non poteſt numero notari: eſt enim ſolum potentia hoc eſt quadrato rationalis, & per numerum propoſitum, tanquam quæſitæ radicis quadratum ſolummodo prætertur. Exempli gratia: Radix 3. vel Radix 5. Poterimus tamen numero magis ac magis vicino ipſam radicem non quadrati numeri ſignificare. Exempli gratia: ſit quantitas propoſita ipſo a. numero non quadrato ſignificata: cuius volo radicem quadratum prope verum inuenire. Capio numerum quadratum b. proxime maiorem ipſo a. numero cuius radix ſit c. quæ iam erit prima radix propinqua quæſitę, ſed, vt propinquiorē inuēniā, ſubtrahā a. ab ipſo b. & reſiduum ſit d. quod partior per duplū ipſius c. per nonā huius: & proueniat quātitas e. quā ſubtraho ab ipſa c. & ſuperſit f. quod multiplicatum in ſe facit g. Dico itaq; , quòd f. eſt radix ipſius a. ꝓpior, quàm c. & ipſe g. quadratus vicinior ipſi a. quàm quadratus ipſe b. Quod ſic patet. Cum c. ſecetur in e. & f. erit, per quartam ſecundi elementorum, b. ipſius c. quadratus æqualis his, ſcilicet quadrato qui ex e. quadrato qui ex f. ſcilicet g. & duplo eius, quod fit ex e. in f. Et idem quoque b. eſt æquale ipſi a. vnà cum d. Sed d. eſt duplum eius, quod fit ex c. hoc eſt, ex toto e f. in e. igitur b. æqualis erit ipſi a. & duplo eius, quod fit ex e f. in e. Sed duplum eius, quod fit ex e f. in e. eſt æquale duobus quadratis ipſius e. & duplo eius, quod fit ex e. in f. per tertiam ſecundi Euclid. bis aſſumptam. Ergo b. æqualis erit ipſi a. & duobus quadratis ipſius e. & duplo eius, quod fit ex e. in f. Fuerat autem & b. æqualis quadrato, quod ex e. & ipſi g. & duplo eius, quod ex e. in f. Igitur quadratum, quod ex e. & ipſum g. & duplum eius, quod ex e. in f. ſunt æqualis his, ſcilicet ipſi a. & duobus quadratis ex e. & duplo eius, quod ex e. in f. Quare, demptis vtrinque quadrato e. & duplo eius, quod ex e. in f. relinquentur inde quidem ipſum g. hinc verò a. vnà cum quadrato ipſius e. inuicem æqualia. Itaque g. excedit ipſam a. in quadrato ipſius e. Et ſuperatur





ab ipſo b. quandoquidem f. ſuperatur a b. radix ſcilicet à radice. Atque ideo f. erit vicinior radici ipſius a. quàm fuerat c. adhuc tamen maior ea: quandoquidem g. maius ipſo a. quadratum quadrato. Similiter autem ſicut per ipſos b. & c. quadratum & radicem inuenimus f. radicem quæſitę viciniorem quàm fuerat c. Ita rurſum per g. & f. quadratum & radicem inueniemus radicem quæſitæ propinquiorem, quàm eſt f. Et ſimiliter, iterum atque iterum viciniorem, ſemper tamen aliquanto maiorem, donec exceſſus redigatur ad fractiunculam atomo ęqualem, ac quãtouis minorem in infinitum, nunquàm tamen ipſi æqualem: quoniam quęſita irrationalis eſt, & in terminos numerarios non cadit. quæ omnia exercitio practici exempli calculando facile experieris. Poteris & alia via propinquare radici ignotæ ſic. ſit a. numerus non quadratus, cuius volo prope verum veſtigare radicem: aſſumo ingentem numerum quadratum, vt puta cẽtenariũ, qui ſit b. cuius latus c. Multiplico a. in b. & produco d. Quo fit, vt ſi a. propoſitus ſit exempli gratia 8. ipſe d. proueniat 800. cuius radix quidem maior quàm 28. minor, quàm 29. quæ ſit e. Et quoniam quadrata ſunt in dupla ratione radicum, cum d. numerus ſit centuplus ad ipſum a. quadratum, ſcilicet ad quadratum: iam e. radix ipſius d. erit decupla ad radicem ipſius a. Hoc eſt, cum d. ad a. ſit ſicut b. centenarius ad vnitatem: erit e. ad f. ſicut b. ad c. vel ſicut c. ad vnitatem, hoc eſt, decuplus. Igitur f. erit decima pars ipſius e. hoc eſt, maius quàm $2\frac{8}{10}$ minus verò, quàm $2\frac{9}{10}$ & hæc eſt ipſius a. radix quæſita. Quòd ſi per centenario aſſumpſiſſẽ quadratum numerum maiorem, vt centies centum, per minutiores partes magis vero appropinquaſſem. magiſque ſi ad calculum millionem quadratum applicaſſem. Itaq; deinceps in infinitum, licèt verum numerario termino attingi nullatenus poſſit.

c —— 10 b — 100
a —— 8 d — 800
f. $2\frac{8}{10}\frac{9}{10}$ e — 28 29

Propositio 26ª.

Propoſita cuiuſpiam quantitatis radicem cubicam extrahere. Si numerus repræſentans propoſitam quantitatem, ſit numerus cubus, tunc radix cubica eius numeri erit numerus repræſentãs propoſitæ quantitatis radicem, per ſecũdam huius libelli. Si autem propoſita quantitas ſignetur per duos numeros: tunc ſit eius numerator e. & denominator f. qui ſupponãtur vel cubi numeri vel in ratione cuborum numerorum. Si cubi, ſic capiantur: ſi autem in ratione cuborum, redigantur ad minimos eius rationis, per 39ª ſeptimi, qui ſint ipſi e f. eruntque per corollariũ ſecundæ

a.2 — c.4 — e. 8
d.3 — b.3 — f. 27

octaui

octaui e f. numeri cubi: ſit ergo ipſius e. cubica radix c. numerus, & ipſius f. cubica radix ipſe d. numerus. Aio igitur, quòd quantitas c d. cuius numerator c. denominator aũt d. erit radix cubica propoſitæ quantitatis e f. Quod ſic conſtat. Ducatur c. in ſe, & fiat a. Item d. in ſe & fiat b. Eritque per diffin. quantitas a b. quadratum ipſius c d. Cumque ex radicis ductu in ſuum quadratum proueniat cubus ipſius radicis: iam ex ductu quantitatis c d. in quantitatem a b. proueniet cubus ipſius c d. Sed ex tali ductu quantitatum proueniet quantitas e f. per regulam multiplicationis in octaua huius traditam, quoniam ſcilicet ex ductu c a. numeratorum fit e. numerator, & ex ductu d b. denominatorũ fit f. denominator; igitur e f. quãtitas eſt cubus ipſius c d. quantitatis, & perinde c d. radix cubica ipſius e f. propoſitæ quantitatis quæſita. Quando autem numeri repræſentantes propoſitam quantitatem, non fuerint cubi numeri; tunc, ſicut in prima propoſitione dictum eſt, talis quantitatis cubica radix non erit rationalis, & in numerarios terminos non cadit, nec niſi per cubum profertur, ſit radix cubica 7. & ℞. cubica 9. poterimus tamen per numeros magis ac magis ipſi propinquare, ſicut in præcedenti pro radice quadrata veſtiganda fecimus. Sit enim, exempli gratia, a. quantitas propoſita non quidem cubo numero ſignificata, cuius cubicam radicem veſtigare iubear, quam non niſi prope, propiusq; tentim accedendo, conijcere poſſum: ſicut in numero non quadrato de quadrata radice faciebam. Sit itaque ipſo numero a. proxime ſuperior. b. cubus: cuius radix cubica ſit c. Deinde ſubtraho a. ab ipſo b. & reſiduum ſit d. Quod partior per triplum quadrati, quod ex c. & proueniat e. Hoc ſubtraho ab ipſo c. & reſiduum ſit f. cuius cubus eſto g. Dico itaque, quòd f. eſt propinquior radici cubæ ipſius a. quàm erat c. Atque quòd g. cubus eſt vicinior ipſi a. quàm erat b. Nam, per vigeſimam primam huius, cum c. quantitas ſecetur in ipſas e. & f. erit cubus ipſius c. ſcilicet ipſe b. æqualis his, ſcilicet cubo ipſius f. qui eſt g. & cubo ipſius e. & triplo eius quod ex quadrato ipſius e. in f. necnon triplo eius quod ex quadrato ipſius f. in e. Cumque idem b. ſit æqualis ipſis a d. ſimul, atq; d. ſit æqualis triplo eius, quod fit ex quadrato ipſius c. in e. & ideo triplo eius, quod fit ex quadrato ipſius e f. in e. propterea b. æqualis erit his, ſcilicet ipſi a. & triplo eius, quod fit ex quadrato ipſius e f. in e. Sed, per vigeſimam

1 — $\frac{2}{3}$ — $\frac{4}{9}$ — $\frac{8}{27}$

a — 7

b — 8

c — 2

d — 1

e — $\frac{1}{12}$

f — $1\frac{11}{12}$

g — $7\frac{71}{1728}$

Dd huius,

huius,quod fit ex quadrato ipſius e f.in e.æquale eſt his, ſcilicet ei,quod ex quadrato ipſius f. in e. & ei,quod ex quadrato ipſius e.in f.atq; ei,quod ex quadrato ipſi° e.in totam e f. Igitur triplum eius,quod ex quadrato ipſius e f. in e.æquale erit his,ſcilicet triplo eius,quod ex quadrato ipſius f. in e.& triplo eius quod ex quadrato ipſius e.in f. atque triplo eius, quod ex quadrato ipſius e. in e f. Quamobrem ipſa b. erit etiam æqualis his.ſ.ipſi a.& triplo eius,quod ex quadrato ipſius f.in e. & triplo eius,quod ex ipſius e.quadrato in f. atq; triplo eius,quod ex quadrato ipſius e.in e f. Verùm,per 21ª. huius,idem b. cubus æqualis eſt his,ſcilicet ipſi g. qui cubus eſt ipſius f.& cubo ipſius e.& triplo eius,quod fit ex quadrato ipſius e.in f.triploque eius,quod ex quadrato ipſius f.in e. Quoniam ſcilicet e. & f. conſtituunt ipſam e.radicem ipſius b. Ergo hęc, ſcilicet ipſa a. triplum eius, quod ex quadrato ipſius f.in e.& triplum eius, quod ex quadrato ipſius e. in f. cũ triplo eius, quod ex quadrato ipſius e. in e f. ſimul erunt æqualia his ſimul,ſcilicet ipſi g. cubo ipſi° f.& cubo ipſius e. & triplo eius,quod ex quadrato e.in f.& triplo eius,quod ex quadrato ipſius f.in e. Demptis igitur vtrinque his, ſcilicet triplo eius,quod ex quadrato ipſi° e.in f. & triplo eius quod fit ex quadrato ipſius f.in e.ſupererunt g.& cubus ipſius e.ſimul æqualia ipſi a. & triplo eius,quod ex quadrato ipſius e. in e f. Itaque g. tanto maior eſt ipſo a. quanto triplum eius quod ex quadrato ipſius e.in e f. ſiue in c.maius eſt cubo ipſius e. Maius eſt enim id, quod ex quadrato ipſius e. in e f. quàm cubus ipſi° e.qui ex quadrato ipſius e.in ipſum e.producitur.Multo magis ergo & triplum eius,quod ex quadrato ipſius e.in e f.ſeu in c.maius erit cubo ipſius e.Cùm igitur g.ſit maior ipſo a.minor autem ipſo b.quandoquidem f.minor fuit ipſa c. radix radice. erit f. propinquior cubicæ radici ipſius a.quàm fuerat c. Adhuc tamẽ f.maior eſt ipſa quæ ſita radice cubica ipſius a.quandoquidẽ g.cubus maior, q̃ a. Similiter autem,ſicut per b.& c. inuenimus f. radicem viciniorem radici ipſius a.quàm fuerat c.ita rurſus per g.& f.inueniemus radicem propiorem radici ipſius a. quàm fuit f.& ſimiliter iterũ,atq; iterũ propinquiorẽ, nũquã tñ in infinitũ punctuale verũ,numeratio termino attingẽtes. Quin etiã id ipſum,ſicut in quadrata fecim°,aliter attẽtabimus ſic: Sit a. numerus nõ cubus, cuius velim coniectare cubam radicem. Aſſumo cubum numerum magnũ,vtputa millenarium,qui

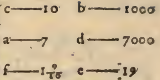
a —— 7
b —— 8
c —— 2
d —— 1
e —— $\frac{1}{12}$
f —— $1\frac{11}{12}$
g —— $7\frac{71}{1728}$

c —— 10
a —— 7
f —— $\frac{1}{10}$

b —— 1000
d —— 7000
e —— 19

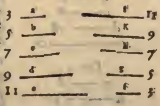
ſit

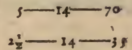
ſit b. cuius radix cubica ſcilicet denarius ſit c. Multiplico ipſum a. in b. & produco d. Quo fit, vt ſi a. propoſitus numerus ſit 7. iam ipſum productũ d. ſit 7000. Cuius radix cubica quidẽ paulò maior eſt, quàm 19. quæ ſit e. & quoniam cubi ſunt ad inuicẽ in tripla ratione radicum; propterea cũ d. numerus ſit millecuplus ad ipſum a. cubus ſcilicet ad cubũ: iã e. radix ipſius d. decupla erit ad radicem ipſius a. igitur radix ipſius a. quæ ſit f. erit pars decima ipſius e. hoc eſt, paulò maior, quàm $1\frac{9}{10}$. Quòd ſi pro millenario aſſumpſiſſem cubum maiorem, vtputa millionẽ, vicinior verò fuiſſem. Itaq; deinceps: nã maior numerus diſtinctus partes exprimit. quia numeroſior: neq; aliter geometrico pũcto accedere licet propter incommenſurabilitatem quęſitæ radicis, in nullum numerum cadentis. Hæc de radicum quadratarum, & cubicarũ extractione ſatis. Nunc ad progreſſiones veniamus. Nam quemadmodũ datæ quãtitatis quadrata vel cubica radix via giometrica extrahatur in libello Datorũ Theonis docuimus. Illius regulam Euclides in vltima ſecundi: Huius verò præceptum Philon Byzantius, Apollonius, Archytas, Pappus, Eratoſthenes, Menæchmus & alij tradidere: vt Eutotius Aſcalonita in commentarijs Archimedis ſcripſit.



PROPOSITIO 27ª.

Cùm fuerint quotcunque quantitates per idem crementum ſeriatim creſcentes, ex dimidio numeri ipſarum in congeriem ex prima & vltima multiplicato producitur aggregatum ipſarum omnium. Exempli gratia, ſint quinque magnitudines, a b c d e. ſeriatim & eodem acceſſu creſcentes: ſitq; a. minima e. verò maxima. Dico, quòd ſi dimidium quinarij ducatur in congeriem ipſarum a e producetur aggregatum ipſarum a b c d e. Ponatur enim totidem magnitudines & ſingulæ ſingulis ipſis a b c d e. æquales f g h k l. ſed ordine præpoſtero diſpoſitæ: ſic enim fiet, vt, cremento vnius ordinis decrementum alterius repenſante, binarum quarumuis vna ſit congeries: Vnde vtriuſque ordinis aggregatum planus numerus erit ſub duobus lateribus contentus: quorum vnũ erit numerus combinationum, ſcilicet quinarius, alter verò congeries ipſa binarum. Talis autem congeries conſtat ex minima & maxima. Igitur quinarius in talem congeriem ductus, producet aggregatum vtriuſq; ordinis. Quare & dimidium quinarij in eandem congeriem multiplicatum producet aggregatum vnius ordinis. Quod fuit demonſtrandũ.





PROPOSITIO 28ª.

Radicum ab vnitate per ordinem diſpoſitarum, vltima in ſuccedentem multiplicata, producit numerum, cuius dimidium eſt aggregatum ipſarum radicum omnium. Nam per ſeptimam præcedentis libri tale productum eſt duplum trianguli collateralis vltimę radicis: triangulus autem eſt, per diffin. aggregatum omnium radicum vſque ad vltimam incluſiue. Cum ergo dimidium talis producti ſit ęquale triangulo, erit & æquale aggregato radicum: Quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 29ª.

a — 1
b —— 3
c —— 5
d ——— 7
e ———— 9
25

Numerus multitudinis imparium ab vnitate diſpoſitorum in ſe ductus, producit aggregatum ipſorum imparium omnium. Exempli gratia, ſint quinque impares a b c d e. ab vnitate diſpoſiti: dico, quòd quoniam quinque ſunt, quinarius in ſe ductus producit aggregatum ipſorum quinq; imparium. Nam, per quintamdecimam præcedentis libri, quinq, dicti impares aggregati conficiunt quintum numerum quadratum, qui ex quinario in ſe ducto producitur. Verum eſt ergo propoſitum in omni caſu.

PROPOSITIO 30ª.

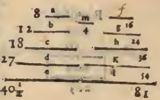
a — 2
b —— 4
c —— 6
d ——— 8
e ———— 10
f — 5
g —— 6
h ——— 30

Numerus multitudinis parium à binario ſucceſſiue diſpoſitorum, multiplicatus in numerum vnitate maiorem, producit aggregatum ipſorum parium omnium. Exempli grátia, ſunto quinq; pares a b c d e. à binario per ordinem diſpoſiti. f. autem ſit quinarius numerus ipſorum. g. autem numerus vnitate maior, ſcilicet ſenarius, & ex f. in g. fiat h. Aio, quòd h. eſt aggregatum ipſorum a b c d e. parium. Quod ſic patet. palam eſt, quòd in tali exemplo f. eſt quinta radix, & g. ſexta radix: Igitur, per ſeptimam præcedentis libri h. talium radicum productum eſt numerus parte altera longior ſextus: qui per octogeſimam quintam dicti libri, eſt aggregatum ipſius e. paris ſexti loci, & omnium præcedentium: quod erat demonſtrãdum. Et ſimiliter in oĩ caſu conſtabit propoſitũ.

PROPOSITIO 31ª.

Si in vno ordine fuerint quotlibet quantitates continue proportionales, & in ſecundo ordine quantitates vna plures in eadem ratione continue proportionales, ita vt earum differentiæ ſint quantitatibus primi ordinis ſingulæ ſingulis æquales: tunc differentia primæ & poſtremæ ſecundi ordinis æqualis erit aggregato quantitatum primi ordinis. Ponantur in primo ordine quantitates continue proportionales quotuis,

nis, vtpute quatuor a b c d. quib⁹ ſuccedat in eadẽ ꝓportione ipſa e. q̃nta. Deinde in ſecũdo ordine vnà plures quãtitates. ſ. quinq; f g h k l. ita cõparatæ, vt dfa ipſarũ f g. ſit æqualis ipſi a. Et differentia ipſaꝵ g h. æqualis ipſi b. & dfa ipſaꝵ g k. æqualis ipſi c. & differentia ipſarum k l. æqualis ipſi d. Tunc aio, ꝙ differentia ipſarum f l. erit æqualis aggregato ipſarũ a b c d. Patet propoſitũ: qm̃ differentia ipſaꝵ f l. extremarũ conficitur ex differentijs quatuor medijs: quæ per hypoteſim ſunt æquales ipſis quatuor a b c d. quantitatibus. Sed ſuppoſitis magnitudinib⁹ primi ordinis: ſic inueniẽtur magnitudines ſecundi ordinis. Sit ipſaꝵ a b. differentia m. & ſicut eſt m. ad ipſam a. ſic ſit a. ad f. & ſicut eſt a. ad e. ſic ſit f. ad l. Vnde ſicut ipſis a e. interſunt tres mediæ proportionales: ita & ipſis f l. totidem mediæ proportionales in eadem proportione intererunt. quæ ſint g h k. Et, quoniam pp ſimilem proportionem, ſicut eſt a. ad f. ſic eſt differentia ipſarum a b. ſcilicet m, ad differentiam ipſarũ f g. fuitq; & m. ad a. ſicut a. ad f. ideo m. eandem habebit rationem ad a. & ad differentiam ipſarum f g. æqualis ergo eſt a. differentiæ ipſaꝵ f g. Sed cum differentiæ ſeruent continuatam magnitudinũ proportionẽ, propterea tam b. dfæ ipſarũ g h. q̃ c. differentiæ ipſarum h k. q̃ d. differentiæ ipſarũ k l. ęqualis erit. Hinc oritur regula progreſſionis magnitudinũ continue proportionalium. Nam ex m. & a. iam notis, noteſcit f. deinde ex a. e. & f. nota venit l. cuius & ipſius f. exceſſus eſt aggregatum ipſarum a b c d. ſicut oſtenſum eſt.



PROPOSITIO 32ᵃ.

Si ſecundũ duos terminos ſummantur quotlibet quãtitates cõtinue proportionales, quarũ extrema multiplicẽt ipſi termini: tũc productorũ differentia diuiſa inter-minorũ differẽtiã, exhibet aggregatũ ipſarum quantitatum. Sunto duo termini, gratia exẽpli, numeri 2. & 5. quorum quadrati 4. & 25. cubi autem 8. & 125. ſecundi quadrati 16. & 625. quadratis autem interſit medius proportionalis 10. cubis duo medij proportionales 20. & 50. ſecundis quadratis tres medij proportionales 40. 100. 250. qui ſinguli producuntur ex ductu terminorum in ſe, & ad inuicem, & inde in ſingulos ſecundi, & tertij ordinis numeros, vt aſſolet multiplicatorum. In horum tertio ordine ſunt quatuor numeri continue proportionales ſcilicet 8. 20. 50. 125. in quorum extremos 8. & 125. multiplicati termini 2. & 5. producunt 16. & 625.

1
2 . 5
4 . 10 . 25
8 . 20 . 50 . 125
16. 40. 100. 250. 625.

quorum differentia eſt 609. Aio, quòd huiuſmodi differentia diuiſa in differentiam ipſorum 2. & 5. hoc eſt, in 3. exhibet aggregatum dictorum quatuor numerorum continue proportionaliũm, ſcilicet 8. 20. 50. 125. quod ſic oſtenditur. Quoniam 2. ductus in ſe, facit 4. ductus in 5. facit 10. Iam idem 2 in 3. quę differentia eſt ipſorum 2. & 5. producet differentiam ipſorum 4. & 10. productorum: quoniam multiplicator ductus in differentiam multiplicatorum, producit differentiam productorum. Item quoniam 5. in 2. facit 10. & in ſe facit 25. iam & idem 5. in 3. faciet differentim ipſorum. 10. & 25. Simili ratione, quoniam 2. in 4. facit 8. & 5. in 4. facit 20. (propter proportionalitatem numerorum) ideo 4. in differẽtiam dictam ipſorum 2. & 5. ſcilicet in 3. faciet differentiam ipſorum 8. & 20. Non aliter deinceps oſtendam, ꝙ dicta terminorum 2. & 5. differentia multiplicata in 10. facit differẽtiam ipſorum 20. & 50. multiplicata quoq; in 25. facit differentiam ipſorum 50. & 125. Quamobrẽ eadẽ terminorum differentia multiplicata in aggregatũ ipſorum 4. 10. 25. faciet aggregatum trium differentiarũ dictarũ, ſcilicet ipſorum 8 & 20. ipſorum 20. & 50. ipſorum 50. & 125. Sed tres tales differentiæ coniunctæ componunt extremorum 8. & 125. differentiam, igitur dicta terminorũ differentia multiplicata in aggregatum ipſorum 4. 10. 25. producet differentiam ipſorum 8. & 125. extremorum. Quare & talis extremorum 8. & 125. (quæ ſunt producta ex terminis in 4. & 25. multiplicatis) differentia diuiſa in terminorum differentiam, exhibebit dictum ipſorum 4. 10. 25. continue proportionalium aggregatum: ſicut propoſitio concludit. Adhuc per eadem omnino demonſtrabimus, quòd ipſa terminorũ differentia multiplicata in ſingulos 8. 20. 50. 125. tertij ordinis numeros, producet ſingulas quatuor ſequentis ordinis numerorũ differẽtias: & pinde eadẽ terminorũ dr̃a mlr̃cata in aggregatũ ipſorum 8. 20. 50. 125. producet aggregatũ dictarum quatuor differentiarũ ſequentis ordinis: & ideo producet dr̃am duorũ extremorũ 16. & 625. quæ ſunt producta ex ductu terminorum 2. & 5. in ipſos 8. & 125. extremos quatuor continue proportionaliũ. Vnde & taliũ productorum differentia diuiſa in differẽtiam terminorũ, exhibebit aggregatũ ipſorum 8. 20. 50. 125. quatuor continue proportionaliũ numerorũ: quod erat demonſtrandũ. Similiter pro cæteris terminis, aut proportionibus oſtẽdam qđ proponitur.

1
2 . 5
4 . 10 . 25
8 . 20 . 50 . 125
16. 40. 100. 250. 625

Regula.
625
16
3 | 609
203

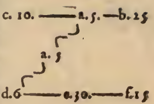
1
3 . 7
9 . 21 . 49
27. 63. 147. 343
81. 189. 341. 1209. 2401

Regula
2401
81
4 | 2320
580

PRO-

PROPOSITIO 33.

Sicut eſt quadratus ad duplum ſuæ radicis, ſic eſt collateralis Triangulus numerus ad ſequentem radicem. Exempli gratia, ſit a. quinta radix b. autem quintus quadratus numerus: & ipſius a. duplus ipſe c. Item d. ſexta radix. cumque a. in ſe faciat ipſum b. Item a. in ſequentem radicem d. faciet ipſum e. per diffin. parte altera longiorem ſexti loci. Cuius dimidi⁹ ſit f. qui per octauam præcedentis libri, erit triangulus quintus. Demonſtrandum eſt ergo, quòd ſicut eſt b. ad ipſum c. ſic eſt f. ad ipſum d. Sic, quoniam a. multiplicans ipſos a d. producit ipſos b e. Iam ideo, per primam ſexti Euclidis, erit ſicut a. ad ipſum d. ſic b. ad ipſum e. & permutatim ſic b. ad a. ſicut e. ad d. Cumq; a. ſit dimidius ipſius c. atque e. dimidius ipſius f. iam, per 23ᵃ quinti Elementorum, erit ex æquali, ſicut b ad c. hoc eſt, quadratus quintus ad ſuam radicem, f. triangulus quintus, ad d. ſextam radicem: quod fuit demonſtrandum. & ſicut pro quinto loco, ita pro quocunque conſtabit propoſitum.

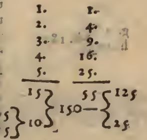


PROPOSITIO 34ᵃ.

Omnis triãgulus multiplicatus in duplum collateralis radicis, producit aggregatum ex cubo & quadrato collateralibus. Repetita deſcriptione præmiſſæ, oſtendendum eſt, quòd f. triangulus quintus multiplicatus in c. duplum ipſius a. radicis quintæ, producit cubi & quadrati quintorum congeriem, hoc modo. Sicut eſt b. quadratus quintus ad c. duplum ſuæ radicis a. ſic eſt f. triangulus quintus ad d. ſequentem radicẽ, per præcedentem. Cùm verò a. in b. per diffin. faciat cubum quintum: Iam d. vnitate maior, quàm a. in b. faciet congeriem ex cubo tali ſuoque quadrato. Sed per 15ᵃ ſexti, quod fit ex d. in b. æquum eſt ei, quod fit ex f. in c. ſiue per 23ᵃ ſeptimi. Igitur f. in c. faciet dictam cubi, quadratique congeriem, quod erat demonſtrandùm. Et ſicut in quinto, ita in quouis loco conſtabit propoſitum.

PROPOSITIO 35ᵃ.

Quod fit ex aggregato quotlibet radicum ab vnitate, ordinatarum multiplicato in duplum radicis vltimæ, ſi iungatur cum ipſo radicum aggregato, cõſtabit triplum aggregati omnium quadratorum ex dictis radicibus ſingulis factorum. Nam cum aggregatum, exempli gratia, quinque radicum ab vnitate ordinatarum ſit per diffin. quintus triangulus: & aggregatum quinq; quadratorum talium radicũ, ſit quinta pyramis



quadrata per diffin. Iam demonſtrandum erit, quòd illud, quod fit ex quinto triangulo in duplum radicis quintę, ſi iungatur cum ipſo triangulo; conſtabit triplum pyramidis quadratæ quintæ. Sed, per præcedentem, id, quod fit ex quinto triangulo, in duplum radicis quintæ, æquum eſt aggregato cubi & quadrati quintorum. igitur demonſtrandum erit, quòd congeries cubi quadrati & trianguli quintorum, æqui ualet triplum pyramidis quadratæ quintæ. Quod cum iam oſtenſum ſit in 63ª præcedentis libri: iam conſtat propoſitum. ita non ſolum in quinto, ſed in quouis alio loco demonſtrabitur, quod demonſtrandum proponitur.

3 } 15 15
55 }

COROLLARIVM.

Hinc regula progreſſionis quadratorum ex radicibus ordinatis factorum conſtat. Quòd ſi numeri progreſſionis propoſitæ ſint ad radices ſingulis ſingulas dupli, tunc quadratorum quæſitorum ſumma, ad quadratorum radicum congeriem erit quadrupla: ſi tripli, nonupla; ſi quadrupli, ſedecupla; ſi quincupli vigecupla quincupla, & ita deinceps: nam quadratorum ratio duplex eſt ad laterum rationem.

PROPOSITIO 36ª.

Si fuerint quotlibet ab vnitate ordinatè radices: quod fit ex aggregato poſtremæ & ſequentis radicum in productum ex eiſdem, duplum ſemper eſt ad congeriem ex cubo quadrato, & triangulo collateralibus poſtremæ: & perinde ſexcuplum pyramidis quadratæ collateralis; hoc eſt aggregati quadratorum ex radicibus ordinatis productorum. Sint, exempli gratia, quatuor ab vnitate radices, quarum vltª ſit a. eiº quadratus b. Dimidium multitudinis radicum ſit c. Radix ſequens, hoc eſt, quinta ſit d. fiatque ex b. in d. numerus e. & ex d. in c. numerus f. Palam eſt, quòd e. eſt aggregatum ex cubo ipſius a. & ex quadrato eius, hoc eſt, ex b. quandoquidem d. multiplicator eſt vnitate maior quàm a. quodq; per 28ª huius f. eſt triangulus quartus, aggregatumque quatuor radicum. Deinde g. ſit aggregatum ipſarum a. d. radicum: & h. ſit productum ex earundem a. d. multiplicatione, fiatque inde ex g. in h. numerus k. & ſic demonſtrandum erit, quòd numerus k. eſt duplum ad aggregatum ex e f. Quod ſic patet. Numerus g. conſtat ex a. & d. & ideo conſtat ex duplo ipſius a. & ex vnitate. & numerus h. conſtat ex a. & b. per nonam præcedentis libri: quoniam h. eſt parte altera longior quinti loci: Et b. eſt quartus quadratus cuius radix a. Igitur ex a. in a b. fiet e. & ex duplo ipſius a. in h.

c. 2 } f. 10
d. 5 }
a. 4 } b. 16 } e. 80
a. 4 }

g. 9 } k. 180
h. 20 }

in h. fiet duplum ipſius e. Sed ex vnitate in h. fit duplum ipſius f. igitur ex aggregato dupli ipſius a. & vnitatis, hoc eſt ex g. in h. fiet duplũ totius e f. quod erat demonſtrandũ. Quòd enim productũ ex vnitate in h. hoc eſt ipſe h. ſit duplũ ipſius f. palã eſt: Nam f. fit ex c. in d. At ipſe h. fit ex a. in d. qui duplus eſt ipſius c. quoniam ſcilicet a. eſt multitudo radicum & c. dimidium talis multitudinis. Cõſtat ergo propoſitum. Sed e f. per præmiſſam, eſt triplum aggregati quadratorum à quatuor radicibus propoſitis factorum: Ergo k. qui fit ex g. in h. ſexcuplus erit aggregati quadratorum, ſicut propoſitio concludit. Quod autem pro quatuor radicibus concluſum eſt, pro quotcunque propoſitis in infinitum demonſtrabitur.

COROLLARIVM.

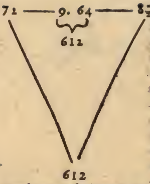
Hinc altera regula elicitur ad habendum cumulum quadratorum à quotcunque ab vnitate ordinatis radicibus factorum. Quod ſi pro radicibus proponãtur aliæ quantitates ſecundùm primæ crementum ordinatæ, tunc proportio earum ſingularum ad ſingulas radices duplicanda eſt. & ſecũdum talem proportionem adaugenda, vel diminuenda erit ſumma radicum, vt proueniat ſumma quadratorum propoſitarum quantitatum.

PROPOSITIO 37.

1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	72

Propoſitis ab vnitate quotlibet radicibus, ſi radix proxime ſequens multiplicet aggregatum ex quadrato poſtremæ & ex dimidio ipſius poſtremæ; producetur triplum ſummæ quadratorum ipſarum radicum propoſitarum. Exempli gratia, ſunto radices octo diſpoſitæ ab vnitate ſingulę cum ſuis quadratis. Radix proxime ſequens erit 9. aggregatum ex quadraro poſtremæ, ſcilicet 64. & ex dimidio ipſius poſtremæ ſcilicet 4. erit 68. Aio igitur, quòd ſi 9. ducatur in 68. producetur triplum ſummę talium quadratorum omnium ſcilicet 612. Quod ſic patet. Per 36ª ſecundi horum arithmeticorum, ex aggregato ipſorum 8. & 9. hoc eſt poſtremæ propoſitarum, & ſequentis proxime radicis, hoc eſt ex 17. in productum earundem ſcilicet 72. fit ſexcuplum ſummæ dictorum quadratorum. Igitur ex $8\frac{1}{2}$ quod eſt dimidium dicti aggregati, in 72. fiet triplũ talis ſummæ. Sed ſicut 72. ad 9. ſic 68. ad $8\frac{1}{2}$. quare, per vigeſimam ſeptimi Elementorũ, quòd fit ex 72. in $8\frac{1}{2}$ æquale.

612. triplum ad 204. quæ eſt ſumma quadratorum.



quod per 36ª ſecundi fuit triplum ſummæ quadratorum dictæ.

$8\frac{1}{2}$ æquale erit ei, quod ex 9. in 68. Igitur ex 9. in 68. fiet triplum dictæ ſummæ quadratorum : quod erat demonſtrandum. Quòd autem 72. ad 9. ſit ſicut 68. ad $8\frac{1}{2}$ patet. nam 72. ad 9. eſt octuplus ex diffin. multiplicationis, atque 68. ad $8\frac{1}{2}$ ſimiliter octuplus : conſtat enim 68. ex duobus, ſcilicet 64. quadrato, & ex dimidio ſuæ radicis, ſcilicet 4. eſtq́; 64. octuplus ad 8. ſuam radicem, & totuplus etiam quatuor dimidius eiuſdem radicis ad $\frac{1}{2}$. Quare totum 68. ad totum $8\frac{1}{2}$ ſimiliter octuplum. Conſtat ergo propoſitum. quod ſicut de octo, ita de quotcunque propoſitis radicibus ſimiliter oſtendemus.

PROPOSITIO 38.

Quod fit ex aggregato quotlibet radicum ab vnitate ordinatarum in ſe ipſum multiplicato, æquale eſt aggregato omnium Cuborum à ſingulis radicibus factorum. Nam per diffin. aggregatum radicum ab vnitate ordinatarum, eſt triangulus numerus poſtremę radicum. Sed triangulus talis in ſe ductus, producit aggregatum cuborum omnium radicum vſque ad poſtremam incluſiue, per 58ª præcedentis libri. Igitur & aggregatum ipſum radicum in ſeſe multiplicatum producit eorundem cuborum aggregatum. quod erat demonſtrandũ.

1 —	1
2 —	8
3 —	27
4 —	64
5 —	125
15	225

COROLLARIVM.

Vnde manifeſta fit regula progreſſionis cuborum. Et hîc, ſicut in quadratis, notandum, quòd ſi pro radicibus proponantur aliæ quantitates ſecundum primę crementum in ordinem continuatæ : tunc proportio earum ſingularum, ad ſingulas radices triplicanda eſt: & ſecundùm talem proportionem adaugenda erit, vel minoranda ſumma cuborum à radicibus factorum, vt proueniat ſumma cuborum propoſitarum quantitatum..

COROLLARIVM.

Item huc ſpectat quidquid de pyramidibus in præcedenti libro concluſum eſt. Nam pyramis triangula eſt congeries triangulorum : quadrata, quadratorum: pentagona, pentagonorum; hexagona hexagonorum, & deinceps ab vnitate ordinatorum. Vnde totidẽ progreſſionũ regulæ propagãtur.

PROPO

PROPOSITIO 39ᵃ.

Duas propoſitas rationes coniungere. Sunto duę rationes, vna per duos numeros a b. & altera per duos numeros c d. ſignificata, oportet eas coniungere: hoc eſt, rationem ex ipſis duabus compoſita inuenire. Hoc fiet per multiplicationem terminorum vnius in terminos alterius ſic: Ducatur a. in c.& fiat e. Ducatur b.in d. fiat g. Dico igitur, quòd ratio e.ad g. eſt aggregatum rationum a.ad b. & c. ad d. hoc eſt, quòd ratio e. ad g. componitur ex rationem a. ad b. & ex ratione e.ad d. Quod ſic oſtenditur. Ex a.in d. fiat f. & tunc, quoniam a. multiplicans ipſas c d. facit ipſas e f. erit per primam ſexti, ſicut c.ad d. ſic e. ad f. Item, quia d. multiplicans ipſas a b. producit ipſas f g. erit ſicut a. ad b. ſic f. ad g. Sed ratio e.ad g. componitur ex rationibus e. ad f. & ipſins f. ad g. igitur eadem ratio e. ad g. componetur ex nominibus æqualibus, ſcilicet a. ad b. & c.ad d. Quod erat demonſtrandum.

a. 3 —— c. 5 —— e. 15
b. 2 —— d. 4 —— g. 8
f —— 12

e. c.
f. d. a
g. b

COROLLARIVM.

Non aliter tres, aut plures rationes in vnam colligentur.

PROPOSITIO 40ᵃ.

Duarũ rationum propoſitarum alterã ab altera ſubtrahere. Sunto duæ rationes a. ad b. & c. ad d. oportet ſubtrahere hanc ab illa. Hoc fiet per multiplicationem terminorum ordine permutato, ſic: Ducatur d. in a. & fiat e. Ducatur c. in b. & fiat f. Dico ergo, ratio e. ad f. eſt, quæ reſtat poſt ſubtractionem rationis c.ad d. à ratione ipſius a.ad b. Quod ſic oſtenditur. Ex c. in a. fiat g. & tunc, quia c. multiplicans ipſos a b. facit g f. erit, ſicut a. ad b. ſic g. ad f. & quoniam a. multiplicans ipſos c d. faciunt ipſos g e. erit ſicut c. ad d. ſic iam g. ad e. Sed ratio g. ad f. componitur ex ratione g. ad e. & ex ratione e. ad f. ergo ratio a. ad b. componitur ex iiſdem: fuit autem ſicut c. ad d. ſic g. ad e. Igitur ratio a. ad b. componetur ex rationibus c. ad d. & e. ad f. Quare, ablata ratione c. ad d. à ratione a. ad b. ſupererit ratio e. ad f. quod erat demonſtrandum.

g. 45



g. a. c
e. a. d
f. b.

PROPOSITIO 41ᵃ.

Datam rationẽ toties, quoties quis proponat, multiplicare. Si data ratio duplicanda ſit: per antepręmiſſam, iungatur bis

3—3—9—27—81
2—2—4—8—16

				1
			3	2
		9	6	4
	27	18	12	8
81	54	36	24	16

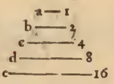
bis ipſamet ſibi, ſi triplicāda, duplatæ iam iungatur iterum: ſi quadruplicanda, triplatę iungatur iterum : itaque deinceps. Ita enim intelligitur multiplicari ratio, vt bis, ter, quaterve continuetur in terminis. Vnde quadratorum ratio dupla: cuborum tripla; ſecundorum quadratorum quadrupla ad laterum ſiue radicum rationem.

COROLLARIVM.

Igit rationis duplatæ terminis vnꝰ intererit mediꝰ proportionalis: Triplatæ, duo; Quadruplatæ, tres: itaque deinceps.

PROPOSITIO 42ª.

Datam rationem biſariā, ſiue triſariam, ſiue quadriſariā, ſiue pluriſariam, vtcunque quiſpiam poſtulauerit, æqualiter partiri. Sint datæ rationis termini a c. ſi oporteat rationem a. ad c. biſariam partiri, interponatur eis media proportionalis b. Si autem datæ rationis termini ſint a d. & oporteat ipſam triſariam diuidere; tūc interponātur eis duæ mediæ proportionales b c. Si verò datę rationis termini ſint a ç. & oporteat ipſam quadriſariam partiri: tunc interponantur eis tres mediæ proportionales quantitates b c d. Cuius problematis practica executio, quamuis à nobis in Arithmeticis quæſtionibus ſit abunde tradita, hic tamen ab exemplis non abſtinebimus. Et in primis notandum, quòd quando propoſitæ quantitates ſunt adinuicem ſicut quadrati numeri: tūc vna quantitas interiacet illis media proportionalis: quando autem, ſicut cubi numeri, tunc duæ mediæ. Quando verò ſicut quadrati quadratorum, tunc tres mediæ. Quando demum, ſicut quadrati cuborum, tūc quinque mediæ proportionales quantitates propoſitis interiacent : & in omni tali caſu tales quantitates continue proportionales ſunt adinuicē cōmēſurabiles; quippe quæ inter ſe in ratione numerorū: vnde & rationes ipſæ tunc ſunt rationales, hoc eſt, per numeros expreſſæ, atq; ideo propoſita ratio tunc ſecatur in rationes cognitas per numeros. Si verò propoſitæ quantitates ſecus, quàm dictum eſt, ad inuicem ſe habeant : interpoſitæ proportionales mediæ rationales non erunt. Exempli gratia, proponantur mihi duo numeri 8. & 18. quibus iubeor medium proportionalem inuenire, quoniam tales numeri ſe habent adinuicēm, ſicut 4. & 9. quadrati numeri, quibus interiacet medius proportionalis b. Ideo & propoſitis vnus ſimiliter medius intererit proportionalis 12. duplum ad illum medium, ſicut propoſiti ad quadratos dupli ſunt.



Exempla rationalium.

8.	4	16.	8
12.	6	24.	12
18.	9	36.	18
		54.	27

3.	1	3.	1
6.	2	6.	2
12.	4	12.	4
24.	8	24.	8
48.	16	48.	16
	a	96.	32
	b	192.	64

Item

Item ſi iubeat ipſis 16.& 54. duos proportionales interponere:quoniam tales numeri ſunt ad inuicē,ſicut 8.& 27. cubi numeri,quibus interiacent duo medij proportionales, ſcilicet 12.& 18.iam ideo & propoſitis totidē medij proportionales interiacebūt ſcilicet 24.& 36.Item,ſi ipſis 3. & 48. tres medios proportionales accōmodare velim,nō minus licebit: cum ſint ſicut 1. & 16. quadrati ſecundi quibus tres 2.4.8.medij interſunt:erūtq; inter ꝓpoſitos medij 6.12.24. Adhuc,ſi his numeris 3.& 192. lubet intercludere quinque medios proportionales poſſibile erit: quādoquidē tales ſunt in proportione ipſorum 1.& 64.qui ſunt quadrati cuborū, quibus nemo neſcit quinq; numeros intereſſe proportionales ſcilicet 2.4.8.16.32. Vnde & propoſitis intererunt totidē ſcilicet 6.12.24.48.96. Quod ſi propoſiti numeri aliter, q̄ dictū eſt,adinuicem ſe habeant,non intererunt ipſis,quos diximus,numeri proportionales: ſed quātitates irrationales. Exempli cauſa,proponantur duo numeri nullā dictarū proportionum ad inuicem ſeruantes,vtpote 2.& 3. Iā his nullatenus medij proportionales,quos diximus,intererunt; ſed quædā irrationales quantitates. Itaque ſi velim ipſis 2.& 3. mediā includere proportionalē, agā per eorū quadratos 4. & 9.quib⁹ intereſt 6.qui quadratus erit mediæ quæſitæ,quæ iam potentia tantū noteſcit. Nam ſicut tres quadrati 4.6.9. ſunt continue proportionales, ita & eorum radices ſcilicet r.4. r.6. r.9. ſunt continue proportionales. Si autem ijſdem numeris velim duas medias proportionales inſerere, aſſumam eorum cubos 8. & 27. quorum medij duo ſunt 12. & 18. qui cubi ſunt duarum quas quærimus mediarum: Nam radices cuborum proportionalium ſunt & proportionales. Si vero, ijſdem tres medias interponere iubear, exponam eorum ſecundos quadratos, ſcilicet 16. & 81. quorum tres numeri medij ſunt, ſcilicet 24. 36. 54. qui ſecundi quoque quadrati erunt quantitatum trium mediarum, quas quærimus: Et quoniam horum numerorum medius quadratus numerus eſt, iam media trium quantitatum non ſolum ſecundo quadrato ſed etiam primo noteſcit: eritque ipſa r. 6. Si demum, ipſis 2.& 3.quinq; medias proportionales procurem,eliciam ex ipſis quadratos cuborum,ſiue cubos quadratorū,qui ſunt 64.& 729. Quibus interponi pn̄t quinq; numeri ꝓportionaliter.ſ.96.144.216. 324.486.q ſimiliter erūt quadrati cuborū quinq; mediarū, quas

Exempla Irrationalium.

r. 4.	2
r. 6.	r.6
r. 9.	3
r. cu. 8	. . 2
r. cu. 12.	r. cu. 12
r. cu. 18	r. cu. 18
r. cu. 27	. . 3
r r. 16.	2
r r. 24.	r r. 24
r r. 36.	r. 6
r r. 54.	r r. 54
r r. 81.	. . 3
r.□.r.cu.64	 2
r.□ r.cu.96	r.□.r.cu.96
r.□.r.cu.144	r.cu.12.
r.□.r.cu.216	r.□.16.
r.□.r.cu.324	r.cu.18.
r.□.r.cu.486	r.□.r.cu.
r.□.r.cu.729	. . . 3 . .

quas quærimus, quantitatum. Et quoniam horum medius habet cubam radicem, ſcilicet b. iam media quantitas erit radix quadrata b. Item, quoniam huius medij collaterales ſunt quadrati numeri, quorum radices quadratæ ſunt 12. & 18. idcirco & mediæ quantitatis collaterales, erunt radices cubæ numerorum 12. & 18. Sed hæc omnia non ſolùm ex elementis Euclidis demõſtrãtur, verumetiam in triuialibus ludis practico cuilibet ſunt notiſſima. Quatenus tamen problematis qualitas & locus exigebat, hæc à nobis inducta ſunt.

COROLLARIA.

Ex quibus quidem manifeſtum, quòd in quantitatibus continue proportionalibus, ſi prima & ſecunda fuerint rationales, tunc ſequentes in eadem proportione continuatæ ſemper in infinitum rationales erunt. Si autem prima & tertia tantùm rationales fuerint tunc quinta, ſeptima & ſingulis ſemper intermiſſis, ſequentes rationales erũt: intermiſſæ verò omnes potentia tãtùm expreſſę. Si verò prima & quarta rationales duntaxat eſſe contigerit: tunc ſeptima, et decima, et tredecima, et binis ſemper intermiſſis cæteræ ſequentes rationales erunt, intermiſſæ autem cubo tantùm cognitæ. Adhuc, ſi prima et quinta ſolum rationales ſupponantur: tunc nona, tredecima, ſeptemdecima, et ternis ſemper intermiſſis, ſingulæ rationales erunt. trium verò vbicunque intermiſſarum media quadrato tãtùm cognita, duæ cæterę mediales, hoc eſt, per ſecundum quadratum pronunciatæ. Denique ſi prima et ſeptima tantùm ſupponantur rationales: tunc neceſſe erit tredecimam, vndeuiceſimam, vigeſimamquintam, et quinis ſemper intermiſſis ſingulas ſequentes eſſe rationales. Quinque verò in quouis loco intermiſſarum mediam potentia tantùm eſſe rationalem: duas autem huic collaterales cubo tantùm pronunciabiles. duasque extremas rationalibus proximas quadrato cubi tantùm cognitas. Quæ corollaria ex ipſa proportione, ductuque quantitatum ſatis conſtat. Conſyderata numerorum multitudine, quæ ſiue quadratis, ſiue cubis, ſiue ſecundis quadratis, ſiue quadratis cubicis proportionaliter intercidit. & ipſorum quadratorum, ſeu cuborum productis.

LIBRI SECVNDI PARS SECVNDA.

PROLOGOMENA.

CIRCA irrationalium quantitatum ſpecies ſuccurrunt quædam ſpeculationes tam ad magnitudinum Symmetriam, quàm ad praxis, & rationum pleniorẽ notitiam ſpectantes, olim à nobis explicatæ: quas, quoniam huic ſecundo libello congruæ videbantur, hìc ſubiunximus. Quare, ut apertius intelligãtur, exordium capiemus à diffinitionibus ipſarum irrationalium magnitudinum. Deinde nõ per lineas, & areas, quemadmodum Euclides, ſed ſub terminis cõmenſurabilium & incommenſurabilium quantitatum, earum condictiones, proprietates & colligantias proponemus, ac per noſtra ſuppoſita demonſtrabimus. Nec facile quiſpiam fuiſſe putet, elementa huiuſmodi à lineis & areis ad quantitatem in genere ſumptam transferre, & numerariam ſimul praxim hinc deriuatam oſtendere: quippe quæ ſicut paſſim in triuialibus ſcholis trita, ita nécubi ſatis fuerat demõſtrata. Ordior itaque nouum demonſtrandi genus, tantoq́; in hac parte præſtantius Euclideo, quanto generalis quantitas dignior ac purior & primariæ mathematicæ, quàm linea ſpecialis, eſt conuenientior. Simul per viam hanc, quam in demonſtrando aſſumimus, multa noteſcent, quæ in decimo Elementorum deſyderantur.

DIFFINITIONES.

Commenſurabiles magnitudines dicuntur quas communis menſura metitur.

Incommenſurabiles verò, quarum impoſſibile eſt inueniri communem menſuram.

Commenſurabiles potentia quantitates ſunt, quarum potentiæ, hoc eſt quadrata, ſunt commenſurabilia.

In commenſurabiles vero potentia, quarum quadrata incommenſurabilia.

Commenſurabiles in ſecunda potentia quantitates ſunt, quarum ſecunda quadrata ſunt commenſurabilia.

Incommenſurabiles ſimiliter, quarum incõmenſurabilia.

Commenſurabilęs cubo quantitates ſunt, quarum cubi commenſurabiles.

Incommenſurabileş verò cubo, quarum cubi incommenſurabiles.

Quibus ita ſe habentibus, ſi proponatur quantitas quãpiam; erunt infinitæ quantitates illi commenſurabiles, & quantitate, & potentia, & potentia ſecunda, & cubo.

Vocetur itaque propoſita quantitas Rationalis, vnde & quadratum ipſius, & ſęcundum quadratũ, & cubus, & quæcunque dignitates ab ea propagatę rationales erunt.

Et quantitas propoſitæ, ſiue magnitudine, ſiue potentia commenſurabiles, rationalis vocetur.

Incommenſurabilis verò, irrationalis.

Quibus ita diffinitis ſubiungemus ſingulas irrationalium diffinitiones: nam, cum.

Quantitas rationalis ſit, quę poſitę rationali commenſurabilis eſt.

Rationalis potentia tantùm erit, cuius quadratum duntaxat rationale eſt. Similiter & rationalis cubo tantùm, cuius cubus tantùm rationalis eſt.

Medialis autem, cuius ſecundum quadratum duntaxat rationale eſt. Ex quibus diffinitionibus ſequitur, vt quantitas rationalis ſit etiam & potentia, & cubo, & potentia ſecunda rationalis: non autem è contrario. Item vt quantitas potentia rationalis ſit etiam potentia ſecunda rationalis, non autem è contrario. Nunc diffiniemus quantitates irrationales bimembres.

Binomium conſtat ex duabus quantitatibus rationalibus ac potentia tantùm commenſurabilibus. Quarum exceſſus

Apotome

Apotome, vel Reſiduum dicitur. Et neceſſe eſt, vt earum quadrata conficiant rationale: earum verò productum mediale.

Bimediale primum conſtat ex duabus quantitatibus medialibus potentia tantùm commenſurabilibus, & rationale comprehendentibus: quarum quadrata conficiunt mediale. Harum exceſſus. Reſiduum mediale primum dicitur.

Bimediale ſecundum conſtat ex duabus quantitatibus medialibus potentia tantùm commenſurabilibus & mediale comprehendentibus: quarum quadrata conficiunt mediale, quod eſt mediali prædicto incommenſurabile. Harum exceſſus Reſiduum mediale ſecundum dicitur.

Maior conſtat ex duabus quantitatibus potentia incommenſurabilibus: quarum quadrata conflant rationale: & quod ſub ipſis mediale. Harũ verò exceſſus dicitur Minor.

Potens rationale ac mediale conſtat ex duabus quantitatibus potentia incommenſurabilibus, quarum quadrata cõflant mediale, & quod ſub ipſis rationale. Harum exceſſus dicitur cum rationali mediale totum potens.

Potens duo medialia conſtat ex duabus quantitatibus potentia incommenſurabilibus, quarum quadrata conflant mediale, & quod ſub ipſis mediale prædicto incommenſurabile. Harum exceſſus dicitur cum mediali mediale totum potens. In quibus ſex diffinitionibus mediale intelligitur quantitas potentia tantùm rationalis. Namque omnis area, ſiue omne productum potentia tantùm rationale, ſolet ab Euclide mediale vocari. Et linea potens talem aream, ſolet ab eodem linea medialis dici. Quod tamen non interturbabit propoſitum noſtrum. Nos enim quantitatem in genere ſiue illa linea ſit, ſiue area, potentia tantùm rationalem vocamus, cuius quadratum rationale. Medialem verò, cuius quadratum ſecundum tantùm rationale eſt. Sed in diffinitionibus dictarum ſex irrationalium ſequemur Euclidem.

Præterea tam binomium, quàm reſiduum habet ſex ſpecies ſic diſtinctas. Quando maior portio Binomij, ſeu reſidui, eſt potentior breuiore in quadrato quantitatis ſibi commenſurabilis: ipſum eſt primæ, ſecundæ, vel tertiæ ſpeciei. Quando verò maior portio breuiorem potentialiter excedit in quadrato quantitatis ſibi incommenſurabilis, ipſum eſt quartæ, quintæ, vel ſextæ ſpeciei. Deinde ſi maior por-

tionum fuerit rationalis quantitate binomium ſeu Reſiduum erit primæ, vel quartæ ſpeciei. Si minor portio fuerit rationalis: erit ſecundæ, vel quintæ. Si neutra portionum fuerit rationalis, erit tertiæ, vel ſextæ ſpeciei.

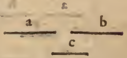
SCHOLIA QVÆDAM.

NOtandum, quòd quantitatum alia eſt rationalis, Alia irrationalis. Et irrationalium, alia ſimplex, hoc eſt, vnius nominis, alia bimembris. Rurſum, ſimplicium alia potentialiter tantùm rationalis: alia cubo tantùm, alia quadrato ſecundo tantum rationalis: quæ Medialis vocatur. Bimembrium autem duæ ſunt præcipuæ ſpecies. Prima ſpecies, cuius membra ſunt potentialiter tantùm commenſurabilia. Secunda, cuius portiones ſunt etiam potentialiter incommenſurabiles. Prima ſpecies eſt triplex; & totuplex ſecunda. Illa enim continet Binomium per compoſitionem partium, & Reſiduum per exceſſum. Item Bimediale primum, cum ſuo reſiduo mediali primo. Item Bimediale ſecundum, cum ſuo reſiduo mediali ſecundo. Hæc verò ſpecies continet Maiorem, cum Minori, item Potentem rationale, & Mediale, ſuumque Reſiduum, ſcilicet cum rationali mediale potentem: Item Potentem duo medialia: ſuumque Reſiduum cum mediali mediale potentem. Præterea tam Binomium, quàm Reſiduum eſt ſex ſpecierum. Quæ ſingula iamdudum diffinita ſunt. Sed attendendum, quòd quantitas duorum nominum ſiue bimembris eſt, quæ conſtat ex duabus portionibus ita ad inuicem affectis, vt ad vnum nomen redigi nequeant. Secus enim non erit Binominis quantitas. Vt autem portiones tales alicuius quantitatis bimembris ſint ita affectæ; vt ad vnum nomen redigi nequeant, opus erit duabus conditionibus, ſcilicet vt portiones ſint inuicem incommenſurabiles (nam portiones commenſurabiles coniunctæ conficiunt quantitatē vnius nominis & eius ſpeciei, cuius ſunt partes, vt oſtendemus) & inſuper vt congeries quadratorum ipſarum portionum ſit incommenſurabilis producto earundem; ſic enim fiet, vt talis congeries cum duplo talis producti (quod eſt quadratum propoſitæ bimembris per quartam ſecundi) minime faciat quantitatem vnius nominis. Nam ſi dicta congeries dicto producto commenſurabilis eſſet; tunc congeries cum duplo dicto, hoc eſt, dictum quadratum, eſſet quantitas vnius nominis, & perinde quantitas ipſa eſſet vnius nominis: quia videlicet, radix vni nominis quadrati: quę conditiones exprimuntur in prędictis irrationalium diffinitionibus. Quoniam igitur neceſſe eſt, portiones, ex quibus bimembris quantitas, ſiue per compoſitionem, ſiue per abſciſſionem procedit, eſſe inuicem incommenſurabiles; & inſuper congeriem quadratorum earundem portionum eſſe incommenſurabilem producto ipſarum: idcirco ſex vtrinque irrationalium quantitatum ſpecies propagari oportet. Si enim portiones fuerint incommenſurabiles in magnitudine tantùm, hoc eſt, potentia ſolùm commenſurabiles, fient tres ſpecies irrationalium, ſcilicet prima, ſecunda, & tertia. Si autem portiones fuerint incommenſurabiles etiam potentialiter, fient tres reliquę ſpecies, ſcilicet quarta, quinta, & ſexta. Deinde, ſi congeries quadratorum ipſarum portionum fuerit rationalis, & productum earum mediale, fiet prima, vel quarta ſpecies. Si autem congeries medialis, & productum rationale, fiet ſecunda, vel quinta. Si verò tam congeries, quàm productum mediale, & alterutrum incommenſurabile; fiet tertia, vel ſexta ſpecies, tam ſcilicet per coniunctionem portionum, quàm per exceſſum maioris ſupra minorem.

SPECIES QVANTITATVM.

- Quantitas
  - Rationalis.
  - Irrationalis.
    - Simplex, ſcilicet rõtalis
      - Potentia tantum
      - Cubo tñ
      - Quadrato ſ. tñ ſcilicet medialis
    - Bimembris ex portionibus.
      - Potentis tantum cõmenſurabilibus
        - Binomium vel reſiduum, quando portionum quadratorum aggregatum rationale, productũ mediale.
          - primum
          - 2um
          - 3um
          - 4um
          - 5um
          - 6um
        - Bimediale primum, vel Reſiduum mediale primum, quando portionum quadratorum aggregatum mediale productum rationale.
        - Bimediale ſecundum, vel Reſiduum mediale ſecundu quando portionum quadratorum aggregatum med & productum mediale inuicem incommenſurabili.
      - Potentialiter etiã incõmẽſurabilib⁹
        - Maior, vel minor. quando partium quadratorum aggregatum rationale & productum mediale.
        - Potens rationale ac mediale, vel cum rationali mediale potens, quando partium quadratorum aggregatum mediale & productũ rationale.
        - Potens duo medialia, vel cum mediali mediale potens. qñ partium quadratorũ aggregatũ mediale, & productũ mediale inuicem incommenſurabilia.

PROPOSITIO. 43ª.



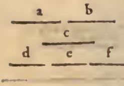
Omnes duæ quantitates inuicem commenſurabiles, ſunt ſicut numerus ad numerum. Et duæ quantitates, quæ ſunt ſicut numerus ad numerum, ſunt inuicem commenſurabiles. Sunto a.& b.quãtitates inuicẽ cõmenſurabiles: Aio, ꝙ ſunt ſicut numer⁹ ad numerũ. Cũ enim cõmenſurabiles ſint inuicẽ a b. erit p diffi. cõmenſurabiliũ quãtitatũ, cõis earũ menſura, quæ ſit c. Itaq; a. diuidetur in aliquot partes ſingulas æquales ipſi c. Itemq; b. diuidetur in aliquot partes ſingulas æquales ipſi c. Quare a.& b. erunt ad inuicẽ ſicut numeri partiũ. Et hæc eſt prima pars propoſiti. Contrà, ſit a. quantitas ad b. quãtitatẽ ſicut numerus ad numerũ. aio, ꝙ a b. cõmenſurabiles inuicẽ ſunt. Secetur eñ à b. ſingulæ in tot partes æquas, quot vnitates hñt ſinguli numeri. ſitq; c. vna partiũ quantitatis a. eritq; c. ad a. ſicut vnitas ad numerũ partiũ a. Sed per hypoteſim a. ad b. ſicut numer⁹ partiũ a. ad numerũ partiũ b. Erit igitur ex æquali c. ad b. ſicut vnitas ad numerum partium b. Quare quoties vnitas menſurat numerum

partium b.toties & c. quantitates menſurat ipſam b. Sed c. metitur ipſam a,igitur per diffin.commenſurabilium quantitatum , ipſæ a b. quantitates inuicem commenſurabiles. Quod fuit reſiduum propoſiti.

COROLLARIVM.

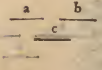
Vnde manifeſtum eſt, quòd duæ quantitates inuicem incommenſurabiles non ſunt adinuicem ſicut numerus aliquis ad numerum aliquem. Itemque, quòd duæ magnitudines , quæ non ſunt ad inuicem ſicut numerus quiſpiam ad numerum quempiam , ſunt inuicem incōmenſurabiles. Sequuntur hæc ex præmiſſa a deſtructione contrariorum.

PROPOSITIO 44ª.



Omnes duæ magnitudines vni commenſurabiles, ſunt inuicem commenſurabiles. Duæ quantitates ſint a b. quæ ſingulæ ſint ipſi c.commenſurabiles. Aio, quòd & ipſę a b. ſunt ad inuicem commenſurabiles . Nam cum a c. ſint commenſurabiles erunt, per præcedentem, ſicut numerus ad numerum: & ſimiliter, quoniam c b. commenſurabiles erunt, & ſicut numerus ad numerum. Sumantur igitur per quartam octaui Eucl. tres numeri d e f. continuantes duas rationes ſcilicet, vt ſicut eſt a. ad c.ſic ſit numerus d.ad numerum e. & ſicut c. ad b. ſic ſit numerus e. ad numerum f. & tunc ex ęquali erit, ſicut numerus d. ad numerum f. ſic quantitas a. ad quantitatem b. Igitur per ſecundam partem præcedentis , quantitas a b. ſunt ad inuicem commenſurabiles. quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 45ª.



Omnes duæ quantitates, quarum vna commenſurabilis eſt alicui tertiæ, reliqua verò eidem incommēſurabilis, ſunt adinuicem incommenſurabiles. Exempli gratia, magnitudinum a b. vna ſcilicet a. ſit commenſurabilis ipſi c. reliqua verò b. incōmenſurabilis eidem c. Aio tunc, quòd ipſæ a b. inuicem incommenſurabiles ſunt. Secus enim erunt a b. commenſurabiles: ſed ipſæ a c. per hyp. cōmenſurabiles. igitur per pręmiſſam erunt b c. inuicem commenſurabiles: quod eſt ſuppoſito contrarium. Nō igitur ſunt a b. inuicem commenſurabiles. ergo incommenſurabiles. quod eſt propoſitum.

PROPOSITIO 46ª.

Omnium duarum quantitatum inuicem incommenſurabilium congeries & exceſſus ſunt inter ſe & ipſis inuicem incommenſurabiles. Et ſi congeries vni earum ſit incommenſurabilis, erit & reliqua

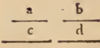
reliquæ commenſurabilis. & ipſæ inter ſe commenſurabiles. Hæ concluſiones facilè conſtant ex hac communi ſententia: quoniam quantitas, quæ metitur partes, metitur & totũ. Et, quæ metitur totum & ablatum, metitur & reliqũ.

PROPOSITIO 47ª.

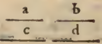
Omnium duarum quantitatum inuicem incommenſurabilium congeries & exceſſus, ſunt inter ſe & ipſis inuicem incommenſurabiles. Et ſi congeries vni earum ſit incommenſurabilis, erit & reliqua incommenſurabilis. Et ipſæ inter ſe incommenſurabiles. Nam ſi ſecus eſſet, tunc, per præcedentem, ſequeretur contrariũ ſuppoſiti. Omnino igitur vera ſunt quę proponuntur.

PROPOSITIO 48ª.

Omnes duæ quantitates proportionales duabus quantitatibus quoquo modo commenſurabilibus, ſunt eodem modo commenſurabiles. Et proportionales duabus aliquo modo incommenſurabilibus, ſunt eodem modo incommenſurabiles. Exempli gratia, ſint quantitates a b. ipſis c d. quantitatibus inter ſe commenſurabilibus proportionales: hoc eſt ſit a. ad b. ſicut c. ad d. Aio, quòd a b. erunt inuicem commenſurabiles. Nam ſi c d. ſunt commenſurabiles, erunt per 43ª huius, ſicut numerus ad numerum. Igitur erit a. ad b. ſicut numerus ad numerum: quare per ſecundam partem dictæ 43^{e} a b. ſunt inter ſe commenſurabiles. Quòd ſi c d. ſint commenſurabiles, aio, quòd & a b. inter ſe incommenſurabiles erunt. Nam tunc, per corollar. 43^{e} huius, c d. non erunt ſicut numerus ad numerum, & ideo neque a. ad b. erit ſicut numerus ad numerum: & perinde per ſecundam partem dicti corollarij a b. tunc incõmenſurabiles inter ſe erunt ſicut proponitur.



Item ſi c d. ponantur aut potentia tantùm, aut cubo tantũ, aut quadrato ſecundo tantùm commenſurabiles: eodem penitus modo & ipſæ a b. commenſurabiles erunt. Si autem c d. aliquo dictorum modorum ponantur incommenſurabiles: eodem ſimiliter modo & ipſę a b. incommenſurabiles erunt: Quoniam ſcilicet quantitatum proportionalium proportionales ſunt tá quadrata, quàm cubi, & quàm ſecunda quadrata. Et idcirco ſequitur eorum commenſurabilitas, vel incommenſurabilitas: quippe quæ comitatur proportionem, adducta 41ª & eius corollario.



PROPOSITIO 49ª.

Omnis quantitas rationalis multiplicans aliquam quantitatem, producit quantitatem multiplicatæ cognominem & commenſurabilem.

a	b	c
3	r. 5.	r. 45
d	e	f
9	5	45

menſurabilem. Exempli gratia, rationalis quantitas a. multiplicet quantitatem b. potentia tantùm rationalem, & faciat c. Aio, quòd c potentia tantùm rationalis eſt, & ipſi b. multiplicatæ commenſurabilis. Sit enim ipſius a. quadratum d & ipſius b. quadratum e. & ex d. in e. fiat f. Eritque per coroll. vndecimæ huius, f. quadratum ipſius c. Cumque ex diffinitionibus, quantitatum a b. ipſe d. ſit numerus quadratus: ipſe autem e. numerus non quadratus: iam eorum productum f. per coroll. ſecundæ noni Eucl. non erit numerus quadratus. Igitur c. quæ radix eſt ipſius f. per diffin. erit potentia tantum rationalis. Cumque per diffin. multiplicationis, c. productũ ad b. multiplicatam, ſit ſicut a. multiplicans ad poſitam: ſitque a. poſitæ commenſurabilis, quia rationalis: iam, per præcedentem, ipſa c. ipſi b. commenſurabilis erit: ſicut proponitur. Similiter autem, ſi b. cubo tantum rationalis ſupponatur, oſtendetur & ipſa c. cubo tantum rationalis, & ipſi b. commenſurabilis: & ſi b. quadrato ſecundo tantùm rationalis ponatur, & ipſa c. quadrato ſecundo tantum rationalis, & ipſi b. commenſurabilis demonſtrabitur. Sicut proponitur.

PROPOSITIO 50ª.

a b c

Si productum fuerit commenſurabile multiplicatæ quantitati, tunc multiplicans eſt rationalis. Vt ſi a. multiplicans b. faciat c. ipſi b. commenſurabilem: aio, quòd a. rationalis eſt: Nam per diffin. multiplicationis, erit, ſicut c. ad b. ſic a. ad poſitam. Cumque per hypo. c. ſit commenſurabilis ipſi b. erit per antepræmiſſam a. commenſurabilis poſitæ, quare per diffin. a. rationalis: quod eſt propoſitum.

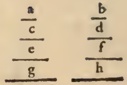
PROPOSITIO 51ª.

a b c

Omnis quantitas diuiſa per quantitatem ſibi commenſurabilem, exhibet in quotiente quantitatem rationalem. Sint a b. quantitates commenſurabiles inter ſe, & diuidatur b. per ipſam a. & proueniat c. Aio, quòd c. quantitas rationalis eſt. Nam, per diffin. diuiſionis, erit, ſicut a. diuidens ad poſitam, ſic b. diuiſa ad c. prouenientem. Et permutatim, ſicut a. ad b. ſic poſita ad c. Sed a. per hypot. commenſurabilis eſt ipſi b. ergo per 48ª præmiſſam, & poſita commenſurabilis ipſi c. Ergo c. rationalis: quod eſt propoſitum. Hoc idem ex præcedenti oſtendi poteſt.

PROPOSITIO 52^a.

Omnium duarum quantitatum inuicem commenſurabilium quadrata ſunt adinuicem ſicut quadrati numeri: & cubi, adinuicem, ſicut cubi numeri: & ſecunda quadrata, ſicut bis quadrati numeri: Vt ſi ſint a b. quantitates inuicem commenſurabiles, quarũ quadrata ſint c d. cubi aũt e f. ſecunda autẽ quadrata g h. Aio, quòd c d. erunt ſicut quadrati numeri adinuicem: & e f. ſicut cubi numeri: & g h. ſicut bis quadrati numeri. Nam, per 43ª huius, a b. quantitates erunt ad inuicem, ſicut numerus ad numerum; ſed tam in quãtitatibus, quàm in numeris quadrata ſunt in dupla: cubi in tripla: ſecunda quadrata in quadrupla ratione radicũ. Igitur c d. ſunt ꝓportionales quadratis talium numerorum. Et e f. proportionales cubis talium numerorum: & g h. proportionales bis quadratis talium numerorum. Et hoc eſt propoſitum.



PROPOSITIO 53^a.

Omnes duæ quantitates, quarum quadrata ſunt adinuicem ſicut quadrati numeri; vel quarum cubi ſunt adinuicem ſicut cubi numeri: vel quarum ſecunda quadrata ſunt adinuicem ſicut bis quadrati numeri; ſunt inter ſe commenſurabiles. Exempli gratia, ſint duæ quantitates a b. quarum quadrata c d. & quarũ cubi e f. & quarum ſecunda quadrata g h. Aio, quòd, ſi c d. fuerint adinuicem, ſicut quadrati numeri: vel ſi e f. fuerint adinuicem, ſicut cubi numeri; vel ſi g h. fuerint adinuicem, ſicut bis quadrati numeri: Tunc in omni tali caſu, ipſæ a b. quantitates erunt adinuicem commenſurabiles. Nam ſi c d. ſint inter ſe, ſicut quadrati numeri; cùm talibus numeris interſit vnus medius numerus proportionalis, intererit ipſis c d. vna media quantitas proportionalis, quæ ſit k. eruntque c k d. quantitates talibus tribus numeris proportionales: cumque quadrata ſint in dupla ratione radicum: erit ſicut c. ad k. ſicut a. ad b. Sed c. ad k. ſicut numerus ad numerum; igitur a. ad b. ſicut numerus ad numerum: quare per ſecundam partem 43^a huius, a b. inuicem commenſurabiles: quod eſt propoſitum. Si autem e f. ſint inter ſe ſicut cubi numeri; tunc, quia talibus numeris interſunt duo numeri medij proportionales; intererunt ipſis e f. duæ mediæ quantitates proportionales, quæ ſint

a . b
c . k . d
e . l . m . f
g . n . o . p . h

2 . 3
4 . 6 . 9
8 . 12 . 18 . 27
16 . 24 . 36 . 54 . 81

l m. eruntq́ue e l m f quantitates talibus quatuor numeris proportionales.& quoniam cubi ſunt in tripla proportione radicum: erit, ſicut a. ad b. ſic e. ad l. ſed e. ad l. ſicut numerus ad numerum: Igitur ſicut numerus ad numerū, ſic a. ad b. & ideo per ſecundā partem 43[a] ab inuicem commenſurabiles. Si demum g h: ſint inter ſe, ſicut bis quadrati numeri: tunc quoniam talibus numeris intererunt tres numeri medij proportionales, intererunt & ipſis g h. tres mediæ proportionales quantitates: quæ ſint n o p. eruntq́ue g n o p h. quantitates talibus quinque numeris proportionales: & quoniam ſecūda quadrata ſunt in quadrupla ratione radicum: erit iam a. ad b. ſicut g. ad n. Sed g. ad n. ſicut numerus ad numerum: igitur ſicut numerus ad numerum, ſic a. ad b. quare per ſecundam partem 43[a] ab inuicem commenſurabiles, ſicut fuerat à principio demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Ex his manifeſtū eſt, quòd omnium duarum quantitatum inuicem incommēſurabilium, neq; quadrata ſunt adinuicē, ſicut quadrati numeri: neque cubi, ſicut cubi numeri, neque ſecunda quadrata, ſicut bis quadrati numeri.

COROLLARIVM.

Contrà, & omnes duę quantitates, quarum quadrata non ſunt ad inuicem, ſicut quadrati numeri; vel quarum cubi non ſunt ad inuicem, ſicut cubi numeri: vel quarum ſecunda quadrata non ſunt ad inuicem, ſicut bis quadrati numeri; ſunt inter ſe commenſurabiles. Nam hæc duo corollaria conſtant ex duobus præcedentibus propoſitionibus, à diſtinctione contrariorum.

COROLLARIVM.

Prætereà manifeſtum eſt, quòd quantitates inter ſe cōmenſurabiles, ſunt omnino, etiam tam quadrato, quàm cubo, quàmq́ue ſecundo quadrato commenſurabiles; non autem è conuerſo. Nam quantitates, ſiue quadrato, ſiue cubo, ſiue ſecundo quadrato commenſurabiles, non ſunt omnino inter ſe commenſurabiles.

COROLLARIVM.

Vnde ſequitur, vt quantitas rationalis ſit etiam potentia, & cubo, & quadrato ſecundo, & ſic in infinitum rationalis: & non è conuerſo. Nam quantitas ſiue potentia, ſiue cubo, ſiue quadrato ſecundo, rationalis non omnino eſt magnitudine rationalis.

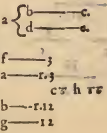
COROLLARIVM.

Contrà, quantitates inter ſe incommenſurabiles non omnino ſunt & potentia, aut cubo, aut quadrato ſecundo incommenſurabiles. At quantitates potentia, vel cubo, vel quadrato ſecundo incommenſurabiles omnino ſunt & magnitudine inter ſe commenſurabiles.

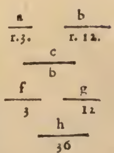
COROLLARIVM.

Vnde ſequitur, vt quantitas irrationalis nō omnino ſit & potentia, aut cubo, aut quadrato ſecundo irrationalis. Quantitas verò potentia, vel cubo, vel quadrato ſecundo irrationalis omnino ſit, & magnitudine irrationalis. Quæ corollaria gradatim ſequuntur alterum ex altero, vt etiam per exempla numeralium terminorum conſtat.

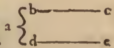
PROPOSITIO 54ª.



Omne productum duarum quantitatum potentia tantùm rationalium inuicem commenſurabilium, eſt rationale. Exempli gratia, a b. quantitates potentià tantùm rationales inuicem commenſurabiles multiplicatæ inuicem faciant ipſam c. Aio, quòd c. quantitas rationalis eſt. Sit enim ipſi a. æqualis d. & a. ducta in d. hoc eſt in ſe ipſam faciat e. quæ iam rationalis eſt, cum a. ſit potentia rationalis per hyp. Sed per primam ſexti, ſicut d. ad b. ſic e. ad c. commenſurabilis eſt autem per hypo. ipſa d. ipſi b. ergò, per 48ª huius, ipſa e. commenſurabilis erit ipſi c. Rationalis eſt autem e. rationalis ergò per diffin. & c. quod fuit demonſtrandum. Aliter & pulchre, ſic. Sit ipſius a. quadratum ipſa f. & ipſius b. quadratum ipſa quantitas g. eritque per 52ª præcedentem f. ad g. ſicut numerus quadrat⁹ ad numerum quadratum. Ducatur ergo f. in g. & proueniat h. eritque h. numerus quadratus: quandoquidem f g. per vigeſimam octaui, ſunt plani ſimiles. Sed per corollariū vndecimæ huius h. eſt quadratum ipſius c. ergo c. rationalis, quandoquidem radix eſt ipſius h. quæ per numerum quadratum repræſentatur. Et radix quadrati numeri rationalis quantitas eſt, quia cognitus, & ſcitus numerus, ſicut proponitur oſtendendum.



PROPOSITIO 55ª.



Omne productum duarum quantitatum rationalium & potentialiter tantùm inter ſe commenſurabilium, eſt potentia tantùm rationale: quod tamen ab Euclide vocatur mediale. Sunto a b. quantitates rationales, hoc eſt ambæ potentia tantum rationales

nales, vel vna rationalis in magnitudine, altera verò tantum potentia, & inuicē potentialiter tm̄ cōmēſurabiles, quę inter ſe multiplicatæ faciant ipſam c. Aio, ꝙ c. eſt quātitas potētia tm̄ rationalis. Fiant enim ea, quæ in præcedenti, eritque per eadem, ſicut d. ad b. ſic e. ad c. cumq; per hyp. ipſa d. ipſi b. ſit potentialiter tantum cōmenſurabilis: erit per 48ª huius, ipſa e. quę rationalis eſt, potētialiter tm̄. cōmēſurabilis ipſi c. Igitur per diffin. c. potentia tm̄ rationalis eſt, quod eſt propoſitum. In altera verò demonſtratione, erit per coroll: 55ª præcedentis, f. ad g. non ſicut quadratus numerus ad quadratum numerum &: idcirco f g. per 20ª octaui non erunt adinuicem plani numeri ſimiles Quare, per primā noni, ipſe h. ipſorum f g. productū non erit quadratus numerus, & per inde c. ipſi⁹ h. radix potētia tm̄ rationalis eſt, ſicut ꝓponitur.

a b
r. 3. r. 5.
c
r. 15.
f g
3 5
H
15

SCHOLIVM.

Illud autem notandum, quòd præfatum productum quantitatum rationaliū ab Euclide vocatur medialis quātitas, ſiue Medialis area: quoniam gignitur ex ductu laterum, atq; ita intelligendæ ſunt diffinitiones irrationalium magnitudinum, vbi de areis mentio fit. Lineam verò in talem aream potentem, hoc eſt, cuius quadratum eſt talis area, medialis dicitur.

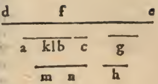
PROPOSITIO 56ª

Membra binomij, ſiue reſidui, ſunt radices duorum numerorū, quorum maior ad exceſſum ſupra minorem ſe ſe habet ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum, fiunt tres primæ ſpecies. Si autem ſecus, fiunt tres reliquæ ſpecies Binomij, ſiue Reſidui. Item ſi maior ex numeris dictis ſit quadratus, tunc fit prima vel quarta ſpecies. Si minor ſit quadratus numerus, fiet ſecunda vel quinta: ſi neuter ſit quadratus numerus, fiet tertia vel ſexta ſpecies. Exempli gratia, 9. & 5. numeri ſunt quadrati membrorum primi Binomij, ſiue Reſidui. Numeri 12. & 9. ſecundi. Numeri 8. & 6. tertij. Numeri 25. & 20. quarti. Numeri 14. & 9. quinti. Numeri 10. & 7. ſexti. Vnde talium ſpecierū radices ſic ſe habent: vt earū diffinitiones expoſcūt.

Binomium pᵘ	3.	p̄ r. 5.	*Vnde per abſciſſionem*
Binomium 2ᵘ	r. 12	p̄ 3.	*formantur totidem*
Binomium 3ᵘ	r 8	p̄ r. 6.	*ſpecies reſiduorum.*
Binomium 4ᵘ	5.	p̄ r. 20	
Binomium 5ᵘ	r. 14	p̄ 3.	
Binomium 6ᵘ	r. 10	p̄ r. 7.	

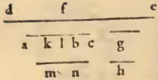
Propoſitio 57ª.

Singularum Binomij ſpecierum radices, ſunt ſpeciæ ſingulæ irrationales quantitates per ordinem, ſcilicet Binomium, Bimediale primum, Bimediale ſecundum, Maior, Potens rationale ac mediale. & potens duo medialia. Paucis propoſitum demonſtrabo. Eſto Binomium, cuius membra a b. b c. Sit ipſius a b. quadratum d e. & ipſius b c, quadratum e f. quorum differentia f d. cuius differentiæ quarta pars ſit g. & ipſius g. radix ſit h. Mox ſecta per æqualia quantitate a b. apud k. punctum, ponatur ipſi h. æqualis k l. Poſt hæc, totius a k l. radix ſit m. Relicti autem l b. radix ſit n. Aio iam, quòd totum m n. radix eſt binomij a b c. Deinde oſtendam, quòd ſi a b c. ſit binomium primum, tunc m n. erit binomium. Si a b c. binomium ſecundum, tunc m n. erit Bimediale primum. Si a b c. binomium tertium, tunc m n. erit bimediale ſecundum. Si a b c. binomium quartum, tunc m n. erit maior. Si a b c. binomium quintum; tunc m n. Potens rationale ac mediale. Si demum a b c. binomium ſextum, tunc m n. Potens duo medialia. Nam cùm a b. ſecetur æqualiter apud k. & inæqualiter apud l. iam per quintam ſecundi Elementorum Rectangulum a l. l b. cum quadrato k l. hoc eſt cum g. æqualia ſunt quadrato a k. hoc eſt, quadranti ipſius d e. Sed quadratum ipſius k l. hoc eſt g. fuit quadrans ipſius d f. igitur reliquum quadrans reliqui, hoc eſt, rectangulum a l. l b. erit quadrans ipſius e f. Quare per coroll. vndecimæ huius, rectangulum m n. erit radix quartæ partis ipſius e f. hoc eſt dimidium ipſius b c. ergo duplum ipſius rectanguli m n. æquiualet totum b c. Cumque per hyp. a l. ſit quadratum ipſius m. & l b. quadratum ipſius n. erunt quadratum m. quadratum n. cum duplo rectanguli m n. ſimul æqualia toti a c. Sed per quartam ſecundi; eadem ſimul componunt quadratum totius m n. Igitur totum m n. radix eſt totius a c quod erat primum ex demonſtrandis. Reliquum patet ex conditionibus ipſarum ſpecierum binomij: ſit enim, vt exeunte a b c. binomio primo, tunc a l. l b. ſint rationales. Exeunte autem a c. binomio ſecundo, vel tertio, ſit, vt a l. l b. ſint potentia tantùm rationales. Quare exeunte a c. binomio primo, erunt



m n.

m n. potentia rationales. Exeunte autem a c. binomio ſecundo, vel tertio, erunt m n. mediales: quandoquidem a l. l b. quadrata ipſarum m n. potentia tantùm rationalia. Et hoc, quoniam, per diffin. binomij primi, ſecundi, & tertij, radix ipſius d f. & ideo radix ipſius g. hoc eſt h. hoc eſt k l. commenſurabilis eſt ipſi a b. & ideo ipſi a k. vel k b. ipſiſque a l. l b. cumque, per primam ſexti, m. ad n. ſit ſicut quadratum m. ad rectangulum m n. hoc eſt, ſicut a l. ad dimidium b c. Ideo tunc per quadrageſimam octauam huius, conſtat ipſas m n. eſſe potentia tantùm commenſurabiles. Exiſtente autem a c. binomio quarto, quinto vel ſexto, fit vt a l. l b. ſint inuicem incommenſurabiles: quoniam ſcilicet, per diffin. talium binomiorum, radix ipſius d f. & perinde radix ipſius g. hoc eſt ipſa h. & ipſa, k l. incommenſurabilis eſt ipſi a b. & idcirco ipſi a k & ipſis a l. l b. quare, per quadrageſimam ſeptimam huius, ipſe a l. l b. inuicem incommenſurabiles. Vnde conſtat ipſas m n. tunc eſſe potentia incommenſurabiles. Item cum rectangulum m n. ſit dimidium ipſius b c. atque exeunte a c. binomio primo, tertio, quarto, vel ſexto ipſa b c. ſit potentia tantũ rationalis: ideo tunc rectangulum m n. erit mediale. Exeunte verò a c. binomio ſecundo, vel quinto b c. erit magnitudine rationalis: quare tunc rectangulum m n. erit rationale. Præterea cùm quadrata m n. conficiant totam a b. atque exeunte a c. binomio primo vel quarto a b. ſit magnitudine rationalis: Exeunte verò a c. binomio ſecundo, tertio, quinto, vel ſexto, a b. ſit potentia tantùm rationalis. Idcirco exeunte a c. binomio primo vel quarto, quadrata m n. conficiunt rationale. Exeunte verò a c. binomio ſecundo, tertio, quinto, vel ſexto, quadrata m n. conficiunt mediale. Ex quibus quidem, conſyderatis irrationalium quantitatum diffinitionibus, cõſtabit quòd exeunte a c.



Binomio { p° ——— m n. erit ——— binomium.
2° ——— bimediale primum.
3° ——— bimediale ſecundum.
4° ——— Maior.
5° ——— Potens rõale ac mediale.
6° ——— Potens duo medialia.

COROL-

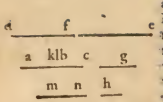
COROLLARIVM.

Hinc ergo comperiri poterunt ſingulæ quantitates irrationales: vt ſi velim, exempli gratia, comperire irrationalem quantitatem, quæ Maior vocatur, per præcedentem, inueniam quartum binomium: & per præſentem, ipſius binomij radicem, quæ, vt oſtenſum eſt, Maior erit. Et ſimiliter per reliquas binomiorum ſpecies reliquas irrationales inueniemus.

PROPOSITIO 58ª.

Sex irrationalium quantitatum, ſcilicet Binomij, Bimedialis primi, Bimedialis ſecundi, Maioris, Potentis rationale ac mediale, Potentisq́, duo medialia, ſingularum per ordinem, ſingula quadrata ſunt ſingulæ ſpecies Binomij. Hæc eſt conuerſa præcedentis. Perſiſtam tamen in eadem deſcriptione, ac ſuppoſitis. Ponaturque m n. binomium, vel aliqua ex irrationalibus prædictis. ita vt m n. ſint membra ipſius irrationalis iuxta eius diffinitionem conſiderata: vt habeam ipſius m n. quadratum, ponam ipſius m. quadratum a l. & ipſius n. minoris membri quadratum l b. Item eius, quod fit ex m. in n. duplum ipſam b c. Eritque per quartam ſecundi Elementorum, tota a c. quadratum totius m n. Demonſtrandum eſt igitur, quòd ſi ponatur m n. aliqua ex dictis ſex quantitatibꝰ irrationalibꝰ: erit & a c. aliqua ex ſpeciebus binomij: & quota m n. in ordine ſex irrationalium, tota & a c. in ordine ſpecierum binomij. Namque ex conditionibus membrorum m n. componentium ipſam irrationalem, ſequitur conditio membrorũ a b. b c. conſtituentium ſpeciem binomij. Sic exiſtente m n. Binomiꝰ, vel Bimediali primo, vel Bimediali ſecundo, iam per diffin. a l. l b. quæ ſunt ipſorum m n. quadrata, ſunt inuicem cõmenſurabiles. Vnde per 46ª huius, ſequitur vt k l. ſit ipſis a l. l b. & toti a b. commenſurabilis. Cumque h. ſit radicis ipſius d f. dimidium, erit talis radix commenſurabilis ipſi a b. Igitur a b. potentior quàm b c. in ipſa d f. quadrato ſcilicet radicis ſibi commenſurabilis. Exiſtente autem m n. Maiori, Potenti rationale ac mediale, potentive duo medialia; tunc per earum diffin. a l. l b. ſunt inuicem incommenſurabiles: vnde per 47ª huius ſequitur, vt k l. ſit ipſis a l. l b. & toti a b. incommenſurabilis: vtque k l. hoc eſt h. ipſius radicis d f. dimidium, & perinde ipſa radix ſit ipſi a b. incommenſurabilis. Quo fit, vt a b. potentior ſit, quàm b c. in ipſa d f. cuius radix eſt ipſi

a b. in-



ab. incõmenſurabilis. Item, qm̃ exiſtente m n. binomio, vel Maiori, a b. eſt rationalis: b c. verò potentia tantùm eſt rationalis. Exiſtente autem m n. Bimediali primo, vel potente rationale, & Mediale, a b. eſt potentia tantum rationalis, b c. verò rationalis. Exiſtente tandem m n. Bimediali ſecundo, vel potente bina medialia, tam a b. quàm b c. eſt potẽtia tm̃ rationalis. Præterea, quoniam exiſtẽte m n. binomio, Bimediali primo, Maiori, vel potente rationale & mediale ipſarũ, a b. b c. altera eſt magnitudine, altera potentialiter tantùm rationalis. atque ideo a b. b c. ſunt potentialiter tantùm cõmenſurabiles. Exiſtente autem m n. Bimediali 2° cum per primam ſexti, m. ad n. ſit ſicut quadratũ m. ad rectangulum m n. hoc eſt, ſicut a l. ad dimidiũ ipſius b c. atque m n. ſint incommenſurabiles. & ideo a l. & dimidium ipſius b c. ſint incommenſurabiles per 48ª huius: Cumq; (quoniam a l. l b. inter ſe commenſurabiles, ideoq; tota a b. ipſi a l. commenſurabilis eſt, iam tota a b. dimidio ipſius b c. Et ideo toti b c. per 45ª huius, ſit incommenſurabilis: ſintq; a b. b c. potentialiter commenſurabiles: qa potẽtia rationalis ex diffi. dicti Bimedialis ſecundi. Exiſtente tandem m n. potente duo medialia, cum a b. b c. ex diffin. ipſius, ſint incommenſurabiles: ac potentialiter tantùm commenſurabiles, quia ſcilicet, potia rationales, ſicut omnia ex diffinitionibus ipſarum irrationalium cõſtat. Propterea, conſyderatis ſex ſpecierum binomij conditionibus, exiſtente

M n { Binomio ——— a c erit — p^a }
Bimediali p° ——— a c erit — 2^u
Bimediali 2° ——— a c erit — 3^u
Maiori ——— a c erit — 4^u } Binomium
Potẽte rationale, mediũq; — a c erit — 5^u
Potente duo medialia ——— a c erit — 6^u

PROPOSITIO. 59ª.



Omne aggregatum quadratorum inæqualium excedit duplum producti radicum in quadrato differentiæ radicum. Secetur quantitas a b. per inæqualia apud c. & à maiori portione a c. abſcindatur ipſi b c. æqualis c d. Atq; ita oſtendendũ eſt, quòd congeries quadratorum a c. c b. ſupererat duplum ipſius rectanguli a c. c b. in quadrato ipſius d a. quod à Campano in decimo Elementorum oſtenſum eſt. Per quartam ſecundi, quadratum a c. & quadratum c b. cum duplo

rectanguli

rectanguli a c. c b. ſimul ęqualia ſunt quadrato a b. Quod per octauam ſecundi, æquale, eſt quadrato d a. cum quadrupla rectanguli a c. c b. Auferatur vtrinque duplum rectanguli a c. c b. & ſupererunt quadratum a c. & quadratum c b. ſimul æqualia quadrato d a. & duplo rectanguli a c. c b.

Hæc autem eſt demonſtratio.

4ª ſecũdi { □. a c — ; □. c b — ; ▭ ▭ } a c. c b } ſimul æq̃lia ſunt □ᵗᵒ a b. Qđ p 8ᵃ 2ⁱ æquale eſt { □. d a ; ▭ ▭ ▭ ▭ } a c. c b.

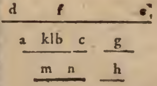
Auferatur vtrinque ▭ ▭ } a c. c b.
& ſupererunt

□. a c, □. c b } ſimul æqualia ——— { □ d a ; ▭ ▭ } a c. c b.
Et hoc demõſtrãdũ fuit



P R O P O S I T I O 60ª.

Singularum reſidui ſpecierum radices, ſunt ipſę ſingulæ irrationales reſiduales quantitates per ordinem: videlicet Reſiduum, Reſiduum mediale primum, Reſiduum mediale ſecundum, Minor, cum rationali mediale totum potens, & cum Mediali mediale totum potens. Repetam deſcriptionem, ſuppoſita & demonſtrata 57ª præcedentis. Hoc ſolùm mutato, vt pro aggregato membrorum a b. b c. ſumatur eorundem differentia, qua valet maius membrum a b. excedit minus b c. Nam ſi aggregatum ſupponitur binomium: iam per diffin. differentia erit Reſiduum eiuſdem ſpeciei. Item pro aggregato portionum m n. (quod aggregatum erat radix ipſius a b c. binomij) ſumatur differentia earundem m n. qua ſcilicet maior portio m. ſuperat minorem n. Quæ differentia erit irrationalis quantitas reſidualis illius quantitatis, quam cõflabant portiones m n. per diffinitionem. Oſtendam igitur, quòd ſicut ipſius aggregati a b c. radix fuit ipſum aggregatum m n. ita differentiæ ipſarum a b. b c. radix erit differentia ipſarum m n. Sic, cum ipſius m. quadratum ſit a l. atq; ipſius n. quadatum ſit l b. iam a b. erit aggregatum duorum quadratorum inæqualium, quorum radices m n. Sed b c. fuit duplum producti talium radicum: igitur, per præcedentem, ipſa a b. excedit ipſam b c. in quadrato differentiæ earundem radicum, hoc eſt, differentia ipſarum a b. b c. eſt quadratũ differentiæ ipſarum m n. Et perinde hæc differentia erit radix illius. Quamobrem per demoſtrata in 57ª.



præcedenti,

præcedentis, ſi illa differentia fuerit reſiduum primæ ſpeciei: hæc differentia erit reſiduum.

Si illa, Reſiduum 2æ ſpeciei, hæc Reſiduũ mediale primũ.
Si illa, Reſiduũ 3æ ſpeciei, hæc Reſiduũ mediale ſecũdũ.
Si illa, Reſiduum 4æ ſpeciei: hæc irrationalis, quæ Minor.
Si illa, Reſiduum 5ũ, hæc cum rationali mediale potens.
Si illa, reſiduum 6ũ, hæc cum mediali mediale potens.
Et hoc eſt, quod demonſtrandum proponebatur.

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd compertis per 57ª præcedentem, ſex irrationalibus quantitatibus prædictis, quę ſingul ex binis membris conſtant inæqualibus: Iam eorundem membrorum differentiæ ſingulæ erunt Reſiduales quantitat prædictarum bimembrium. Item ſi bimẽbribus ſua ſingul quadrata attribuantur (quæ binomia ſunt) talium binomiorum Reſidua erunt ſingula ſingularum dictarum Reſidualium quadrata.

PROPOSITIO 61ª.

Sex irrationalium quantitatum reſidualium, ſcilicet Reſidu Reſidui medialis primi, Reſidui medialis ſecundi, Minoris, Cum rationali mediale potentis, Cum mediali mediale potentis, ſingularum per ordinem, ſingula quadrata ſunt ſingulæ ſex ſpecies Reſidui. Sicut præcedens ſequitur ex demõſtratis 59ª & 57ª Ita præſens propoſitio ſimiliter ex ijs, quę in 59ª & 58ª oſtenſa ſunt, conſtabit.

COROLLARIVM.

Hinç manifeſtum eſt, quòd Binomij, & Reſidui habentium æqualia nomina, radices inter ſe habent etiam æqualia nomina: & è contrario, Binomium & Reſiduum, quorũ radices habent æqualia nomina, ſortiuntur etiam inter ſe nomina æqualia, Idemque de nominibus proportionalibus dicendum. Nam æqualitas nominum in quadratis, facit æqualitatem nominum in radicibus: & è contrario. Proportio verò proportionem, ſicut per proceſſum demonſtrationis 57ª & 58ª conſtare poteſt. Nunc exponam hìc ſex ſpecies binomiorum, & totidem earum radices, quæ ſunt ſex irrationales quantitates.

Binomia

Binomia ſex ... Quorũ radices ſunt totidẽ irrõales quantitates.ſ.bimẽbres:
Primum 7 p̃ r 40...... Binomium r.5.p̃.r.2
Secundum r 18.p̃.4.... Bimediale primum.rr.8.p̃.rr.2.
Tertium r.27.p̃.r.24.. Bimediale ſecundum rr.12.p̃.rr 3.
Quartum 6 p̃ r.8...... Maior r.v.3.p̃.r.7.p.r.v. 3.m.r 7.
Quintũ r.32. p̃.4...... Potens rationale & mediale r.v. r.8. p̃.2.p̃ r.v. r. 8. m̃. 2.
Sextum r 24. p.r 8..... Potens duo medialia r v. r 6 p̃.2. p̃ r v. r.6.m̃.2.

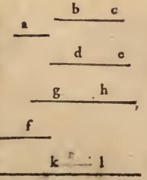
Ex quibus, per abſciſſionem minoris membri à maiore, fient tam in Binomijs, quàm in eorum radicibus, totidem Reſidua, hoc pacto.

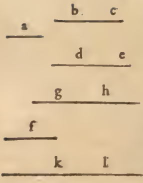
Reſidua ſex ..... Quorum radices, totidem Reſiduales irrationales ſcilicet,
primum 7.m̃ r.40 ... Reſiduum r 5 m̃.r.2.
Secundum r.18 m̃.4.. Reſ. mediale primum rr 8.m̃.rr.2.
Tertium r.27 m̃.r.24 Reſi. mediale ſecundũ rr. 12.m̃.rr.3.
Quartum 6.m̃ r 8.... Minor r 5. 3.p̃ r 7 m̃ r v. 3.m̃ r 7.
Quintum r.32.m̃ 4... Cum rationali mediale potens. r.v. r. 8.p̃ 2. m̃ r.v.r.8.m̃.2.
Sextum r.24.m̃.r.8... Cum mediali mediale potens. r.v.r.6. p 2.m̃.r.v.r.6.m̃.2.

Sic habes exempla practica eorum, quæ demonſtrata ſunt.

PROPOSITIO 62ª.

Omnis quantitas rationalis multiplicans Binomium per Reſiduum, producit etiam Binomium vel Reſiduum eiuſdem ſpeciei, ac multiplicato commenſurabile. Rationalis quantitas a. multiplicet Binomiũ b c. & producat quãtitatem d e. aio, q d e. Binomiũ eſt ipſi b c. binomio cõmẽſurabile, & eiuſdẽ ſpeciei. Vt ſi, exẽpli gratia, b c. ſit binomiũ primũ: tũc d e. erit binomiũ pᵘ. Sint enim ipſius b c. binomij mẽbra b c. & ex a. in b. fiat d. ex a. in c. fiat e. Sic enim, per primam ſecũdi, erit d e. totũ, quod fit ex a in b c. Itaque cùm b c. ſit binomium primum, erit per diffin. b. maius membrum rationale atque c. reliquum potẽtialiter tantùm rationale: Cumq; a. rationalis in ſingulas b c. quantitates faciat ſingulas d e. iã per 49ª huius, ipſa d. erit rationalis, & ipſa e. potentia tantùm rationalis: & totum d e. toti b c. commenſurabile. Item ſit ipſius a. quadratum f. quod rationale erit: atque ipſarum b c. quadrata ſint g h. Mox f. multiplicans ipſas g h. producat ipſas k l. eruntq; per coroll. vndecimæ huius, k l. quadrata ipſarũ d e. Cumq; per primam ſexti, ſit ſicut g. ad h. ſic k. ad l. erit euerſim ſicut g. ad exceſſum, quo excedit ipſam h. ſic etiam k. ad exceſſum, quo excedit ipſam l. Verùm g. ad ſuum exceſſum eſt ſicut numerus quadratus ad numerum quadratũ, p 52ª huius: quoniã per diffinitionẽ primi binomij, b. portio excedit c. portionem potentialiter, exceſſu, cuius radix eſt commenſurabilis ipſi b. Qui exceſſus eſt differentia ipſarum g h. & perinde talis exceſſus ſe habet ad g. ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum per 52ª. Igitur k. ad ſuũ exceſſũ ſe habebit ſicut nũs quadratus ad numerũ quadratũ.

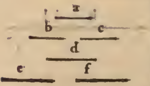




Quare per 53ª ipſa d. potentior erit quàm e.exceſſu, cuiꝰ radix eſt commenſurabilis ipſi d. Cũ ipſarũ d e. potentiæ ſint k l. Itaque per diffinitionem totum d e. binomium primum eſt, ipſi iã b c. cõmenſurabile, quod erat demonſtrandũ. Similiter pro binomio ſecundo, & pro tertio procedemus. Et pro quarto & quinto & ſexto oſtendemus, quòd maior portio potentior eſt minori in quadrato radicis ſibi incõmenſurabilis: ſyllogizãtes per p^a ſexti, & per portionẽ verſam. Sed per 52^a & 53ª adducemus duo corollaria ſequẽtia, quæ agũt de incõmenſurabilibus: quandoquidẽ, in 4° & 5° & 6°, binomijs, maior portio potentior eſt minori in quadrato radicis ſibi incõmenſurabilis. Itẽ pro tertio & ſexto binomijs, in quibus portiones ſunt potentia tm̃ rationalẽs, ad oſtendendã portionũ ipſarum incõmenſurabilitatem, citabimus 48ª huius. Similiter, ſi a. rationalis multiplicet Reſiduum, cuius membra ſunt b c. ac producat d e. oſtendemus ꝙ d e. eſt reſiduum ipſi b c. commenſurabile, eiuſdem ſpeciei. Quod enim demonſtratur de membris binomij, demonſtratur de membris correllatiui reſidui: quandoquidem in diffinitionibus ſortiunt eaſdem conditiones. Recte igitur idem de vtroque proponitur demonſtrandum.

PROPOSITIO 63^a.

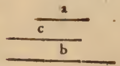
Omnis quantitas Rationalis multiplicans quamlibet irrationalium quantitatum, ſiue bimembrem, ſiue eius corellatiuã reſidualem, producit eiuſdem generis irrationalem, ac multiplicatæ commenſurabilem. Hæc eſt generalior præmiſſa: ibi enim de Binomio, ac reſiduo: hic vero de qualibet duodecim irrationalium agitur. Itaque ſit exempli gratia, rationalis a. quæ multiplicet b. bimediale ſecundum, & producat c. Aio, ꝙ c. eſt Bimediale ſecundum & ipſi b. commenſurabile. Sit enim ipſius a. quadrato d. quod rationale erit, atque ipſius b. quadratum ſit e. quod, per quinquageſimamoctauam huius, erit Binomium tertiũ: Deinde d. multiplicans e. faciat ipſam f. eritq; f. per præcedentẽ, binomiũ tertiũ. Sed per corollariũ 11e huius f. quadratum eſt ipſius c. ergo per 57^a huius c. radix ipſius f. binomij tertij, erit bimediale ſecundum, qđ fuit propoſitum. Eadem penitus argumentatione vteris pro reliquis irrationalium generibus, tam bimembribus, quàm reſidualibus. Sed in reſidualibus, pro quinquageſima octaua, & 57 citabis ſexageſimam primam, & ſexageſimam, quę de reſiduis loquuntur: itaque conſtat veritas propoſitionis.



PRO-

PROPOSITIO. 64ª.

Omnis quantitas commenſurabilis cuipiam ex irrationalium ordine, eſt eiuſdem generis irrationalis. Et habet eidem proportionalia & commenſurabilia nomina. Eſto à quantitas, quæpiam, vel potentia tantùm rationalis, vel medialis, vel bimẽbris, ſiue reſidualis: ipſiq; a. commenſurabilis eſto b. Aio, quòd b. eſt eiuſdem generis irrationalis, cuius a. Diuidatur enim b. in ipſam a. & proueniat c. eritque per 51ª huius c. rationalis. Cùm verò quotiẽs in diuiſorem producat diuiſum, iam c. multiplicans a. facit ipſam b. Rationalis autem c: Igitur per 49ª huius, ſi a. ſit vnimembris quantitas, ſi bimembris, vel reſidualis, per præcedentem, erit b. eiuſdem generis, cuius a. & eidem commenſurabilis: quod eſt propoſitum. Quòd autem b. habeat nomina proportionalia & cõmenſurabilia nominibus ipſius a. conſtabit, ſi qua ſecatur a. eadem rõne in mẽbra ſecetur & b. qđ erat propoſitionis reliquũ.





PROPOSITIO. 65ª.

Omnis quantitas irrationalis diuiſa per quamuis rationalem, exhibet in quotiente quantitatem ſibi cognominem & commenſurabilem. Exempli gratia, b. quantitas irrationalis, ſiue vnimembris, ſiue bimembris, ſiue reſidualis, diuidatur per c. rationalem, & proueniat a. Dico, quòd a. eſt eiuſdem generis, cuius b. & ipſi commenſurabilis. Nam cùm diuiſor in quotiẽtem producat diuiſum: iam c. in a. ducta, faciet ipſam b. Ducatur igitur c. in ipſam d. ſibi æqualem, & producat ipſam e. eritque e. rationalis: & per primam ſexti, ſicut d. ad a. ſic e. ad b. Et permutatim, ſicut d. ad e. ſic a. ad b. Commenſurabilis autem eſt d. ipſi e. quoniam vtraque rationalis. Igitur per 48ª huius, & a. commenſurabilis ipſi b. quare, per precedentem, erit & a. eiuſdem generis, cuius ipſa b. ſupponebatur. quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO 66ª.

Omnes duæ quantitates inuicem commenſurabiles coniunctæ, conficiunt eiuſdem generis quantitatem & ſibi commenſurabilẽ. Sunto a b. quantitates inuicem commenſurabiles: Aio, quòd totum a b. erit quantitas eiuſdem generis, & vtrique ipſarum a b. commenſurabilis. Quòd enim a b. totum ipſis a b. ſingulis eſt commenſurabile, conſtat, per quadrageſimam ſextam huius. Quòd autem eiuſdem generis cum ipſis, conſtat per premiſſam ſexageſimam quartam: conſtat ergo totum propoſitum.



COROLLARIVM.

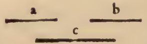
Vnde manifeſtum eſt, quòd aggregatum ex quotcunque quantitatibus inuicem commenſurabilibus, eſt ſingulis partibus commenſurabile & eiuſdem generis cum eiſdem.

PROPOSITIO 67ª.



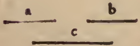
Omnis quantitas potentialiter commenſurabilis alicui ex irrationalibus, eſt eiuſdem generis quantitas. Sit exempli gratia, quantitas a. bimediale ſecũdum: ſitq́; ipſi a. potentialiter cõmenſurabilis ipſa b. Aio, quòd b. eſt etiam bimediale ſecundum. Sunto enim quadrata ipſius a. ipſa c. atque ipſius b. ipſa d. Eritque, per 58ª huius, c. binomium tertium: commenſurabilis autem eſt per hyp. ipſi c. ipſa d. Igitur per 64ª huius d. binomium tertium eſt. Sed ipſius d. radix ipſa b. eſt. Ergo, per 57ª b. bimediale ſecundum erit. quod fuit demonſtrandum. Similiter in cæteris irrationalibus, tam bimembribꝰ, quàm reſidualibus conſtabit propoſitum.

PROPOSITIO 68ª.



Omnis quantitas potentia rationalis multiplicans aliquam ex irrationalibus, producit eiuſdem generis quantitatem. Exempli gratia, a. quantitas potentia rationalis multiplicet b. bimediale ſecundum, & producat c. Aio, quòd. c. eſt bimediale ſecundum. Nam, per diffi. multiplicationis, ſicut eſt a. multiplicans ad poſitam rationalem, ſic c. productum ad b. multiplicatam. Sed a. potentialiter commenſurabilis eſt poſitæ rationali per hyp. igitur per 48ª huius & c. ipſi b. potentialiter commenſurabilis eſt. Cumq́, b. ſit bimediale ſecundum, erit, per præcedentem, & c. bimediale ſecundum. quod fuit oſtendendum. Non aliter in ſingulis cæteris vtriuſque ordinis irrationalibus conſtat propoſitum.

PROPOSITIO 69ª.



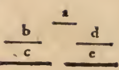
Omnis quantitas irrationalis diuiſa in quantitatem potentia rationalem, exhibet in quotiente quantitatem ſibi cognominem. Exempli gratia, quantitas a. potẽtia tm̃ rationalis, diuidat b. bimediale primum, & proueniat c. aio, ꝙ c. eſt bimediale primum. Nam per diffin. diuiſionis, ſicut eſt diuiſor ad poſitam rationalem, ſic eſt b. diuiſa, ad c. quotientem. Sed a. potentialiter commenſurabilis eſt poſitæ rationali per hypoteſim: ergo & b. potentialiter commenſurabilis

eſt

eſt ipſi c.per 48ª huius. Sed b.bimediale primum. Igitur vt c.bimediale primum per 66ª præmiſſam. quod fuit oſtendendum. Et eodem ſyllogiſmo per ſingula irrationalium genera repetito, conſtat propoſitum.

Propositio 70ª.

Duæ quantitates bimembres eiuſdem generis inuicem commenſurabiles, per ordinem ſex irrationalium ſumptæ, inter ſe multiplicatæ, producunt ſingulas binomij ſpecies. Quod 58ª propoſitio de quadrato, hæc de producto irrationalium concludit. Sunto, exempli gratia, a b. ſingulæ quantitates bimedialia ſecunda, inuicem commenſurabilia. Quarum punctum ſit c. aio, quòd c. eſt binomium tertium. Sit enim ipſi æqualis quantitas d. & ex a. in d. fiat e. Eritq; e. quadratum ipſius a. & perinde binomium tertiũ per 58ª huius. Et quoniam, per primam ſexti, ſicut b. ad d. ſic c. ad e. & ipſa b. ipſi d. per hyp. commenſurabilis eſt. idcirco, per 48ª huius, & c. ipſi e. commenſurabilis erit: Sed e. binomium tertium: ergo, per 64ª & c. binomium tertium eſt. quod fuit demonſtrandum. Quòd ſi a b. ponantur binomia commenſurabilia, erit c. binomiũ primũ. Si autem a b. bimedialia prima commenſurabilia: hinc c. binomium ſecundum. Si maiores, binomiũ quartum. Si potentes rationale ac mediale, binomiũ quintum: ſi potentes duo medialia, binomium ſextum eſſe demonſtrabitur: ſicut propoſitio concludit.

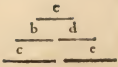


Propositio 71ª.

Duæ quantitates reſiduales eiuſdem generis inuicem commenſurabiles, per ordinem ſex generum ſumptæ, inter ſe multiplicatæ, producunt ſingulas reſidui ſpecies. Quod 61ª propoſitio de quadrato, hæc præſens de producto reſidualium concludit. Itaque ſicut præcedens oſtenſa eſt per 58ª & 48ª & 64ª. ita præſens propoſitio per 61ª 48ª & 64ª eodem proceſſu & deſcriptione demonſtrabit.

Propositio 72ª.

Duæ quantitates bimembres eiuſdem generis potentialiter inuicem commenſurabiles, inter ſe multiplicatæ, producunt binomia. Exempli gratia, ſunto a. & b. bimedialia ſecunda potentialiter inter ſe commenſurabilia, & ex a. in b. fiat c. aio, quòd c. binomium eſt. Ponatur enim d. ipſi æqualis, & ex a.



in d. fiat e. quod per 58ª erit binomium. Verùm per primam ſexti, ſicut b. ad d. ſic c. ad e. & b. commenſurabilis potentialiter ipſi d. igitur, per 48ª & c. commenſurabilis potentialiter ipſi e. Sed c. binomium: ergo, per 67ª huius, c. binomium erit: quod fuit oſtendendum. Similiter ſiue a b. ſint binomia, ſiue bimedialia prima, ſiue ex tribus generibus reliquis eſſe ſupponantur, ſemper c. binomium demonſtrabitur.



Propositio 73ª.

Duæ quantitates reſiduales eiuſdem generis inuicem potentia commenſurabiles, inter ſe multiplicatæ, reſiduum producunt. Exempli gratia, a. & b. reſidua medialia ſecunda inuicem potentialiter commenſurabilia: & ex a. in b. fiat c. Aio, ꝙ c. reſiduum eſt. Oſtenditur hęc omnino ſicut præcedens: hoc excepto, quòd pro 58ª, citanda eſt 61ª, quippe quæ de reſidualibus agit.

Propositio 74ª.



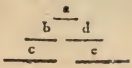
Omne binomium in Reſiduum eorundem nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. Eſto binomium, cuius maius membrum a b. minus verò b c. Mox ipſi c b. æqualis eſto b d. eritque ad reſiduum eorundem nominum, hoc eſt exceſſus eorundem membrorum. Itaque oſtendendum eſt, quòd ſi c a. binomium multiplicetur in a d. producetur quantitas rationalis. Cum enim a c. ſit aggregatum quantitatum duarum a b. b c. atque a d. ſit differentia eorundem, conſtatque per quintam ſecundi Elementorum, quòd ex ductu aggregati radicum in differentiam eorum producatur differentia quadratorum: Iam illud, quòd fuit ex a c. in ipſam a d. erit exceſſus, quo □. ipſius a b. excedit quadratum ipſius b c. Verùm, per diffin. binomij huiuſmodi quadrata rationalia ſunt; igitur talis exceſſus rationalis eſt. Quare rationale eſt, quod fit ex a c. in a d. quod fuit demonſtrandum.

Propositio 75ª.

Omne binomium in Reſiduum proportionalium & commenſurabilium nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. Sunto duo binomia & reſiduum a. & b. quorum nomina maius maiori, & minus minori proportionalia

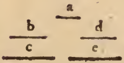
ſint

ſint & cõmenſurabilia, & ex ductu a. in b. fiat c. Aio, quòd c. rationale eſt. Ponatur ipſi binomio æqualia nomina habens d. reſiduum: & ex a. in d. fiat e. quòd per præcedentem erit rationale. Cum autem b d. ſicut reſidua proportionalium & commenſurabilium nominum, erunt b d. inter ſe commenſurebilia: ſed per primam ſexti, ſicut b. ad d. ſic c. ad e. Igitur per quadrageſimam octauam huius, c. commenſurabilia ipſi e. Cumque e. ſit rationalis, erit & c. rationalis. Sicut demonſtrandum fuit.



Propositio 76ª.

Si Binomium multiplicans aliquam quantitatem, produxerit quantitatem rationalem: multiplicata quantitas reſiduum eſt, cuius nomina proportionalia, & commenſurabilia ſunt binomij nominibus. Binomium a. multiplicet b. quantitatem, & producat c. rationalem. Aio, quòd b. Reſiduum, eſt cuius nomina proportionalia ſunt & commenſurabilia ipſius a. binomij nominibus. Ponantur enim d. Reſiduum eorundem nominum, ſiue commenſurabilium, & proportionalium cum nominibus a. binomij. & ex a. in d. fiat e. eritque per præcedentem, vel ante præmiſſam ipſa e. Rationalis. Sed per primam ſexti, ſicut c. ad e. ſic c. ad d. commenſurabilis: eſt autem c. ipſi e. quia ſunt rationales. Ergo per quadrageſimam octauam huius, b. commenſurabilis ipſi d. Fuit autem d. reſiduum: igitur per 64ª & b. reſiduum & commenſurabilium nominum ipſi d. Sed nomina ipſius d. commenſurabilia nominibus ipſius a. binomij, & proportionalia: itaq; & ipſius b. reſidui erunt eiſdem commenſurabilia & proportionalia: quod fuit demonſtrandum.

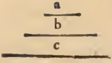


Propositio 77ª.

Si Reſiduum multiplicans aliquam quantitatem fecerit quantitatem rationalem, multiplicata quantitas binomium eſt, cuius nomina proportionalia ſunt, & commenſurabilia reſidui nominibus. Hæc in eadem omnino deſcriptione, & eodem proceſſu demonſtratur: Hoc excepto, quòd vbi ponebatur binomium, ponatur reſiduum, & è contrario.

PROPOSITIO 78ª.

Omnis rationalis quantitas diuiſa in binomium, exhibet in quo tiente reſiduum, cuius nomina commenſurabilia ſunt, & proportionalia ipſius binomij nominibus. Exempli gratia, rationalis quantitas c. diuidatur per a. binomium, & proueniat b. Aio, quòd b. reſiduum eſt, cuius nomina commenſurabilia ſunt & proportionalia ipſius a. binomij nominibus. Nam cùm diuiſor a. in quotientem b. producat diuiſam c. ſitque binomium, & c. rationalis: iam, per 76ª præcedentem, b. reſiduum erit nominum commenſurabilium & proportionalium ipſius a. binomij nominibus. quod eſt propoſitum.

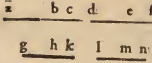


PROPOSITIO 79ª.

Omnis rationalis quantitas diuiſa in reſiduum, exhibet in quo tiente binomium, cuius nomina incommenſurabilia ſunt & proportionalia ipſius reſidui nominibus. Sicut præcedens per 76ª præmiſſam, ita præſens per 77ª demonſtratur.

PROPOSITIO 80ª.

Binomia, quarum radices habent inuicem proportionalia & commenſurabilia nomina, ſortiuntur quoque proportionalia inter ſe & commenſurabilia nomina. Sint, exempli gratia, a b c. d e f. binomia tertia, quorum maiora membra a b. d e. minora verò b c. e f. deinde ſumantur horum binomiorum radices. ſitq; ipſi a b c. radix g h k & ipſius d e f. radix l m n. per 57ª huius eruntque per eandem g h k. l m n. bimedialia ſecunda: Sint ergo talium bimedialium membra, maiora quidem g h. l m. minora verò h k. m n. Et ſupponatur vt g h. ipſi l m. Atque h k. ipſi m n. comparatum, proportionalia ſint & commenſurabilia. Dico hinc, quòd & binomiorum a b c. d e f. ipſum membrum a b. ipſi d e. atque ipſum b c. ipſi e f. comparatum, proportionalia ſunt & commenſurabilia; quod ſic oſtenditur. Quoniam quantitas g k. l n. habent membra commenſurabilia, & proportionalia, maius maiori, & minus minori, erunt coniunctim & totum toti proportionalia, & per quadrageſimam octauam huius, commenſurabilia. Igitur, per quinquageſimam ſecundam huius, ipſorum g h. l n. quadrata, ſcilicet, a c. d f. erunt ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum inter ſe, & ideo commenſurabilia: & idcirco per ſexageſimam



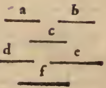
geſimamquartam huius, habebunt membra inuicem proportionalia & commenſurabilia, ſcilicet a b. ipſi d e. atque b c. ipſi e f. quod eſt propoſitum. Similiter in cęteris binomiis, & eorum radicibus conſtabit id, quòd demonſtrandum proponitur.

PROPOSITIO 81ª.

Reſidua, quorum radices habent inuicem proportionalia & commenſurabilia nomina, ſortiuntur etiam proportionalia inter ſe et commenſurabilia nomina. Quod in præcedenti de binomijs eorumque radicibus, quæ ſunt bimembres quantitates, oſtenſum fuit: hic ſimiliter penitus demonſtrabitur de reſiduis, eorumque radicibus, quæ ſunt Reſiduales quantitates. Quandoquidem eadem ſunt Reſidualium, quæ Bimembrium nomina; quæ coniuncta, bimembres; ablata vero minus à maiori reſiduales quantitates faciunt.

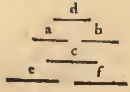
PROPOSITIO 82ª.

Omnis irrationalis bimembris quantitas multiplicans reſidualem quantitatem eorundem, ſiue proportionalium & commenſurabilium nominum, producit quantitatem potentia rationalem, & quandoque rationalem. Sunto, gratia exempli, a. bimediale ſecundum: & b. reſiduum mediale ſecundum eorundem, ſiue proportionalium & commenſurabilium inuicem membrorum: multiplicet autem ipſa a. ipſum b. & producat c. Aio, quòd c. eſt potentialiter rationalis, ſiue quandoque ſimpliciter rationalis. Quod ſic patet. Sit ipſius a. quadratum d. & ipſius b. quadratum e. Eritque per 58ª huius, d. binomium tertium. Atque e. reſiduum tertium per 61ª fiat: ergo ex d. in e. quantitas f. Et quoniam a b. habent per hyp. proportionalia & commenſurabilia inuicem nomina: iam eorum quadrata d e. per pręcedentem & antepræmiſſam habebunt inter ſe proportionalia & commenſurabilia nomina. Quamobrem, per 74ª, vel 75ª huius, d. binomium multiplicans e. binomium, producit quantitatem rationalem. Igitur f. rationalis eſt, & ideo c. quæ per corollarium 11ᵉ. huius, eſt radix ipſius f. potentialiter rationalis eſt. Et ſi f. fuerit quadratus numerus, tunc & c. magnitudine rationalis erit. quod fuit demonſtrandum. Similiter idipſum



ſum de quauis bimembri quantitate, ſuaque reſiduali oſtendetur ſicut propoponitur.

Proposidio 83ª.



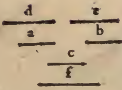
Si binomium ſecetur per Reſiduum proportionalium & commenſurabilium nominum, proueniet ex diuiſione Binomium primum. Eſto a. reſiduum. b verò binomium: quorum nomina nominibus proportionalia & commenſurabilia, maius maiori, & minus minori. Secetur autem b. in ipſum a. & proueniat c. Aio, quòd c. binomium primum erit. Ponatur enim d. binomium, cuius nomina ipſius a. reſidui nominibus, ſingula ſingulis ſint æqualia: & ex d. in a. proueniat e. eritque per ſeptuageſimamquartam harum, e. rationalis. Item ex d. in b. fiat f. eritque, per ſeptuageſimã præmiſſam f. binomium primum: quandoquidem d b. ſunt binomia inuicem commenſurabilia. Cumque per primam ſexti, ſicut a. ad b. ſic e. ad f. Iam idcirco, ſi ſecetur f. in e. proueniat c. quæ proueniebat ex diuiſione ipſius b. in a. Verùm e. rationalis fuit, atque f. binomium primum: igitur & c. per ſexageſimamquintam huius, binomium primum erit. quod erat demonſtrandum.

Propositio 84ª.

Si reſiduum ſecetur per binomium proportionalium & commenſurabilium nominum, proueniet ex diuiſione reſiduum primum. Hæc præſens, oſtenditur ſimiliter per eadem, ſicut præmiſſa: ſed vbi in præmiſſa ponitur reſiduum, hìc ponatur binomium, & è contrario: & pro 70ª citetur 71ª, quæ loquitur de reſidualibus. Quibus exceptis deſcriptio eſt eadem.

Propositio 85ª.

Si quælibet bimembris quantitas ſecetur per reſidualem quantitatem proportionalium & commenſurabiliũ nominum, proueniat ex diuiſione tali Binomium. Exempli gratia, ſit a. Reſiduũ mediale ſecundum atque b. bimediale ſecundum proportionalium inuicem, & commenſurabilium membrorum. Deinde ſecetur b. in ipſum a. & proueniat c. Aio, quòd c. binomiũ erit. Sunto enim ipſorum a b. quadrata d e. eritque per 61ª d. reſiduũ tertium, & per 58ª e. binomium tertiũ: per 80ª & & 81ªm præmiſſas proportionalium & commenſurabilium nominum. Itaque ſecetur e. in d. & proueniat f. eritque per



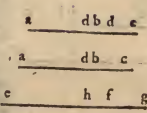
ante-

antepremiſſam f. binomium primum. Sed per corollar. 11ª huius, ipſius f. radix eſt c. igitur per 57ª huius c. binomium eſt, quod eſt propoſitum. ſimiliter, ſi a. quæcunque reſidualis, & b. eius bimembris quantitas proportionalium & commenſurabilium membrorum ſupponatur, ſemper c. binomium erit. Sicut demonſtrandum proponitur.

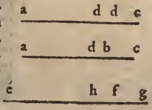
PROPOSITIO 86ª.

Si qualibet reſidualis quantitas ſecetur per bimembrem quantitatem proportionalium & commenſurabilium nominum: proueniet ex diuiſione tali reſiduum. Oſtendetur hæc non aliter, quàm præcedens. Sed vbi in præmiſſa proponitur reſidualis quantitas, hìc ponatur bimembris, & è contrario: & pro 82ª & 57ª citandæ ſint, 83ª & 60ª, & deſcriptio maneat eadem.

PROPOSITIO 87ª.



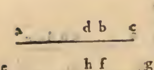
Impoſſibile eſt, binomium alibi, quàm in ſuo puncto diuidi, ſeruata membrorum diffinitione. Eſto binomium conſtans ex membris a b. maiori, b c. minori, vt diffinitio exigit. Aio, ꝙ impoſſibile eſt ipſum a c. binomium alibi, quàm in puncto b. ſecari, vtpote in puncto d. ita vt a d. d c. membra ſint rationalia & potentialiter tantum commenſurabilia. Quod ſic conſtat. Sit binomium a c. primum, ſecundum, quartum, vel quintum: in quo vna portionum a b. b c. rationalis eſt: & tunc, ſi punctum d. fuerit in portione rationali, erit iam portio a d. rationalis: ſed d c. bimembris, nam conſtabit ex d b. rationali, & b c. potentialiter tantum rationali: non igitur erit d c. potentia rationalis, vt poſtulat binomij diffi. Si verò punctum d. fuerit in portione b c. potentia tantum rationali: cogetur aduerſarius facere ipſam a d. rationalem: Vnde b d. rationalis erit, cùm a b. ſit per hyp. rationalis. Sed b c. potentia tantùm retionalis: ergo d c. reſiduum, & nequaquam potentia rationalis. Hoc autem pro binomiis primo ac quarto, in quibus portio maior a b. rationalis ſupponitur. Pro ſecundo aūt ac 5º in quibus b c. portio minor rationalis ſupponitur transferes ſyllogiſmum. Pro tertio autem & ſexto binomijs, in quibus vtraque portio potentialiter tantum rationalis eſt, ſic procedam.



Ponantur

Ponantur membrorum a b. b c. quadrata ſimul ſumpta conficere quantitatem e f. duplum autem eius, quod fit ex a b. in b c. ſit quantitas f g. Vnde per quartam ſecundi Elementorum, totum e g. erit quadratum ipſius a c. vnde, cum a c. ſit binomium, erit, per 58ª huius, e g. binomium primũ. Itaque ſi a b c. binomium ſuſcipit in alio, quàm b. puncto, vt in d. diuiſionem: tunc aggregatum quadratorum a d. d c. ſit e h. eritque reliquum h g. duplum eius, quod ex a d. in d c. Cumque ex demonſtratione 58ª huius, e h. h g. ſint membra ipſis e g. binomij: ſequetur, vt ipſum e g. binomium primum ſecetur in alio, quàm f. puncto: quod dudum impoſſibile oſtenſum fuit. Quæ demonſtratio non ſolùm pro tertio, & ſexto, ſed etiam pro cęteris inſeruit binomijs.

PROPOSITIO 88ª.

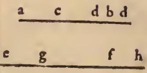


Impoſſibile eſt, quamlibet cæterarum quinque bimembrium quantitatem alibi quàm in ſuo termino diſtingui, ſeruata diffinitione. Quod de binomio præmiſſa concludit, hoc præſens de bimediali primo, ſecundo, cæterisque tribus irrationalibus proponit. Sit in exemplum a b c. bimediale ſecundum: cuius maius membrum a b. minus autem b c. Aiò, quòd impoſſibile eſt ipſum a c. bimediale ſecundum, alibi quàm in puncto b. vt pote in puncto d. ita ſecari, vt a d. d c. portiones ſint eiuſdem diffinitionis, cuius erant ipſæ a b. b c. Quod ſic conſtat. Ponatur ipſius a b c. bimedialis ſecundi quadratum e f g. ita, vt e f. ſit cumulus ex quadratis a b. b c. & f g. duplũ producti ex a b. in b c. eritque ex demonſtratione 58ª huius, e g. binomium tertium, cuius membra e f. f g. Quòd ſi a b c. bimediale ſecundum alibi quàm in b. puncto, vt in d. patitur diuiſionem: tunc per 57ª ponetur aggregatum ex quadratis a d. d c. ipſum e h. & reſiduum h g. duplum eius, quod ex a b. in b c. ita vt ipſum e g. binomium tertium alibi, quàm in f. puncto in membra ſuæ diffinitionis diſtinguatur, quod, per præcedentem, eſt impoſſibile. Et perinde impoſſibile erit ipſum a b c. bimediale ſecundum alibi quàm in b. puncto diſtingui. quod fuit propoſitum. Quod & de reliquis reſidualibus ſimiliter conſtabit.

PROPO-

Propoſitio 89ª.

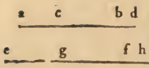
Impoſſibile eſt reſiduum eſſe exceſſum aliorum, quàm ſuorum membrorum, ſeruata eius diffinitione. Sunto reſidui mẽbra, maius quidem a b. minus verò b c. ita vt eorum exceſſus c a. ſit ipſum reſiduum. Aio igitur, quòd a c. non poteſt eſſe exceſſus aliorum membrorum quàm a b. b c. ita vt membra talia ſint rationalia, & potentialiter commenſurabilia. Sint enim, ſi poſſibile eſt, talia membra a d. d c. vt eorum exceſſus; ſit dictum a c. reſiduum. Et tunc ſi maius membrum a d. ſit rationale, ſicut in primo, vel quarto reſiduo, cum & a d. vt ſupponitur, rationale ſit; erit eorum differentia b d. rationalis: verùm b c. potentia tantùm rationalis per diffinitionẽ binomij primi vel quarti. Igitur d c. binomium eſt, non autem potentia rationalis, quod eſt ſuppoſito contrarium. Aſtruitur ergo propoſitum. Quòd ſi minus membrum b c. ſit rationalis, vt in ſecundo, & quinto reſiduo, tunc rurſus b d. rationalis: ſed a b. potentia tantùm rationale, per diffin. ſecundi, vel quinti binomij: ergo a d. binomium, non potentialiter rationalis eſt. Quod ſuppoſito contradicit. Conſtat igitur propoſita impoſſibilitas: & hoc, quando a d. ponitur maior, quàm a b. Quando verò minor, ſcilicet cùm punctum d. ponitur inter puncta b c. tunc arguetur ſimiliter, vel a d. vel d c. eſſe reſiduum: quod ſimiliter ſuppoſito aduerſarij refragatur. Sic quo ad primum, ſecundum, quartum, & quintum reſiduum, conſtat propoſitum. Quo ad tertium verò, ſextumque reſiduum, ſic procedam. Ponam e f. aggregatum ex quadratis ipſarum a b. b c. Item f g. duplum eius, quod fit ex a b. in b c. Eritque per quinquageſimam nonam huius, e g. quadratum ipſius a c. ſiue, quod idem eſt, a c. radix ipſius e g. Cumque a c. ſit tertium, vel ſextum reſiduum, erit, per ſexageſimamprimam e g. reſiduum primum. Itaque, ſi a c. reſiduum ſit per alia, quàm a b. b c. membra, vtpote per a d. d c. tunc aggregatum ex quadratis ipſorum a d. d c. ſit e h. duplum verò eius, quod ex a d. in d c. ſit h g. Cumque ex demonſtratione ſexageſimæprimæ, tunc ipſius e g. reſidui primi membra ſint e h. h g. ſequitur, vt ipſum e g. reſiduum primum conſtet per exceſſum



aliorum

aliorum, quàm e f. f g. membrorum: quod dudum impoſſibile fuit oſtenſum. Quę demonſtratio non ſolùm tertio & ſexto, ſed etiam cæteris reſiduis vſu venit. Sic conſtat penitus, quod proponitur.

PROPOSITIO 90ª.

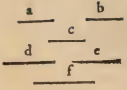


Impoſſibile eſt quamlibet cæterarum quinq; reſidualium quantitatum eſſe exceſſum aliorum, quam ſuorum membrorum, ſeruata diffinitione. Quod præmiſſa de Reſiduo concluſit, hæc præſens de reſiduo mediali primo, ſecundo, cæteriſque tribus reſidualibus quantitatibus proponit. Vt ſi ſit, exempli gratia, Reſiduum mediale ſecundum, cuius nomen maius a b. minus verò b c. ita vt reſiduum ipſum mediale ſecundum ſit a c. Aio igitur, quòd a c. non poteſt eſſe exceſſus aliorum, quàm a b. b c. membrorum, vt puta ipſorum a d. d c. ita vt a d. d c. habeant cõditiones diffinitionis ipſius medialis, quas habent a b. b c. Si enim hoc poſſibile eſt: tunc aggregatum ex quadtatis ipſorum a b. b c. ſit e f. duplum verò eius, quod fit ex a b. in b c. ſit f g. Eritque per 59ª huius a c. radix ipſius e g. Cumque a c. ſit reſiduum mediale ſecundum, erit, per ſexageſimamprimam e g. Reſiduum tertium. Itaque ſi a c. reſiduum mediale ſecundum eſſe poteſt exceſſus aliorum, quàm a b. b c. vt pote ipſorum a d. d c. membrorum: tunc aggregatum ex quadratis ipſorum a d. d c. duplum verò eius, quod ex a d. in d c. ſit g h. Eruntque ex demonſtratione ſexageſimæ primæ tunc ipſius e g. reſidui tertij membra e h. h g. Quare ſequetur, vt ipſum e g. Reſiduum tertium fiat per exceſſum aliorum, quàm e f. f g. membrorum: quod per præcedentem impoſſibile eſt. Et perinde impoſſibile erit ipſum a c. Reſiduum mediale ſecundum eſſe aliorum quàm a b. b c. propriorum membrorum exceſſum, ſeruatis diffinitionis conditionibus. quod fuit demonſtrandum. quæ demonſtratio ſimiliter ad reliquas reſiduales quantitates transfertur. Sic conſtat penitus propoſitum.

PROPOSITIO 91ª

Omnis medialis quantitas multiplicans aliquam irrationalem de numero ſex generum, ſiue bimembrem ſiue reſidualẽ producit

ducit omnino aliquam de numero earundem. Exempli gratia: a. quantitas medialis multiplicet ipſam b. maiorem, & faciat c. Aio, quòd c. eſt vna ſex generum, quibus adnumeratur Maior, videlicet aut binomium, aut bimediale primum, aut ſecundum, & cætera. Ponatur enim ipſius a. quadratũ d. quod erit potentia rationale, per diffinitionem Medialis. Sit etiam ipſius b. quadratum e. quod per quinquageſimam octauam huius erit binomium quartum. Itaque ipſa d. multiplicet ipſam e. & proueniat f. eritque f. per 68ª harum binomium. Sed per corollarium vndecimę huius f. eſt quadratum ipſius c. Igitur per quinquageſimamſeptimam huius c. radix ipſius f. binomij erit vna ex irrationalibus bimembribus ſex generum, quod fuit demonſtrandum. Similiter ſi b. ponatur binomium, aut bimediale vtrumlibet, aut altera ex duabus reliquis; ſemper f. oſtendetur eſſe binomium: & perinde c. vna ſex generum bimembrium. Non aliter pro reſidualibus argumentaberis: ſed pro 58ª citabis ſexageſima prima: & pro quinquageſima ſeptima citabis ſexageſimam, quæ de reſiduis agunt. Quam ob rem ſi poſuiſſes b. Minorem, aut qualibet cæterarum quinque reſidualium, oſtendiſſes f. eſſe reſiduum: & perinde c. vnum ex reſidualium generum numero, quemadmodum demonſtrandum proponitur.



PROPOSITIO 92ª.

Omnis medialis quantitas diuidens aliquam ex irrationalibus, ſiue bimembribus, ſiue reſidualibus, præſtat in quotiente aliquã de numero eorundem. Hæc ſimiliter omnino demonſtratur ſicut præmiſſa: verùm, loco ſexageſimæ octauæ citabis ſexageſimam nonam, quæ loquitur de diuiſione. Et pro corollario vndecimæ adduces corollarium duodecimæ, & pro multiplicatione vtere diuiſione, ſicut proponitur.

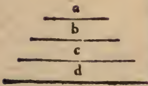
PROPOSITIO 93ª.

Omnis quantitas ſecundo quadrato commenſurabilis alicui irrationali ſiue de numero bimembrium, ſiue reſidualium, eſt etiã vna de numero earundem. Exempli gratia, ſit a. Bimediale primum: & quantitas b. ipſi a. commenſurabilis in quadrato ſecundo. Aio, quòd b. eſt etiam vna ſex generum, ex quibus bimediale primum. Sit enim ipſius a. quadratum c. & ipſius b. quadratum.

quadratum d. Eruntque cd. potentialiter commenſurabiles, quandoquidem earum quadrata ſunt ſecunda quadrata ipſarum a b. per hyp. commenſurabilia. Sed c. binomium ſecundum eſt, per quinquageſimamoctauam harum : ergo & per ſexageſimam ſeptimam binomium erit. Quare ipſius d. radix ipſa b. per quinquageſimam ſeptimam, erit aliqua ſex bimembrium. quod erat demonſtrandum. Similiter ſi a. ponatur binomium, vel bimediale ſecundum, vel aliqua ex tribus reliquis : ſemper d. binomium eſſe arguetur, & perinde b. vna ſex generum, in quibus binomium numeratur. Eodem ſyllogiſmo vteris pro reſidualibus, dum loco quinquageſimæ octauæ citetur ſexageſima prima, & loco quinquageſimæ ſeptimæ vocetur ſexageſima, quæ de reſiduis loquitur, ſicut in antepræmiſſa.

Propositio 94ª.

Omnis irrationalis quantitas ſiue de numero ſit bimembrium ſiue reſidualium, non ſolùm magnitudine ac potentia irrationalis eſt, hoc eſt, quo ad primum quadratum; ſed etiam quo ad ſecundum, quo ad tertium, & quo ad ſequentia in infinitũ quadrata. Nam, quo ad binomium primum, ſecundum, quartum, & quintum, in quibus vna portionum rationalis, reliqua irrationalis eſt, patet propoſitum : cùm enim partes ſint inter ſe incommenſurabiles, erit per quadrageſimam ſeptimam huius, tam congeries, quàm exceſſus incommenſurabilis toti, & perinde totum irrationale : & quoniam exceſſus incommenſurabilis partibus, erit & exceſſus etiam irrationalis. Quo fit, vt tam binomium, quàm reſiduum primum, ſecundum, quartum, & quintum irrationale ſit. Sed pro binomio tertio, & ſexto, ſuoque reſiduo, ac præ cæteris bimembrium, aut reſidualium generibus ſic procedam. Sit a. bimediale primum, aio, quòd a. irrationale eſt magnitudine. Exponatur enim eius quadratum b. quod per quinquageſimamoctauam huius, erit binomium ſecundum: ſed binomium ſecundum dudum irrationale fuit. Igitur a. potentia irrationalis eſt : quare & magnitudine per poſtremum corollarium quinquageſimæ tertię huius. Et ſimiliter faciam de cæteris generibus tam bimemembribus, quàm reſidualibus : loco tamen quinquageſimæ octauæ adducta 61ª. Quod autem omnis tam bimembris quàm reſidualis



quantitas

quantitas ſit potentialiter in infinitum irrationalis, conſtabit ſic. Sit talis quantitas a. eius quadratum b. eiuſdem quadratum ſecundum c. eius quadratum tertium d. & deinceps in infinitum. Quando igitur quantitas a. bimembris eſt, tunc per quinquageſimam octauam b. erit binomium, atque c. & d. cæteraque in infinitum quadrata ſemper binomia prima. Quę cùm irrationalia ſint, conſtat propoſitum. Quando verò quantitas a. reſidualis ſupponitur, tunc per ſexageſimã primã b. erit reſiduum. Inde autem c. & d. & ſequentia ſemper quadrata reſidua prima, & perinde irrationalia, quemadmodum demonſtrandum proponitur.

Propositio 95ª.

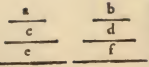
Binomium & reſiduum non ſolùm inter ſe magnitudine, ſed etiam primo, ſecundo, & omni deinceps in infinitum quadrato incommenſurabilia ſunt. Sit a. quoduis binomium. b. autem quodlibet reſiduum. Aio, quòd a b. & ſimpliciter, & potentialiter in infinitum incommenſurabilia ſunt. Nam ſi b. ipſi a. commenſurabilis eſſet, cùm a. ſit binomium, eſſet & b. binomium per ſexageſimam quartam huius: quod eſt contra hyp. Non ſunt igitur a b. commenſurabiles, ſed incommenſurabiles. Deinde ſunto ipſorum a b. prima quidem quadrata c d. ſecunda e f. & deinceps ſequentia. Eruntq; per quinquageſimam octauam & ſexageſimam primam huius, c. binomium, d. autem reſiduum primi ordinis. Et ſimiliter e. binomium, & f. reſiduum eiuſdem ordinis, quæ ſunt inuicem, hoc eſt, tam c d. quàm e f. & deinceps, incommenſurabiles: quoniam ſcilicet binomium Reſiduo incommenſurabile dudum oſtenſum eſt. Igitur potentiæ ipſorum a b. primę, ſecundæ & ſequentes incommenſurabiles ad inuicem, ſicut proponitur.



Propositio 96ª.

Bimembris quantitas & reſidualis non ſolùm inter ſe magnitudine, ſed etiam potentialiter in infinitum incommenſurabiles ſunt. Sit a. quęcunque bimembris, b. verò quælibet, Reſidualis. Aio, quòd a b. incommenſurabiles ad inuicem ſunt: ſecus enim per ſexageſimam quartam huius, eſſent eiuſdem generis: quod eſt contra hypotheſim. Deinde ſint ipſarum a b. quadrata prima c d. ſecunda e f. & deinceps: eruntque per quinquageſimam octauam, & ſexageſimam primam c.

 binomium,



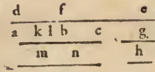
binomium, & d.reſiduum : item e. binomium primum, & f. reſiduum primum : igitur, per præcedentem, tã ipſa c d. inter ſe, quàm e f. inter ſe, & deinceps ſequentia inter ſe, incommenſurabilia ſunt. Quare ipſorum a b. tam primæ, quàm ſecundæ, quàm ſequentes in infinitum potentia ſunt incommenſurabiles, ſicut demonſtrandum proponitur.

COROLLARIVM.

Manifeſtum eſt igitur, quòd ſicut omnis bimembris de numero ſex generum quantitatis, primum quadratum eſt binomium : ſecundum verò, tertium & omne ſequens in infinitum, ſemper eſt binomium primum : ita omnis reſidualis ex alio ſenario quantitatis primum quadratum reſiduum : ſecundum verò, tertium & quotcunque deinceps, ſemper eſt reſiduum primum. Quod non eſt parua admiratione dignum.



PROPOSITIO 97.



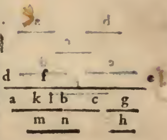
Quadrata portionum irrationalis lineæ bimembris, quæ maior appellatur, ſunt binomium & reſiduum quartæ ſpeciei. Conſtat hoc apertè in deſcriptione & theoria quinquageſimę octauę huius, quando a b c. eſt binomium quartum m n. eſt maior. fuit autem ibi a k. potentior quàm k l. in eo, quòd fit ex a l. l b. hoc eſt, in quarta parte ipſius e f. hoc eſt, in quadrato, quod ex dimidio ipſius b c. quod dimidium incommenſurabile eſt ipſi a k. quoniam eorum dupla, ſcilicet a b. b c. membra binomij ſunt incommenſurabilia : quo fit, vt a k. rationalis potentior ſit, quàm k l potentialiter tantùm rationalis in quadrato radicis ſibi incommenſurabilis: Atque ideo, per diffinitionem, a k l. ſit binomium quartum ex membris a k. k l. conſtans : vtque l b. eorundem membrorum exceſſus ſit reſiduum quartum. Erat verò a l. quadratum ipſius m. atque l b. quadratum ipſius n. quę ſunt membra maioris prędictę, hoc eſt m. membrum maius: & n. membrum minus. Igitur quadrata talium membrorum, ſunt binomium quartum, & reſiduum quartum. quod fuit demonſtrandum.

COROL-

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd tales portiones, quę conſtituunt Maiorem, ſunt etiam ipſę irrationales Maior, & Minor. Hoc eſt, magna portio eſt irrationalis, quæ Maior appellatur: parua verò portio, irrationalis, quę Minor dicitur. Nam, cùm quadratum magnę portionis ſit binomium quartum, iam per quinquageſimam ſeptimam ipſa magna portio erit irrationalis, quę Maior. Cumque quadratum paruę portionis ſit reſiduum quartum: iam per ſexageſimã, ipſa parua portio erit irrationalis, quę Minor. Atque hęc eſt cauſa, quòd tales irrationales, Maior, & Minor vocantur: quoniam earum membra ſingula cadunt ſub diffinitionem compoſiti: vnde & membra ſingula rurſus in portiones homogeneas, & ſic deinceps in infinitum (quod mirabile eſt) ſecantur.

Propoſitio 98ª.



Quadrata portionum Potentis Rationale, ac mediale ſunt Binomium ac reſiduum aliquando quintæ, aliquãdo ſextæ ſpeciei.

Nam in deſcriptione quinquageſimę ſeptimę huius, quando a b c. eſt binomium quintum, tunc m n. eſt potens rationale ac mediale. Quadratum autem portionis m. eſt a l. quadratum autem portionis n. eſt l b. contigit autem a l. eſſe binomium quintum vel ſextum. atque l b. eſſe reſiduum quintum, vel ſextum: quod ſit patet. Cùm a b c. ſit binomium quintum, iam a b. eſt rationalis potentia tantùm, & idcirco a k. eius dimidium rationalis potentia tantùm. Itaque ſi k l. ſit rationalis, quod tunc contingit, cum d f eſt numerus quadratus, & perinde g. ipſius d f. quarta pars numerus quadratus: tunc a l. eſt binomium quintum. Sit autem k l. ſit potentia tantùm rationalis, quando videlicet d f. & perinde ipſius quadrans g. non eſt numerus quadratus: Tunc k l. eſt binomium ſextum. Et eodem modo variatur l b. de reſiduo quinto in ſextum, cùm ſit exceſſus membrorum dicti binomij. Conſtat ergo propoſitum.

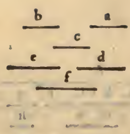
Propoſitio 99ª.

Quadrata potentis duo medialia portionum, ſunt etiam binomium, etiam Reſiduum, quinque quintæ & quinque ſextæ ſpeciei. Hæc conſtat eodem penitus modo, quo præmiſſa in eadem quinquageſimæ ſextę deſcriptione.

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd tam potentis rationale ac mediale, quàm potentis duo medialia portiones ſunt qñque potens rationale ac mediale: Atque cum rationali mediale potens: & quinque ſunt Potens duo medialia: Atq; cum mediali mediale potens. Quod corollarium conſtat ex quinquageſima ſeptima, & 60ª. & ex duabus præmiſſis.

Propoſitio 100ª.



Omnis quantitas potentia rationalis diuiſa in binomium, exhibet in quotiente Reſiduum. Quantitas a. potentialiter rationalis diuidatur per binomium b. & proueniat c. Aio, ꝙ c. reſiduum eſt. Sit enim quadratum ipſius a. quantitas d. quę rationalis erit. Item, quadratum ipſius b. ſit e. quod per quinquageſimam octauam huius, erit binomium primum. Deinde diuidatur d. per e. & proueniat f. quæ per ſeptuageſimam octauam huius, erit reſiduum nominum commenſurabilium nominibus ipſius e. & proportionalium, & perinde Reſiduum primum. Sed per corollarium duodecimæ huius f. eſt quadratum ipſius c. hoc eſt c. radix eſt ipſius f. Reſidui primi: igitur, per ſexageſimam huius c. reſiduum eſt. Quod fuit demonſtrandum.

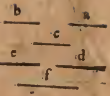
Propoſitio 101ª.

Omnis quantitas potentia rationalis diuiſa in reſiduum, exhibet in quotiente binomium. Hæc propoſitio conſtat eo modo, quo præcedens. Ita vt loco binomij, Reſiduum; & pro Reſiduo, binomium ponatur; & pro ſeptuageſima octaua citetur ſeptuageſima nona: quandoquidem d. rationalis diuidenda eſt per e. Reſiduum primum. & pro quinquageſima octaua ſumatur ſexageſima prima, quæ loquitur de quadratis reſidualium.

Pro-

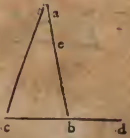
Propositio 102ª.

Omnis quantitas potentialiter rationalis, diuiſa in binominale, reddit in quotiente reſidualem correlatiuam: Diuiſa verò in reſidualem, reddit in quotiente binominalem correlatiuam. Idemq́; dicendum de quantitate ſimpliciter rationali. Exempli gratia, Quantitas a. rationalis ſimpliciter, ſiue tantùm potentialiter, diuidatur per b. bimediale ſecundum, & proueniat c. aio, quòd c. erit reſiduum mediale ſecundum. Sit enim ipſius a. quadratum d. quæ rationalis erit: item ipſius b. quadratum e. quod per ſexageſimam primam huius, erit binomium tertium. Deinde ſecetur d. per e. & proueniat f. Eritq; per ſeptuageſimam octauam huius f. Reſiduum tertium. Sed per corollar. duodecimæ huius, c. radix eſt ipſius f. igitur per ſexageſimam huius, c. erit Reſiduum mediale ſecũdum: quod eſt propoſitum. Similiter pro cæteris binominalibus procedemus. Quòd ſi ponatur quantitas a. rationalis diuidi, exempli cauſa, per b. reſiduum mediale ſecundum, atque ex diuiſione prouenire c. eodem modo oſtendetur c. eſſe bimediale ſecundum: ſed tunc, pro ſexageſima prima citabitur quinquageſima octaua, & pro ſeptuageſima octaua citabitur ſeptuageſima nona, & pro ſexageſima citabitur quinquageſima ſeptima, vt ſuppoſitis congruit.

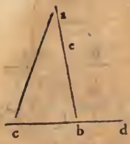


Propositio 103ª.

Omnis quantitatis ſecundum extremam, mediamq́; rationem diuiſæ, vtraque portio Reſiduum eſt, maior ſcilicet quintum, minor autem primum. Agam per lineas, à quibus argumentum transferri poteſt ad quoduis quantitatis genus. Ponatur linea rationalis a b. quæ perpendicularis ſit ad ipſam c b d. ſitque b c. dimidium ipſius a b. coniunctaque a c. ponatur ipſi a c. æqualis c d. & abſcindatur de ipſa a b. ipſi b d. æqualis b e. Quod fieri poteſt: nam a b. b c. ſimul maius ſint, quàm a c. hoc eſt quàm c d. Sit ergo per vndecimam ſecundi Elementorum, linea a b. ſecetur in puncto e. Ita vt rectangulum b a. a e. æquale ſit quadrato b e. & perinde a b. b e. e a. ſint continuè proportionales: hoc eſt, vt tota a b. ad maiorem portionem b e. talem habeat rationem, qualem ipſa b e. ad minorem portionem e a. Oſtendendum itaque eſt, quòd exiſtente a b. rationali b e.

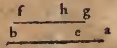


erit Reſiduum quintum: & e a. Reſiduum primum, ſic. Quoniam a b. dupla eſt ad b c. ideo quadratum ipſius a b. quadruplum erit ad quadratum ipſius b c. Sed per penultimam primi Elementorum, quadratum ipſius a c. æquale eſt quadratis a b. b c. ſimul ſumptis Igitur quadratum ipſius a c. & ideo ipſius c d. quincuplum erit ad quadratum ipſius b c. Cumque b c. per hyp. ſit rationalis: erunt d c. potentia tantùm rationalis: & b c. longitudine rationalis: quare, per diffin. harum, exceſſus b d. Reſiduum quintum erit: quandoquidem d c. potentior quàm c b. in quadrato lineæ ſibi incommenſurabili: Igitur & b e. ipſi b d. æqualis Reſiduum quintum erit. Atque ideo, per ſexageſimam primam huius, quadratum ipſius b e. erit reſiduum primum. Eſt autem quadratum ipſius b e. æquale rectangulo b a. a e. Igitur quod fit ex b a. in ipſam a e. reſiduum primum eſt. Sed quòd fit ex b a. in a e. diuiſum in b a. rationalem, exhibet ipſam a e. Ergo, per ſexageſimam quintam huius, a e. quotiens diuiſionis, eſt commenſurabilis & cognominis ipſi diuiſæ, hoc eſt, quod fit ex b a. in a e. quod eſt reſiduum primum: Itaque a e. Reſiduum primum eſt: quod reſtabat demonſtrandum. Quæ demonſtratio, ad omnem quantitatem transfertur: ſicut infert propoſitio.



PROPOSITIO 104ª.

Si maior portio quantitatis ſecundùm extremam mediamq; rationem diuiſæ, fuerit rationalis; minor erit Reſiduum quintum. Sit quantitas f g. vt proponitur, diuiſa in partes f h. h g. ponaturque f h. maior portio rationalis. Dico, quòd reliqua g h. erit Reſiduum quintum. Ponatur enim rationalis quantitas a b. ſic diuiſa in partes b e. e a. Eritque per præcedentem, maior pars b e. reſiduum quintum, & reliqua e a. reſiduum primum. Cumque, propter proportionem ſimilem, ſit ſicut b a. ad ipſam b e. ſic f h. ad ipſam h g. & permutatim, ſicut b a. ad ipſam f h. ſic b e. ad ipſam h g. atque b a. & f h. ſint inter ſe commenſurabiles, quia rationales; erunt per quadrageſimam octauam huius, ipſæ b e. h g. inter ſe commenſurabiles: Sed b e. reſiduum quintum. Igitur per ſexageſimam quartam huius, h g. reſiduum quintum erit. Quod fuit demonſtrandum.



PROPO-

Propositio 105ª.

Si minor portio quantitatis ſecundùm extremam mediamq́; rationem diuiſæ, fuerit rationalis, minor erit binomium quintum.



Sit quantitas f g vt proponitur, diuiſa in partes f h. h g. ponaturque minor portio g h. rationalis. Dico tunc, quòd f h. maior portio erit binomium quintum. Ponatur enim quantitas k l. ſimiliter diuiſa, in k m. m l. cuius maior portio k m. ſit rationalis: eritque, per præcedentem, l m. reliqua portio reſiduum quintum. Sed propter ſimilem proportionem, ſicut l m ad ipſam m k. ſic g h. ad ipſam h f. Ergo per decimam quintam ſexti, quod fit ex l m. h f. æquale eſt ei, quod fit ex m k. g h. rationale autem, quòd ex m k. g h. quandoquidem ipſæ rationales. Igitur quod ex l m. h f. rationale eſt. Sic ergo l m. Reſiduum quintum multiplicans ipſam h f. producit quantitatem rationalem. Quare, per ſeptuageſimam ſeptimam ipſam, h f. multiplicata quantitas erit binomium quintum: quod oſtendendũ proponebatur.

COROLLARIVM.

Hinc manifeſtum eſt, quòd ſi tota linea ſic diuiſa, ſiue vtralibet portionum ponatur potentia tantùm rationalis, adhuc portiones erunt, quæ dictæ ſunt, irrationales, ſcilicet Reſidua, & binomium. Nam ſi duę lineæ, vna rationalis, & altera potentialiter tantùm rationalis ſic diuiſę fuerint, propter proportionem eandem; portiones huius, portionibus illius, per quadrageſimam octauam, commenſurabiles potentialiter erunt: & idcirco per ſexageſimam ſeptimam, eiuſdem generis cum illis. Similiter, ſi portio maior illius rationalis, ac portio maior huius potentia tantùm rationalis ponatur, tunc reliquę portiones erunt reſidua. Si verò minor portio illius rationalis, ac minor huius potentia tantùm rationalis ſit, tunc maiores binomia erunt: ſicut infert corollarium.

Propositio 106ª.

Si circulus, cuius diameter rationalis circumſcribat triangulum, quadratum, & hexagonum æquilaterum: ſolum latus hexagoni rationale eſt: latus verò tam trianguli, quàm quadrati

Potentialiter tantùm rationale & longitudine incommenſurabile ipſius circuli diametro. Patet: nam latus hexagoni æquale eſt ſemidiametro circuli circumſcribentis, vt in quarto Elementorum oſtenſum eſt. Latus autem trianguli potentialiter triplum; latus verò quadrati potentialiter duplum eſt ad ſemidiametrum: quæ rationes cùm nequaquàm ſint, ſicut numeri quadrati ad numerum quadratum, iam per ſecundum Corollarium quinquageſimætertiæ huius, latera talia incommenſurabilia ſunt ſemidiametro, & perinde diametro: ſicut proponitur. Talis autem laterum ratio in decimotertio Elementorum commonſtratur.

COROLLARIVM.

Et manifeſtum eſt ſimul, quòd latus triãguli ad latus quadrati in eodem circulo deſcriptorum potentialiter eſt ſeſquialterum, & perinde incommenſurabile.

PROPOSITIO 107.

Si circulus, cuius diameter rationalis circumſcribat decagonum, pentagonum, octogonum, atque dodecagonum æquilaterum: tunc latus decagoni erit Reſiduum quintum, latus pentagoni minor, latus octogoni minor, latus dodecagoni reſiduũ ſextum. De lateribus decagoni, & pentagoni oſtenſum eſt in decimotertio Elementorum: de lateribus autem octogoni & dodecagoni oſtenſum eſt in ſpeculationibus noſtris; ſed ex his demonſtrationibus hæ regulæ deducuntur.

DE FIGVRIS ÆQVILATERIS REGVLAE.

QVando triangulum, quadratum, hexagonum, decagonum, pentagonum, octogonum, dodecagonum in circulo, cuius diameter rationalis, deſcribuntur, hæ ſunt regulæ inueniendi huiuſmodi figurarum latera ſingula.

Quadratum lateris trianguli triplum eſt ad quadratum ſemidiametri.

Quadratum lateris quadrati, hoc eſt, ipſum quadratum deſcriptum, duplum eſt ad quadratum ſemidiametri.

Latus hexagoni æquale eſt ipſi ſemidiametro.

Latus

Latus decagoni eſt reſiduum quintum, cuius maior portio potentialiter ſeſquiquarta eſt ad ſemidiametrum: Minor verò portio eſt dimidium ſemidiametri.

Quadratum lateris pentagoni eſt reſiduum quartum, cuius maior portio eſt dupla ſeſquialtera ad quadratum ſemidiametri: minor verò portio potentialiter ſeſquiſquarta ad quadratum ſemidiametri. Vnde latus ipſum linea irrationalis erit, quę, MINOR.

Quadratum lateris octogoni eſt etiam Reſiduum quartum, cuius maior portio dupla eſt ad quadratum ſemidiametri: minor verò portio potentialiter dupla ad quadratum ſemidiametri: Vnde latus ipſum octogoni, ſicut pentagoni, irrationalis erit, quæ, MINOR.

Latus dodecagoni eſt reſiduum ſextum, cuius maior portio potentialiter ſeſquialtera eſt ad ſemidiametrum: minor verò potentialiter ſub dupla eiuſdem ſemidiametri.

PROPOSITIO. 180ª.

Si ſphæra, cuius diameter rationalis, circumſcribat quinque ſolida regularia: tam pyramidis, quàm octahedri & cubi latus potentia tantùm rationale eſt: ipſiq; diametro longitudine incommenſurabile: latus autem icoſahedri, minor: latus verò dodecahedri, Reſiduum ſextum. Patet: nam latus pyramidis ad ſemidiametrum potentia eſt, ſicut 8. ad 3. latus octahedri duplum, latus cubi ſeſquitertium, latera duorum reliquorum irrationalia; ſicut in tertiodecimo Elementorum oſtenſum eſt. Vnde regulæ ſequentes.

DE SOLIDIS REGVLARIBVS REGVLAE.

QVando Pyramis, octahedrum, cubus, icoſahedrum, dodecahedrum in ſphæra, cuius diameter rationalis, deſcribuntur; hæ ſunt regulę inueniendi huiuſmodi ſolidorum latera ſingula.

Quadratum lateris pyramidis duplum ſuperpartiens duas tertias eſt ad quadratum ſemidiametri.

Quadratum.

Quadratum lateris octahedri, duplum eſt ad quadratum ſemidiametri.

Quadratum lateris cubi, ſeſquitertium eſt ad quadratum ſemidiametri.

COROLLARIVM.

Vnde manifeſtum eſt, quòd latus Pyramidis ad latus octahedri potentia ſeſquitertium : ad latus cubi : duplum, & latus octahedri ad latus cubi ſeſquialterum.

Quadratum lateris icoſahedri eſt reſiduum quartum, cuius maior portio dupla eſt ad quadratum ſemidiametri : minor verò portio potentialiter ſubſeſquiquarta ad quadratum ſemidiametri. Vnde latus ipſum erit irrationalis, quæ MINOR.

Latus dodecahedri eſt Reſiduum ſextum, cuius maior portio eſt potentialiter ſuperpartiens duas tertias ad ſemidiametrum ; minor verò portio ſubtripla eiuſdem ſemidiametri.

Ex quo calculo ſequitur, Ingenioſiſſime Lector, vt ſicut quadratum lateris hexagoni, ſiue ſemidiametri cum quadrato lateris decagoni coniunctum conflat quadratum lateris pentagoni; ſic & in ſolidis in eadem ſphæra deſcriptis, quadratum lateris pyramidis, cum quadrato cubici lateris ſimul acceptum, conſtituit quadratum ſphæricæ diametri. Item ſicut in circulo, ſemidiametro, ſiue latere hexagoni ſecundum extremam, mediamque rationem diuiſa, maior portio eſt decagoni latus : ita in ſphæra, latere cubi ſimiliter diuiſo, maior portio erit dodecahedri latus. Quæ omnia quamquam demonſtrata ſunt in Elementis Geometricis, tamen ex ipſo calculo apertiſſimè noteſcunt. Quorum exempla hic ſubijcio.

LATERA

LATERA FIGVRARVM AEQVILATERVM.

Semidiameter circuli—2. Rat[lis]. □.eius——4

Latus Δ[li] ————r.12.Ra.po. □.eius——12

Latus □[di] ————r. 8.Ra.po. □.eius——8

Latus ✳[ni] ————2. Ra. □.eius——4

Latus decagoni—r.v. m̃.1. Res.5[ti] □.ei⁹--6.m̃.r.20.Res p[i]

Latus ⬠—r.v.--10.m̃.r.20. Minor □.ei⁹-10.m̃.r.20.Reſ.4[ti]

Latus 8[ni].—r.v—8.m̃.r.32.Minor. □.ei⁹--8.m̃.r.32.Reſ.4[ti]

Latus 12[ni]——r.6.m̃.r.2. Res. 6[ti].

LATERA SOLIDORVM REGVLARIVM.

Sem idiameter ſphęræ——2.Rat[lis] □.eius——4

Latus Pyramidis — r. $10\frac{2}{3}$ Ra.po. □.eius——$10\frac{2}{3}$

Latus Octahedri—— r. 8. Ra.po. □.eius——8

Latus Cubi————r. $5\frac{1}{3}$ Ra.po. □.eius——$5\frac{1}{3}$

L.Icoſahedri-r.v.8.m̃.r.$12\frac{4}{5}$ Minor □.ei⁹8.m̃.r.$12\frac{4}{5}$ Reſ.4[ti]

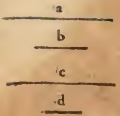
L.Dodecahędri.r.$6\frac{2}{3}$ m̃.r.$1\frac{1}{3}$ Reſ.6[ti]

Si linea duorũ pedũ ſecetur ſecundũ extremã mediamq; rationem, maior eius portio fiet r.5.m̃.1. Reſiduum ſcilicet quintum. Minor vero.3.m̃.r.5. primum. Item ſi linea r.$5\frac{1}{3}$ ſimiliter diuidatur, maior eius portio erit r.$6.\frac{2}{3}$ m̃. r. $1\frac{1}{3}$ reſiduum ſextum. Minor verò.r.12.m̃.r.$6\frac{2}{3}$.

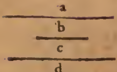
PROPOSITIO 109[a].

Si circuli pentagonũ æquilaterũ circũſcribentis diameter fuerit linea irrationalis Minor cõmenſurabilis minori propriè; tunc latus pentagoni erit Reſiduum quartum. Si autẽ latus Pentagoni ponatur Rationale; tunc diameter erit irrationalis, quæ Maior. Si demum latus pentagoni ponatur Maior prædictæ

commen-



commenſurabilis: tunc diameter erit binomium. Sit a. linea circuli diameter rationalis, b. autem linea latus pentagoni in eo circulo deſcripti. Eritque per 107ª præcedentem, b. minor. Rurſum ponatur c. linea minor ipſi b. commenſurabilis diametro alterius circuli, & latus pentagoni in circulo c. deſcripti ſit linea d. aio, quòd linea d. eſt reſiduum quartum. Cùm enim diametri circulorum ſint lateribus ſimilium figurarum circumſcriptarum proportionales, erit, ſicut a. ad b. ſic c. ad d. Quare, quod fit ex a. in d. æquum erit ei, quod ex b. in c. Sed id, quod ex b. in c. eſt Reſiduum quartum per ſeptuageſimam primam huius, quoniam b c. ſunt minores inuicem commenſurabiles: igitur, quod fit ex a. in d. erit Reſiduum quartum. Cumq; idipſum diuiſum in a. rationalem exhibeat in quotiente ipſam d. erit d. per ſexageſimam quintam huius, Reſiduum quartum: & hæc eſt prima pars propoſiti. Deinde ponatur d. latus pentagoni rationale: tunc dico, quòd c. diameter circuli circumſcribentis ipſum erit maior. Nam propter dictam proportionem diametrorum & laterum, erit, quod fit ex a d. æquum ei, quod ex b c. Rationale eſt autem, quod fit ex a d. quoniam a d. rationales ponuntur. Igitur rationale eſt, quòd fit ex b c. ſed hoc diuiſum per b. Minorem reddit ipſam c. ergo per centeſimam ſecundam huius, c. Maior eſt ipſius b. Minoris correlatiua. & hoc eſt, quod ſecundo loco proponebatur. Demum ponatur d. latus pentagoni Maior, ipſius b. correlatiua, hoc eſt, commenſurabilium & proportionalium nominum: tunc aio, quòd c. diameter circuli circumſcribentis ipſum, erit binomium. Namque, vt prius, erit quod fit ex a d. æquum ei, quod ex b c. Sed quod ex a. rationali in d. Maiorem fit, per ſexageſimam tertiam huius: Maior eſt ipſi d. Maiori commenſurabilis. Igitur, quod ſub b c. Maior eſt proportionalium & commenſurabilium nominum ipſius b. nominibus commēſurabilium. Verùm hoc diuiſum per b. Minorem, per octuageſimam quintam, exhibet binomium, exhibet autem ipſam c. Ergo c. Binomium: quod ſupererat demonſtrandum.



Coroʟ-

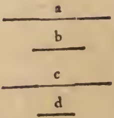
COROLLARIVM.

Quod ſi pro latere pentagoni, ſumatur latus octogoni: vel ſi pro diametro circuli, ſumatur diameter ſphæræ: & pro latere pentagoni latus icoſahedri: eadem omnia, quæ propoſita & demonſtrata ſunt, ſequentur. Nam, per 107ª præcedentem, poſita diametro rationali, tam latus octogoni in circulo talis diametri, quàm latus icoſahedri in talis diametri ſphæra deſcripti, Minor eſt, per præmiſſam, centeſimam octauam.

PROPOSITIO 110ª.

Si circuli decagonum æquilaterum circumſcribentis diameter fuerit Reſiduum commenſurabile Reſiduo proprio: tunc latus decagoni erit Reſiduum primum. Si autem latus decagoni ponatur rationale: tunc diameter erit Binomium: commenſurabilium nominum Reſidui proprij nominibus. Si demum latus decagoni ponatur binomium commenſurabilium nominum Reſidui proprij nominibus: tunc diameter erit binomium primum.

Sit a. linea Circuli diameter rationalis, b. autem linea latus decagoni in eo deſcripti: eritque, per præmiſſam 107ª b. reſiduum quintum. Rurſum ponatur c. linea Reſiduum ipſi b. commenſurabile, diameter alterius circuli. Et latus decagoni in circulo, c. deſcripti ſit linea d. Dico tunc quòd d. erit Reſiduum primum. Nam propter proportionem harum quatuor linearum, erit, quod fit ex a d. æquum ei, quòd ex b c. Sed quod ex b c. fit, per ſeptuageſimam primam huius, eſt Reſiduum primum: quoniam b c. ſunt reſidua inuicem commenſurabilia. Igitur quod fit ex a d. Reſiduum primum eſt. Quod diuiſum in a. rationalem, cum exhibeat in quotiente ipſam d. Erit d. per ſexageſimam quintam huius, Reſiduum primum. Et hæc eſt prima pars propoſiti. Deinde ponatur d. latus decagoni rationale: tunc aio, quòd c. diameter circuli circumſcribentis ipſum erit Binomium habens nomina commenſurabilia ipſius b. Reſidui nominibus. Nam propter dictam proportionem diametrorum & laterum, erit quod fit ex a d. æquale ei quod fit ex b c. Rationale eſt autem, quod fit ex a d. quoniam a d. Rationales ponuntur. Igi-

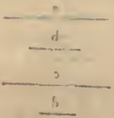


tur

tur Rationale eſt, quod ex b c. Sed hoc cùm diuiſum per b. Reſiduum exhibeat in quotiente ipſam c. erit per ſeptuageſimam nonam huius, c. binomium commẽſurabilium nominum ipſius b. diuiſoris nominibus: quod ſecundo loco proponebatur. Demum ponatur d. latus Decagoni binomium commenſurabilium nominum ipſius b. reſidui nominibus: Dico tunc, quòd c. diameter circuli circumſcribentis ipſum, erit binomium primum. Nam, ſicut antea, erit, quod fit ex a d. ęquum ei, quod ex b c. Sed quod ex a. Rationali in d. binomium fit, eſt, per ſexageſimam tertiam huius, binomium ipſi d. binomio commenſurabile: igitur quod ſub b c. binomium eſt nominum commenſurabilium ipſius b. Reſidui nominibus: Cumque hoc diuiſum per b. reſiduum exhibeat in quotiente ipſam c. iampridem per octuageſimam tertiam huius, erit c. binomium primum: & hoc eſt tertium, quod reſtabat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

Quòd ſi pro latere decagoni, ſumatur latus Dodecagoni: vel ſi pro diametro circuli, ſumatur diameter ſphęre, & pro latere Decagoni latus Dodecahedri: eadem omnia quę propoſita hic & oſtenſa ſunt, ſimiliter ſequentur. Nam, per 107ª, poſita diametro rationali, latus dodecagoni Reſiduum ſextum. At per 108, latus dodecahedri, adhuc idem reſiduum eſt.



Deniquae tam ſuper lateribus iſopleurarum figurarum, tam planarum, quàm ſolidarum, quàm ſuper earum perpendicularibus, quàm etiam ſuper lineę media extremaque ratione diuiſę portionibus poſſent formari varię ac penè infinitę quęſtiones; nunc videlicet circuli diametrum, nunc latera, nũc ſegmẽta ſupponẽdo irrationalia, nunc cuiuſuis ſpeciei aut ordinis irrationalia. ſic igitur in immenſa, atque inextricabilem irrationalium ſyluam, videlicet trinomia, quadrinomia, mediales ſecundas, tertias, & ceteràs, quę infinitę ſunt. Quę tamen ex ipſo calculo curioſis noteſcere poſſunt. Nobis ſatis ſit hactenus proceſſiſſe, praximque

decimi Elementorum demonſtraſſe, ac multa ab Euclide omiſſa concluſiſſe. Cętera relinquo curioſioribus. Sed obſcura, minuſque neceſſaria minus curanda ſunt. Quod & Cicero in Officiis pręcipere videtur.

Libri ſecundi Arithmeticorum Maurolyci finis: hora decimaoctaua, diei Sabbati, qui fuit Iulij 24°. Cùm Meſſanæ cum multo pontis & arcus apparatu expectaretur Io. Cerda, Methynenſium Dux, Prorex. Indict. 15.

M. D. LVII.

VENETIIS, M D LXXV.
Apud Franciſcum Franciſcium Senenſem.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

INDEX LVCVBRATIONVM.

EVclidis elementa, diſcuſſis Interpretum erroribus, tam Cāpani nimium ſibi confidentis, quàm Zamberti profeſſionem Ignorantis. Cum additionibus quarumdam propoſitionum, præſertim ad regularia ſolida ſpectantium.

Theodoſij Sphærica elementa libris tribus, aſtronomiæ principijs neceſſaria.

Menelai Sphærica libris. 3. multis demonſtrationibus adaucta, ad ſcientiam ſphæralium triangulorum pertinentia.

Apollonij Conica elementa libris 4. & demonſtrationibus, & lineamentis opportunis inſtaurata.

Sereni Cylindrica, libris. 2.

Archimedis opera, De dimenſione Circuli, De Sphera & Cylindro. De Iſoperimetris, De momentis æqualibus, De Quadratura Parabolæ. De ſpheroidibus & Conoidibus figuris. De ſpiralibus. Cum additione demonſtrationum, facilius demonſtrata.

Iordanj Arithemetica, & Data.

Theonis Data geometrica.

Rogerii Bacconis, & Io. Petſan Perſpectiuæ breuiatæ cum adnotationibus errorum.

Ptolemei Specula. Et de ſpeculo vſtorio libellus.

Autolyci de ſphera, quæ mouetur.

Theodoſij de habitationibus.

Euclidis Phænomena breuiſſimè demonſtrata.

Ariſtotelis problemata mechanica, cum additionibus compluribus, & iis, quæ ad pyxidem nauticam, & quæ ad Iridem ſpectant.

PROPRIA IPSIVS AVTHORIS.

Prologi, ſiue ſermones quidam De diuiſione artium, De quantitate, De proportione, De mathematicæ authoribus, De ſphæra, De Coſmographia De Conicis, De ſolidis regularibus, De operibus Archimedis, De quadratura Circuli, De Inſtrumentis, De Calculo, De perſpectiua, De muſica, De diuinatione.

Arithmetica ſpeculatiua libris duobus: in quorum primo multa de formis tam planis, quàm ſolidis numerorum à nemine hactenus animaduerſa. In ſecundo autem theoria & praxis rationalium & Irrationalium magnitudinum per numerarios terminos cum multis nouis, quæ ad decimū

Euclidis faciunt, demonſtrationibus abunde tractatur.

Arithmetica data libellis quattuor demonſtrata.

Poſitionũ & rei demõſtrationes ad quattuor praecepta vel capita redactæ.

Sphæricorum libelli duo. In quibus multa à Menelao neglecta, vel omiſſa ſupplentur pro Sphæralium ſcientia triangulorum.

Sphera mobilis in octo Capita pro circulis primi motus.

Coſmographia de forma, ſitu, numeroq; cælorum & elementorum olim Petro Bembo dicata.

Conicorum elemẽtorum quintus & Sextus poſt quattuor Apollonii libros locandi.

De compaginatione ſolidorum regularium.

Quæ figuræ tam planæ, quàm ſolidæ locum impleant, vbi Auerroes Geometriam ignoraſſe indicatur.

De momentis æqualibus libri quattuor: in quorum poſtremo de centris ſolidorum ab Archimede omiſſis agitur: & de centro ſolidi parabolici.

De quadrati geometrici, Quadrantis, & Aſtrolabi ſpeculatione, fabrica, vſuque.

De lineis horariis libri 3. In quibus tota huiuſmodi linearum theoria, quo ad ſitum, colligantiam & deſcriptionem ipſarum plene tractatur. Nam lineæ horariæ à meridie cœptæ, ſecant periferiam quandam in iis punctis in quibus eandem tangunt lineæ horariæ ab occaſu vel ortu exenſæ. Talis autem periferia vel circulus eſt, uel ex Conicis ſectionibus aliqua, ſcilicet Parabolẽ, Ellipſis, uel hyperbole.

Photiſmi de lumine, & umbra, ad perſpectiuam & radiorum incidentiam facientes.

Diaphana in 3. libros diuiſa. In quorum primo de perſpicuis corporibus. In 2. de iride. in 3. autem de organi uiſualis ſtructura, & conſpiciliorum formis agitur.

Quæſtionum arithmeticarum libelli. 3. Geometricarum libelli 2. Aſtronomicorum problematum tres: in quibus regulæ cum exemplis traduntur.

Adnotationes omnimodæ in diuerſos Mathematicæ locos.

Canones tabularũ Alfonſi, Blanchini Eclipſium, Directionũ primi mobilis.

Compendium Mathematicæ breuiſſimum.

Elementorum Euclidis Epitome cum nouis & artificioſiſſimis in quintium, in arithmetica, in decimum, & in ſolidorum libros demonſtrationibus.

Conicorum Apollonii breuiarium libris 3. facilius & directe demonſtratũ.

Tabula ſinus recti ſupponens ſinum maximum ſiue circuli ſemidiametrum plurium, quàm millies mille particularum. quod eſt totius geometrici, aſtronomiciq; calculi neceſſarium inſtrumentum.

Compendium magnæ conſtructionis Ptolomaicæ omnium obſeruationũ aſtronomi-

nomicarum ſeriem paucis comprehendens ex breuiario Io. Regimontii.
Compendium Boetianæ Muſicæ, cum optimis ſpeculationibus & calculo ac modulatuum ratione, & ſyſtematum proportione.
Sphera in compendium breuiter omnia comprehendens, cum motuum ſecundorum Theoria.
Computus Eccleſiaſticus breuis & exactus.
Adnotationes in ſphæram Io. Sacrobuſti, & in Theoricas planetarum.
Quadrati, Quadrantis, Aſtrolabi, inſtrumenti armillaris & Sphæræ ſolidæ demonſtratio, fabrica, & uſus, per nouam, artificioſam, breuemq́ue ſpeculationem.
De lineis horariis regulæ breuiſſimæ, & Theoria pro quocunque horizonte.
Compendium Sicanicæ hiſtoriæ.
Martyrologium Sanctorum correctum & inſtauratum. Cum Topographia & aliis appendicibus.
Hymnorum eccleſiaſticorum liber unus.
Carminum & Epigrammatum libelli duo.
Poemata Phocylidis & Pythagoræ moralia Latino mætro.
Genealogia Deorũ, Io. Boccacii adaucta, cũ multis Illuſtriũ uirorũ & principum carptim collectis proſapiis ad poeſim & hiſtoriam neceſſariis.
Rhythmi vulgari ſeu uernaculo ſermone, in laudem S. Crucis.
Chronologia ab Adamo protoplaſto, Chriſti, principum, præſulum, & notabilium rerum, breuiſſima.
Itinerarium Syriacum cum hiſtoriis ad loca ſacra pertinentibus.
Ad Petrum Bembum de Aetneo incendio.
Ad Synodi Tridentini patres epiſtola.

Breuiaria.

Platinæ de uitis Pontificum.
Sex librorum de uitis patrum.
Decem librorum Laertii de uitis Philoſophorum.
Petri Criniti de uitis Poetarum.
Octo librorum Polydori de inuentoribus rerum.
Conſiliorum Synodalium.
Sex librorum Diodori Siculi.
Grammaticarum inſtitutionum libri ſex.
Quadrati horarii fabrica, & vſus.

Demonſtratio & praxis.

Trium tabellarum ſinus recti, beneficæ & fæcundæ, ad ſcientiam & calculum triangulorum ſphæralium utiles.
Compendium iudiciariæ ex optimis quibuſque authoribus decerptum in quo de naturis ſignorum & domorum 12. ſeptemq́ue planetarum cõ-

ſtellationum, aſpectuum, directionum, profectionum, bonoſcoporum, electionum, & quæſtionum Regulæ, præſertim ad agricolas, medicos, nautas & milites, & excluſis ſuperſtitionibus, directa.

Notandum quòd ex ſupra ſcriptis operibus

Theodoſij, Menelai Maurolyci Spherica: Item Autolici Sphæra, Theodoſii de habitationibus, Euclidis Phænomena. Demonſtratio & praxis trium tabellarum ſinus recti, fœcundæ, ac Beneficæ, Compendium Mathemathicæ breuiſſimum ſimul in unum uolumen: Meſſanæ impreſſa fuerunt à Petro Spina filio, Georgii Spinæ Germani. anno ſaluti 1558.

Item

Coſmographia olim Petro Bembo dicata 3. lib. Impreſſa fuit Venetiis apud Iunctas. anno ſalutis 1543. Et rurſum Baſileæ apud Io. Oponimum.

Item

Quadrati horarii fabrica & uſus d. Io. XX. dicata, venetiis apud Nicolaum Baſſaninum anno ſal. 1546.

Item

Grammatica quædam rudimenta, Meſſanæ per eundem Georgii Spinæ filium anno ſalutis 1528.

Rhythmi quoque materni de laude S.C. ibidẽ per eoſdẽ anno ſalutis. 1552.

Item

Martyrologium correctum & inſtauratum Reuerend. domino M. Ant. Amulio Card. dicatum cum opographia cum multis appendicibus. anno ſalutis 1567. menſe Septembris Venetiis apud Iunctas impreſſum, & iterum in forma parua menſe Iulio. 1568.

Item

Hiſtoriæ Sicanicæ compendium cũ epiſtola ſimul ad patres Tridentinæ Synodi, Meſſanæ impreſſum per eundem Georgii Spinæ filium & nepotes. anno ſal. 1562.

Item

De uita Xpi, eiuſq; matris, & geſtis Apoſtolorum libelli octo ſenariis rythmis uulgaribus. Venetiis per Auguſtinum Bindonum. 1556

INDEX COPIOSVS IN DVOS LIBROS ARITHMETICORVM,

Alphabetico ordine diſpoſitus.

De litera A.

ADDITIO omnis, & omnis ſubtractio in quantitatibus cognitis irrationalibus, fieri poteſt per terminos Plus & Minus. 24

Aggregatum extremorum eſt duplum ad medium in omnibus tribus planis ſiue pyramidibus, ſiue columnis centralibus, ſub continuato laterum numero ſuſceptis. 18

Apotome, quæ quantitas ſit. 86

Apotome quantitatis, quid. 128

Arithmetica, omnis ſupputationis inſtrumentum. 83

Arithmeticorum definitiones. 2. & 85.

De litera B.

Bimediale primum ex quibus conſtetur. 129

Bimediale ſecundum ex quibus conſtet. ibi.

Bimembrium quantitatum duæ ſpecies, quarum quælibet ſubdiuiditur in triplices, & quas. 130

Binarius parem numerum linearium metitur. 2

Binomia, quorum radices habent inuicem proportionalia, & commenſurabilia nomina, ſortiuntur quoque proportionalia inter ſe, & commenſurabilia nomina. 152

Binomij membra, ſiue Reſidui, quæ ſint. & quot, & quæ ſpecies inde fiát. 138. & ſeq. 139. vſque ad 141.

Binomiũ multiplicans aliquam quantitatem, ſi produxerit quantitatem rationalem; multiplicata quantitas Reſiduum eſt, cuius nomina proportionalia, & commenſurabilia ſunt Binomij nominibus. 151

Binomiorum, ac reſiduorum in multiplicationibus quid prænotandum. 101.

Binomium, quæ quantitas dicatur. 86

Binomium ex quibus quantitatibus conſtet. 128

Binomium multiplicans omnis rationalis quantitas per reſiduum, producit etiam Binomium, vel Reſiduum eiuſdem ſpeciei, ac multiplicato commenſurabile. 145

Binomium ſi ſecetur per Reſiduum proportionalium, & commenſurabilium nominum, proueniet ex diuiſione Binomium primum. 154

Binomium alibi, quàm in ſuo puncto diuidi, ſeruata membrorum definitione, impoſſibile eſt. 155

Binomium, & reſiduum habet ſex ſpecies diſtinctas, & quas. 129. & ſeq.

Binomium omne in Reſiduum eorundem nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. 150

Binomium omne in Reſiduum proportionalium, & commenſurabiliũ nominum multiplicatum, producit quantitatem rationalem. ibid.

Binomium multiplicans aliquã quantitatem, ſi produxerit quantitatem

rationalem , multiplicata quantitas Reſiduum eſt, cuius nomina proportionalia , & commenſurabilia ſunt Binomij nominibus. 151

Binomium , & Reſiduum non ſolùm inter ſe magnitudine, ſed etiam primo , ſecundo , & omni deinceps in infinitum quadrato incommenſurabilia ſunt. 161

De litera C.

Circuli pentagonum æquilaterum circumſcribentis , ſi diameter fuerit linea irrationalis Minor commenſurabilis minori propriè ; tunc latus pentagoni erit Reſiduum quartum . Si autem latus pentagoni ponatur rationale : tunc diameter erit irrationalis, quæ Maior. Si demum latus Pentagoni ponatur Maior prædictæ commenſurabilis, tunc diameter erit Binomium. 171

Circuli decagonum æquilaterum circunſcribentis, ſi diameter fuerit Reſiduum commenſurabile Reſiduo proprio : Item ſi latus decagoni ponatur rationale : Si demum latus eiuſdem decagoni ponatur Binomium commenſurabilium nominũ Reſidui proprij nominibus ; tunc quid inde? 173

Circulus, cuius diameter rationalis , ſi circumſcribat decagonum, pentagonum, octogonum, atque dodecagonum æquilaterum : tunc latus decagoni erit reſiduum quintum ; latus pentagoni minor ; latus dodecagoni reſiduum ſextum. 168

Circulus, cuius diameter rationalis, ſi circumſcribat triangulum , quadratum , & hexagonum æquilaterum ; ſolùm latus hexagoni rationale eſt: latus verò tam trianguli , quàm quadrati potentialiter tantùm rationale, & longitudine incommenſurabile ipſius circuli diametro. 168

Columnæ primæ numerorum linearium. vnde formentur . 22

Columnæ triangulæ primæ, quibus pyramidibus æquales. ibid.

Columnæ quadratæ primæ. ibid.

Columnæ pentagonæ primæ. ibid.

Columnæ hexagonæ primæ. ibid.

Columna omnis pentagona linearis prima cum quadrato collaterali , quid efficiat. 6

Columna omnis hexagona prima cum ſuo hexagono collaterali,& triangulo quid conſummet . eod.

Columna omnis triangula ſecunda cũ collaterali quadrato & triangulo primis, quid formet. eod.

Columna omnis quadrata ſecunda cũ duplo collateralis quadrati primi, quid faciat. ibid.

Columna omnis pentagona ſecunda cum duplo collateralis quadrati primi, quid conſtruet. ibid.

Columna hexagona ſecunda cum hexagono ſecundo & impari collaterali quid efformet. 6

Columna eadem cum quadrato , & hexagono prędictis, quid faciat. fol.c.

Columna omnis ſeptangula cum hexagono ſecundo & impari, q̃d faciat. e.

Octangula cum hexagono ſecundo& impari. ibid.

Columnæ ſecundæ linearis confectio. fol. b

&Colũnæ omnis ſecundi ordinis. ib.

Columna omnis triangula prima linearis cum duplo ſui trianguli, quid conficiat. ibid .

Columna numeraria triangula, ex quo conſtruatur. ibi.

Quadrata pentagona &Hexagona. ibi.

Columna omnis quadrata, ſiue Cubus ex quibus componatur. 17

Columna omnis pentagona, ex quibus conſtruatur . 18

Columna omnis hexagona tetragonica, ex quibus fabricetur.

Colũna omnis hexagona ęquiangula, cui aggregato equiualeat. 19

Columna omnis hexagona æquiangula,ex quibus coagmentetur. ibid.

Columna omnis triangula , cui aggregato

gato æqualis. 20.21
Columna omnis triangula cum duplo ſui trianguli, æquiualet triplo pyramidis trianguleę collateralis. 21
Columna omnis cētralis, ex quibus procreetur. 33
Columna oīs triangula centralis cum quadrato, & triangulo primi generis collateralibus, triplum facit ſuę pyramidis. 39
Columna omnis quadrata centralis cū duplo quadrati collaterali, primi generis coniuncta, triplum facit ſuę pyramidis. 40
Columna omnis pentagona centralis cum duplo quadrati collateralis, & cum triangulo precedente primi generis, triplū facit ſuæ pyramidis. 40
Columna omnis pentagona cum duplo quadrati collateralis ſimul ſumpta, triplum ualet ſuę pyramidis pētagonæ. 28
Columna omnis ſexagona æquiangula cum ſexagono tetragono collaterali, eumq́ue duobus triangulis, collaterali ſcilicet, & præcedenti pariter ſumpta, triplum facit ſuę pyramidis hexagonę. 30
Columna omnis centralis, ex quibus coagmentetur. 37.38
Columna omnis octogona, cum quibus figuris numerarijs, triplum ſuę pyramidis efficiat. 42.43
Columnarum centralium quadrata, pētagona, ſexagona, ſeptangula, octangulaq́ue, cum quibus, & ad cuius instar, triplū ſuę pyramidis efficiat. 43
Columna omnis heptagona cum exagono primi generis, & quadrato collateralibus, atque triangulo procedēti coniuncta, efficit triplum ſuę pyramidis. 41
Columnę primi generis. 32
Itē centrales. ibid.
Cubus omnis lineatis cum ſuo quadrato, & triangulo, quid conficiat. fol. 62
Cubus, ſolidum regulare, ex quibus cōficiatur. fol. C
Cubi & octahedri centrales, qui Gnomones ſint. 67.68
Cubi duo partium cum triplis mediorum proportionalium coniuncti, cōficiunt cubum totius. 78
Cuborum omnium a ſingulis radicibus factorum aggregato, equale eſt id quod fit ex aggregato, quotlibet radicum ab unitate ordinatarum in ſe ipſum multiplicato. 122
Cubum qui numeri conſtent. 27
Cubus omnis cui pyramidi ęqualis 21
Cubus omnis cum ſequenti hexagono ęquiangulo coniunctus, conſtituit cubum ſequentem. 22
Item parte altera longior, quē cōficiat quadratum. 23
Cubus collateralis, ex eo, quod fit ex radice in parte altera longiori collaterali cum quadrato collaterali coniuctum, conficitur. 24
Cubus radicis ex eo, quod fit ex radice in triangulum pręcedentem duplicatum, & cum quadrato radicis coniūctum, conflatur. 24
Cubus omnis cum trianguli pręcedentis quadrato coniunctus, trianguli collateralis efficit quadratum. 25
Cubus omnis cum quadrato & triangulo collateralibus coniunctus, triplum efficit ſuę quadratę pyramidis. 28
Cubus, regulare ſolidum, hexahedrum dicitur a baſium numero. 46
Cubus, Regularis, quot unitates contineat. 48
Cubus mixtus, ex quibus cōponatur. 55
Cubus omnis centralis, ęqualis eſt octahedro centrali, ſibi collaterali. 60
Cubus omnis primi generis, cui aggregato ęqualis. 54
Cubus quantitatis alicuius fit ex multiplicatione radicis in quadratum. 85
Cubus omnis, ſiue octahedrus centralis cum impari collaterali coniunctus, ęquiualet duplo tetrahedri centralis. 72
Et cuborum eorumdem duplū, ex quibus aggregatis formetur. ibid.

Cubus omnis centralis cum impari collaterali coniunctus, conficit duplum aggregati cuborum primi generis collateralis & præcedentis. 72
Cubus omnis primi generis cum præcedenti cubo coniunctus conficit collaterali Tetrahedrum centralem. ibid.

De litera D.

DEnominator numerus, qui. 25
Dias lineæ aſſimilatur. 2
Dodecahedrus, regulare ſolidum, ex quibus conſtruatur. fol. C
Dodecahedrus, regulare, ex quot vnitatibus conſtet: cui ſecundo Icoſahedrus ſecundus è equalis, & ſic deinceps. 48
Dodecahedrus numerus omnis, æqualis eſt Icoſahedro numero ſibi collaterali. 60
Duarum quantitatum plurium nominum aggregatum, aut differentia, quomodo inueſtigetur. 101

De litera E.

EVclides quod productum quantitatum uocet Mediale. 137. & ſeq.

De litera F.

FIgura omnis centralis ſuper addit præcedenti figuræ triangulum. 32
Forma omnis numeraria centralis plana ſupficialis, ex quib. cõſtituitur. 32
Forma omnis centralis plana, ex quibus fiat. 33. 35
Formæ numerariæ primi generis. 3
Formæ numerariæ centrales, quæ. 32

De litera G.

GEometria continet omnium quãtitatum ſpecies, & quas. 86
Gnomo numerarius, ex quibus conficitur, & quem quadratum ipſe conficiat. 26
Gnomonum, ſcilicet collateralis ex ordine gnomonum ab unitate continuatorum, atque quadratorum ex quadratis primis in ſe ductis genitorum per additionem ſucceſſiuam cõſtituentium; vnusquiſque cui aggregato ſit ſimilis. 57
Et eoſdem gnomones eſſe pyramides triangulas centrales per impares locos diſpoſitas. ibid

De litera H.

HEptagoni linearis efformatio.
Heptagonus, ex quibus fiat. 32
Heptagonus omnis cẽtralis, ex quibus aſtruatur. 34
Hexagoni primi numerorum linearis formatio. fol. a
Hexagoni ſecundi æquianguli linearis formatio. fol. b
Hexagoni primi ab unitate continuati per ordinem, ſunt & trianguli numeri locorum imparium. 10
Hexagonus ex quibus conſtet. 2
Hexagonus primus, ex quibus conſtet. 8
Hexagonus omnis ex quibus conficitur. 8
Hexagonus tetragonicus, ſiue primus, eſt omnis numerus perfectus. 31
Hexagonus omnis tetragonicus cum præcedenti quadrato coniunctus, quem hexagonum compleat. 13
Hexagonus centralis, ex quibus perficiatur. 32
Hexagonus omnis centralis formatur ex formis primi generis, ſcilicet hexagono collaterali, & quadrato præcedenti. 34
Hexagonus æquiãgolus, ex quibus quadratis conficiatur. 72
Idem cum parte altera longiore collaterali coniũctum, cõſummat quadratum imparis collateralis. ibid.
Idẽ cum quo Cubo coniunctus conficat

ficiat Cubũ collateralem. 78
Icoſahedrum, regulare ſolidum, ex quibus conſtet.
Icoſahedrum ſolidum Regulare, quot ſolidos angulos, baſes cum centro habeat, & ex quo: unitatibus conſtituatur. 48
Icoſahedrus omnis cum quadruplo im paris collateralis coniunctus, conficit quincuplum collateralis pyramidis centralis. 74
Impar omnis in quadratum ſecundæ ſpeciei, hoc eſt, centralem ſibi collateralem multiplicatus, quem gnomonem producat. 54

De litera L.

Latera figurarũ æquilaterum. 171
Linea Medialis, quæ. 129

De litera M.

Magnitudinum irrationaliũ definitiones. 128
Magnitudines commenſurabiles dicuntur, quas communis menſura metitur. 128
Incommenturabiles verò, quæ. ibid.
Magnitudines duæ omnes vni cõmenſurabiles, ſunt inuicem commenſurabiles. 132
Maior, ex quibus qualitatibus conficiatur. 129
Medialis quantitatis quæ. 128
Mediale quæ quantitas vocetur. 129
Mediale, quid vocetur ab Euclide. ibi.
Mediale totum potens, quid ſit. ibi.
Medicalis quantitas, quæ. 86
Minor quatum quantitatum exceſſus dicatur. 1019
Monas puncto aſſimilatur. 2
Multiplicaus quando eſt rationalis. 134

De litera N.

Nomina multiplicãda, quando per Plus, aut Minus ſignãda. 102
Numeri lineares impares quomodo formentur. ibid.
Numerus perfectus qui: & eius conditioues. fol. c
Numeri lineares & eorum tabella fo. 4
Numerorum præcedentis Tabellæ formatio. fol. a, & ſeq.
Numerator numerus, qui. 85
Numeri impares ab vnitate per binarij appoſitionem ſucceſſiuè fiunt. 4
Numeri impares & pares iu ordine radicum alternatim, & inuicem ſuccedunt. ibid.
Numeri ab vnitate contiuuati, ſi ex radicibus ab vnitate diſpoſitis ſumãtur tres, vel quinque, vel ſeptem, vel ſub quauis impari multitudine: tũc illorum aggregatum quale erit ei, qui fit ex ductu medij in poſtremũ. 9
Numeri plerique quadrati ſunt, qui coniuncti quadratum numerum faciunt. 13
Numeri ſunt termini Arithmeticę. 83
Numeri duo ſi fueriut in proportione cuborum numerorum, qui fiet ex vno eorum in quadratum reliqui, cubus erit. 108
Numeri ſi fuerint tres, quinque, ſeptẽ, vel ſub alterius cuiuſlibet imparis multitudine, ſumpti æquali exceſſu, & ſucceſſiuè creſcentes, eorum aggregatum æquum erit ei numero, qui ex ductu medij in multitudine multiplicati pro reabitur. 68. & ſeq.
Numeri duo cuborum ſeruautes rationem, ſi ſinguli multiplicent ſuum productum, qui ex inde fieut, cubi numeri erunt. 110
Numeris iu tribus æquali exceſſu exeſcentibus congeries extremorum æqualis eſt duplo medij. 11
Numeris quatuor proportionalibus exiſtentibus: quod fit ex primo in vltimum, æquale erit ei, quod fit ex reliquis. 75
Numerorum ſuperficialium primi generis ſpecies. 2
Numerorum Radices, quæ. ibid.
Numero exquonis quod fit ſ quotlibet numeros, æquale eſt ei quod fit ex

illo

illo in aggregatum ex his. 75
Numerorum de ductu, atque Linearũ & ſolidorum quicquid ratione, proportione, ſymmetria atque ſimilitudine rõcinamus;idem de quolibet quantitatis genere demõſtrare atque concludere poſſumus. 86
Numeros duos vnitate diſtantes, ſi aliquis multiplicet, multiplicans erit differentia productorum. 75
Numerus quotuplex. 2
Numerus primus ſuperficialium, ternarius;in ſolidis,quaternarius. ibid.
Numerus linearum imparis,a quo mẽſuretur. ibid.
Numerus quilibet quot habet unitates totum in ordine radicũ locum ſortitur.Et è contrà. 4
Numerus omnis datus,inuenitur in ordine radicum. ibid. 4
Numerus omnis perfectus,qui. 10
Numerus omnis parte altera longior triplicatus, & cum unitate coniunctus,conficit hexagonum ęquiangulum collateralem. 41
Numerus quadratus, unde ſemper reſultet. 69
Numerus aliquis ſi duos ſingulos multiplicet;producta erunt multiplicatis æqualia. 75
Numerus multitudinis imparium ab vnitate diſpoſitorum in ſe ductus, producit aggregatum ipſorum imparium omnium. 116
Numerus multitudinis parium ab vnitate ſucceſſiuè diſpoſitorvm, multiplicatus in numerum vnitate maiorem, producit aggregatum ipſorum parium omnium. ibid.

De litera O.

OCtahedrus, regulare ſolidum, ex quibus conficiatur. fol.C
Octahedrus,regulare ſolidũ, ex quibus coaleſcat. 46.47
Octahedri numeri primæ ſpeciei conſtructio. 47
Octahedro primi generis collaterali duploque trianguli pyramidis. 54
Octahedrus,ſolidũ Regulares,quot vnitates complectatur. 48
Octahedrus, Regulare, ſecũdus ſicut ſecundo Cubo, ita tertius tertio, & deinceps,adęquatur. 48
Octahedrus primi generis, ex duabus quadratis pyramidibus primi generis:& quæ illæ ſint. 53
Octahedrus omnis primi generis,æqualis eſt pyramidi quadratæ centrali, ſibique collaterali. 54
Octogoni linearis formatio. fol. 6
Octogonus, unde formetur. 32
Octogonus omnis eſt ęqualis quadrato imparis numeri ſibi collateralis. 35

De litera P.

PAr omnis cum paribus coniunctus conficit collateralem parte altera longiorem. 45
Par omnis pręcedenti quadrato appoſitus, conſtituit ſequentem quadratum. 77
Pentagoni primi numerorum linearũ conſtructio. fol. 2
Pentagoni ſecundi linearis formatio. fol. 6
Pentagonus numerus ex quibus condatur. 2
Pentagoni tres centrales cum quinque unitatibus ſimul ſumptis, quibus triangulis cum vnitatibus æquales ſint. 60
Pentagonus unde conſtituatur. 78
Pentagonus centralis,unde conſtet. 32
Pentagonus omnis centralis, ex pentagono primi generis collaterali, & ex pręcedenti quadrato conſtituitur. 34
Plani primi generis. 35
Plani centrales. ibid.
Portiones quæ conſtituunt Maiorem, ſunt etiam ipſę irrationales Maior,& Minor. 163
Potens rationale,ac mediale,ex quibus conſteut quantitatibus. 129

Exceſſus

Exceſſus quatum quantitatum quomodo vocandus. ibid.
Potens duo medialia ex quibus quantitatibus fiat. ibid.
Exceſſus talium ędictarum quantitatum quomodo uocandus. ibid.
Productum, quę quantitas dicatur. 85
Proueniens quantitas, ſiue Quotiens quæ dicatur. 85
Pyramides triangulæ primæ numerorũ lineariũm unde formentur. fol. a
Pyramides quadratæ unde fiant. ibid.
Et pyramid. pẽtago nę, & ſexagonę. ib.
Pyramides quadratæ primæ vnde conſtruantur. ibid.
Item Pyramides pentagonæ primæ. ib.
Et Pyramides hexagonę. ibid.
Pyramides ſecundæ lineares quomodo formentur. fol. 6
Item Pyramides ſecũdę triãgulæ. ib.
Item Pyramides quadratæ ſecũdę. ib.
Item Pyramides pẽtagonę, ſecũdę. ib.
Itẽ Pyramides hexagonæ, ſecũdæ. ib.
Item Heptagonæ & octogonæ ſecundæ. ibid.
Pyramides primi generis. 57
Pyramides centrales. ibid.
Pyramides tres quadratæ centrales cum quatuor axibus ſumptæ, quibus pyramidibus cũ axibus ſint æquales. 59
Pyramides tres pentagonę centrales cũ quinque axibus, quibus pyramidibus cum axibus ęquales ſint. 60
Pyramis triãgula numeraria ex quibus fiat. 2
Item quadrata pyramis, vnde. ibid.
Pentagona, & Hexagona unde. ibid.
Pyramis hexagona duplex. 2
Pyramis omnis triangula cum præcedenti pyramide triangula coniuncta conſtituit pyramidem quadratam ſi bi collateralem. 14
Pyramis omnis pentagona, ex quibus conſtet, & conſtituatur. 14. 15
Pyramis omnis hexagona tetragonica & quibus conſtetur. 15
Pyramis omnis hexagona æquiangula ex quibus conſtet, & conſtruatur. 16
Cui æqualis. 17
Pyramis omnis centralis, ex quorum aggregatione conſtetur. 33
Pyramis omnis centralis, ex quibus conſtet. 36
Pyramis, regulare, Tetrahedrum vocatur à baſium numero. 46
Pyramis, Regularis, quot vnitates habeat. 47
Pyramis triangula, congeries eſt triangulorum. 122
Punctum non habet partem in continuis, ſicut vnitas in diſcretis. 2

De litera Q.

Quadrati ſecundi linearis compoſitio. fol. b
Quadrati primi linearium numerorum conſtructio. fol. a
Itẽ eiuſdem altera parte lõgioris. ib.
Quadrata, quadratorum eſt congeries; pentagona, pentagonorum. & deinceps. 122
Quadrata omnium duarum quantitatum inuicem commenſurabilium, ſunt ad inuicem ſicut quadrati numeri: & Cubi ad inuicem, ſicut cubi numeri: & ſecunda quadrata ſicut bis quadrati numeri. 135
Et prędictę duæ quãtitates ſunt inter ſe commenſurabiles. ibid.
Et quando incommenſurabiles. 136
Quadrata portionum irrationalis lineę bimembris, quæ Maior appellatur, ſunt Binomium, & Reſiduum quartæ ſpeciei. 162
Quadrata portionum potentis Rationale, ac Mediale, ſunt Binomium, ac Reſiduum aliquando quintæ, aliquando ſextæ ſpeciei. 163
Quadrata potẽtis duo medialia portionum, ſunt etiam Binomium, etiam Reſiduum quinque quintæ, & quinque ſextę ſpeciej. 164
Quadrati numeri continuati ab vnitate ipſis imparibus collaterales, unde cõſtruantur. 7
Quadrati tres centrales cum quatuor vnitatibus ſumpti, ſunt æquales qua

tuor triangulis centralibus cum tribus vnitatibus ſimul acceptis in eodem loco. 59
Quadrati quadratorum vnde procreentur; quos et quadratos ſecundos appellat Autor. 70
Ex quibus gnomones ad monadū continua eorum adiectione ſeriatim conſtituuntur. 71
Et quomodo ipſi Gnomones vocandi ſint. ibid.
Quadratorum a quotcumque ab vnitate ordinatis radicibus factorum ad habendum cumulum, Regula. 121
Quadratorum inæqualium omne aggregatum excedit duplum producti radicum in quadrato differentiæ radicum. 142
Eiuſdem demonſtratio. 143
Quadratum imparis collateralis ex quibus componatur. 61
Quadratū alicuius quātitatis quod. 85
Quadratus numerus, ex quibus conſtetur. 2
Quadratus omnis numerarius cum radice ſua coniunctus, conficit ſequentem parte altera longiorem. 5
Quadratus omnis parte altera longior cū radice collaterali coniunctus cōflat collateralem quadratum. 6
Quadratus omnis cum radice ſua, & cum radicem ſequenti coniunctus, conſummat quadratum ſequentē. 6
Quadratus omnis cum impari ſequēte coniunctus, conſtituit quadratum ſequentem. 7
Quadratus omnis cum duplo ſuæ radicis, & vnitate coniunctus, conſtituit quadratum ſequentem. 7
Quadratus omnis cum radice ſua coniunctus, & inde triplicatus, ac mox cum vnitate poitus, quam formam conficiat. 11
Quadratus omnis trianguli, cui cuborum quadrato æqualis. 25
Idem parte altera lougior, quem excedat. 26
Quadratus omnis imparis, quem quadratum excedat. 26
Quadratus numerarius centralis, ex quibus componatur. 32
Quadratus omnis centralis, ex quibus conficiatur. 33
Quadratus numerus, ex quibus ſemper reſultet. 69
Quadratus ſecundus ex quo conſtetur. 86
Quadratus ſicut eſt ad duplum ſuæ radicis, ſic eſt collateralis triangulus ad ſequentem radicem. 119
Quadrupli ſinguli numerorum imparium ab vnitate per ordinem continuatorum, ſi poſt zifram diſponantur, ex eorū ſucceſſiua aggregatione conſtruentur quadrati numeri à paribus collateralibus in ſe multiplicatis, producti. 45
Quantitas in quantitatem quando partiti dicatur. 85
Quantitas poſita quæ, & vnde nominetur. ibid.
Quantitas multiplex ad poſitam, quo numero denominetur. ibi.
Quantitas continens partem, vel partē poſitæ, quibus numeris ſignificetur. ibid.
Quantitas ſignificata ad poſitam, quā habeat rationem. ibid.
Quantitas ſignificata ad poſitas quot modis ſe habere poſſit. ibid.
Quantitas cum quantitate quando cōiungi dicatur. & quando ſubtrahi. ibid.
Quantitas, quantitatem quando multiplicare dicatur. ibid.
Quantitas magnitudine rationalis, quæ. 86
Quantitas potentia tantùm rationalis, quæ. 86
Quantitas cubo tantùm rationalis, quæ & quando. 86
Quantitas ſecundo quadrato tantū rationalis. 86
Quantitas quælibet ſi in duo ſegmenta diuidatur, id quod fit ex vtrolibet aſſumpto ſegmento in quadratū totius, æquum erit his duobus, ſcilicet quæ fiunt ex vtraque ſectionum

in

in quadratum reliquæ, & ei quod fit ex quadrato aſſumpti ſegmenti in totam. 106

Quantitas quælibet ſi in duo ſegmenta ſecetur, cubus, qui ex tota æquius erit his, ſcilicet duobus cubis ſectionum, & triplo eius, quod fit ex quadrato vtriuſque in reliquam. 106

Quantitas bimembris, & Reſidualis, non ſolùm inter ſe magnitudine, ſed etiam potentialiter in infinitum commenſurabiles ſunt. 161

Quantitas omnis potentia rationalis diuiſa in Binomiũ, exibet in quotiente Reſiduum. 164

Quantitas omnis potentia rationalis diuiſa in Reſiduum, exibet in quotiente Binomium. 164

Quantitas omnis potentialiter rationalis, diuiſa in Binomialem, reddit in quotiente reſidualem correlatiuam: Diuiſa verò in Reſidualem, reddit in quotiente Binomialem correlatiuam, Idemque dicendum de quantitate ſimpliciter rationali. 165

Quantitates, quarum denominatores ſunt æquales, ſunt ad inuicem ſicut numeratores. 89

Quantitatem quinque bimembrium quamlibet, alibi, quàm in ſuo termino diſtingui, ſeruata diffinitione, impoſſibile eſt. 156

Quantitates, quarum Numeratores ſunt æquales, ſunt ad inuicem ſicut Denominatores ordine commutato. ibid.

Quantitates quotcunque cùm fuerint per idem crementum ſeriatim creſcentes, ex dimidio numeri ipſarum in congeriem, ex prima & vltima multiplicato, producitur aggregatũ ipſarum omnium. 115

Quantitates quotlibet ſi in vno ordine fuerint continuè proportionales, & in ſecundo ordine quantitates vna plures in eadem ratione continuè proportionales ita, vt earum differentiæ ſint quantitatibus primi ordinis ſingulæ ſingulis æquales: tunc differentia primæ, & poſtremæ ſecundi ordinis, æqualis erit aggregato quantitatum primi ordinis. 116

Quantitates quotlibet ſi ſecundũ duos terminos ſumantur continuè proportionales, quarum extremam multiplicent ipſi termini: tunc productorũ differentia diuiſa in terminorũ differentiam, exhibet aggregatum ipſarum quantitatum. 117

Quantitates potentia commenſurabiles, quæ. 128

Incommenſurabiles verò, quæ. ibi.

Quantitates in ſecunda potentia commenſurabiles, quæ. ibid.

Incommenſurabiles verò, quæ. ibid.

Quantitates cubo commenſurabiles quæ. ibid.

Incommenſurabiles verò, quæ. ibid.

Quantitates duæ omnes proportionales duobus quantitatibus quoquo modo commenſurabilibus, ſunt eodem modo cõmenſurabiles. Et proportionales duabus aliquo modo incommenſurabilibus, ſunt eodẽ modo incommenſurabiles. 133

Quantitates duæ omnes, inuicẽ commenſurabiles, ſunt ſicut numerus ad numerum, & hæ ſunt inuicem commenſurabiles. 131

Quantitates duę inuicem incommenſurabiles, non ſunt ad inuicem ſicut numerus ad numerum. 132

Quantitates duæ omnes, quarum vna commenſurabilis eſt alicui tertiæ, reliqua uero eidem incommenſurabilis, ſunt ad inuicem incõmenſurabiles. ibid.

Quantitates duæ omnes inuicem commenſurabiles coniunctæ, conficiunt eiuſdem generis quantitatem, & ſibi commenſurabilem. 147

Quantitates duæ bimembres eiuſdem generis inuicem commenſurabiles, per ordinem ſex irrationalium ſumptæ inter ſe multiplicatæ, producunt ſingulas Binomij ſpecies. 149

Quantitates duæ Reſiduales eiuſdem generis, inuicem commenſurabiles per

per ordinem ſex generum ſumptæ inter ſe multiplicatæ, producunt ſingulas Reſidui ſpecies. 149
Quantitates duæ bimembres eiuſdem generis potentialiter inuicem commenſurabiles, inter ſe multiplicatæ, producunt Binomia. 149
Quantitates duæ Reſiduales eiuſdem generis inuicem potentia commenſurabiles, inter ſe multiplicatæ, Reſiduum producunt. 150
Quantitatibus ex quotcunque inuicem commenſurabilibus aggregatum, eſt ſingulis partibus commenſurabile, & eiuſdem generis cum eiſdem. 148
Quantitati multiplicatæ ſi productum fuerit commenſurabile, tunc multiplicans eſt rationalis. 134
Quantitatis ſpecies. 130. & ſeq.
Quantitatis propoſitę duorum aut plurium nominum, in datam vnius nominis quantitatem partitio. 104
Quantitatis duorum, aut plurium nominum propoſitę, in datam duorum nominum quantitatem diuiſio. 105
Quantitatibus duabus propoſitis, cubo tantùm cognitis, earum coniunctio, & minoris à maiore ſubtractio. 108
Quantitatis vnius nominis in quantitatem duorum aut plurium nominum, multiplicatio. 102
Quantitatis cuiuſpiam propoſitæ radicis quadratæ extractio. 110
Quantitatis cuiuſpiam propoſitæ radicis cubicæ extractio. 112
Quantitatis omnis ſecundum extremã mediamque rationem diuiſæ, vtraque portio Reſiduum eſt: Maior ſcilicet quintum, Minorum autem primum. 165
Quantitatis ſecundum extremam, mediamque rationem diuiſæ, ſi Maior portio fuerit rationalis, Minor erit Reſiduum quintum. 156
Quantitatis ſecundùm extremam, mediamque rationem diuiſæ, ſi Minor portio fuerit rationalis; Maior erit Binomium quintum. 167
Quantitatibus duabus propoſitis, quarum quadrata tantùm vel cubi tantùm, uel ſecunda quadrata tantùm cognita ſupponuntur; alterius in alteram partitio. 96
Quantitatibus duabus propoſitis, alterius in alteram partitio. 93
Quantitatibus duabus propoſitis, alterius in alteram multiplicatio. 92
Quantitatibus duabus inæqualibus propoſitis, minoris à maiori ſubtractio.
Quantitatibus in continuè proportionalibus, ſi prima, & ſecunda fuerint rationales, tunc ſequentes in eadem proportione continuatæ ſemper in infinitum rationales erunt. 126
Quantitatum duarum propoſitarum per potentias cognitas, aut per cubos tantum datos, cõgeriei, aut exceſſus inueſtigatio. 79
Quantitatũ omnis additio, ſubtractio, multiplicatio, ſeu diuiſio, vel radicũ extractio, fit per eos numeros, à quibus ipſæ quantitates ſignificãtur. 89
Quantitatum duarum propoſitarum coniunctio. 90
Quantitatum duarum ratio componitur ex rationibus numeratorum, & denominatorum, ordine commutato ſumptis. 90
Quantitatibus duabus propoſitis inæqualibus, minoris a maiori ſubtractio. 91
Quantitatum duarum propoſitarum quarum vel quadrata tantùm, uel cubi tantùm, uel ſecunda quadrata tantùm cognita ſupponuntur, inuicem multiplicatio. 94
Quantitatum duarũ propoſitarum potentia tantùm, vel cubo tantùm, vel ſecundo quadrato tantùm rationalium, inuicem commenſurabilium, inuicem coniunctio, vel alterius ad alteram ſubtractio. 100
Quantitatum duarum propoſitarum, ſingularum, duorum, aut plurium nominum, inuicẽ multiplicatio. 104
Quantitatum irrationalium bimembrium

brium definitiones. 128

Quantitatum duarum omnium inuicem incommenſurabilium cógeries, & exceſſus ſunt inter ſe, & ipſis inuicem incommenſurabiles. 132

Item ſi congeries uni earum ſit incommenſurabilis, erit & reliquæ incommenſurabilis, & ipſæ inter ſe incommenſurabiles. ibid.

Quantitatum duarum omnium inuicem incommenſurabilium congeries, & exceſſus, ſunt inter ſe & ipſis inuicem incommenſurabiles. & ſi congeries vni earum ſit incommenſurabilis, erit & reliquæ incommenſurabilis, & ipſę inter ſe incommenſurabiles. 133

Quantitatum omnium duarum inuicem commenſurabilium quadrata, ſunt ad inuicem ſicut quadrati numeri: & Cubi ad inuicem, ſicut Cubi numeri: & ſecunda quadrata, ſicut bis quadrati numeri. 135

Quantitatum duarum potentia tantū rationalium inuicem commenſurabilium, omne productum eſt rationale. 137

Quantitatum duarum rationalium & potentialiter tantùm inter ſe commenſurabilium, omne productum eſt potentia tantum rationale: quod ab Euclide vocatur Mediale. ibid.

Quantitatum quinque reſidualium quamlibet eſſe exceſſum aliorum, quàm ſuorum membrorum, ſeruata definitione, impoſſibile eſt. 138

Quotiens quantitas quæ. 85

Quantitas rationalis quæ. 128

Irrationalis verò quæ. ibid.

Quantitas medialis, quæ. 128

Quantitas rationalis potentia tantùm, quæ. Rationalis cubo tantùm. ibid.

Quantitas potentia tantum rationalis quæ. 129

Quantitas omnis rationalis multiplicans aliquam quantitatem, producit quantitatem multiplicatæ cognominem, & commenſurabilem. 133

Quantitas, quæ metitur partes, metitur & totum: & quæ metitur totum & ablatum, metitur & relictum. ibid.

Quantitas omnis diuiſa pro quantitatem ſibi commenſurabilem, exhibet in quotiente quantitatem rationalem. 134

Quantitas quædam ſi in duo ſegmenta diſpeſcatur, cubus totius æqualis erit his, ſcilicet duobus cubis ſegmentorum, & triplo ſolidi ſub tota & ſingulis ſegmentis contenti. 107

Quantitas omnis rationalis multiplicans quamlibet irrationalium quãtitatum ſiue bimembrem, ſiue eius correlatiuam reſidualem; producit eiuſdem generis irrationalem, ac multiplicatæ cõmenſurabilem. 146

Quantitas omnis commenſurabilis cuipiam ex irrationalium ordine, eſt eiuſdem generis irrationalis, & habet eidem proportionalia, & commenſurabilia nomina. 147

Quantitas omnis irrationalis diuiſa p quamuis rationalẽ, exhibet in quotiente quantitatem ſibi cognominẽ, & commenſurabilem. 147

Quantitas omnis potentialiter cõmenſurabiles alicui ex irrationalibus, eſt eiuſdem generis quantitas. 148

Quantitas omnis potentia irrationalis multiplicans aliquam ex irrationalibus, producit eiuſdem generis quantitatem. 148

Quantitas omnis irrationalis diuiſa in quantitatem potentia rationalem, exhibet in quotiente quantitatem ſibi cognominem. 148

Quantitas omnis rationalis diuiſa in Binomium, exhibet in quotiente Reſiduum, cuius nomina commenſurabilia ſunt, & proportionalia ipſius Binomij nominibus. 152

Quantitas omnis rationalis diuiſa in reſiduum, exhibet in quotiente Binomium, cuius nomina incommenſurabilia ſunt, & proportionalia ipſius Reſidui nominibus. 152

Quantitas omnis irrationalis bimembris multiplicans reſidualem quantitatem

tatem eorundem, ſiue proportionalium, & commenſurabilium nominum, producit quantitatem potentia rationalem, & quandoque rationalem. 153

Quantitas quælibet bimembris ſi ſecetur per reſidualem quantitatem proportionalium, & commenſurabiliũ nominum, proueniet ex diuiſione tali Binomium. 154

Quantitas quælibet reſidualis ſi ſecetur per bimembrẽ quantitatem proportionalium, & cõmenſurabilium nominum, prouenerit ex diuiſione tali Reſiduum. 155

Quantitas omnis medialis multiplicans aliquam irrationalem de numero ſex generum, ſiue bimembrem, ſiue reſidualem, producit omnino aliquid de numero earundem 158

Quantitas omnis medialis diuidens aliquam ex irrationalibus, ſiue bimembribus, ſiue reſidualibus, præſtat in quotiente aliquam de numero earundem. 159

Quantitas omnis ſecundo quadrato commenſurabilis alicui irrationali, ſiue de numero bimembrium, ſiue reſidualium, eſt etiam de numero earundem. ibid.

Quantitas omnis irrationalis, ſiue de numero ſit bimembrium, ſiue reſidualium, non ſolum magnitudine, ac potentia irrationalis eſt, hoc eſt, quo ad primum quadratum; ſed etiam quo ad ſecundum, & ſequentia in infinitum quadrata. 160

De litera R.

Radices numerorum linearium vnde formentur. fol. 2

Radices numerorum, quæ 28

Radices numerariæ ſingulæ duplicatæ conſtituunt pares numeros ſingulos per ordinem. 4

Radicum vnitate diſtantium ex aggregato in aggregatum quadratorum ipſarum radicum producitur differentia ipſorum quadratorum. 79

Radicum quotlibet (ſi fuerit ab vnitate ordinatarum) quod fit ex aggregato multiplicato in duplum radicis vltimæ, ſi iungatur cum ipſo radicum aggregato, conflabit triplum aggregati omnium quadratorum ex dictis radicibus ſingulis factorum. 119

Radices quotlibet (ſi fuerit ab vnitate ordinatę) quod fit ex aggregato poſtremæ & ſequentis radicum in productum ex eiſdem, duplum ſemper eſt ad congeriem ex cubo quadrato, & triãgulo collateralibus poſtremæ: Et perinde ſexcuplum pyramidis quadratæ collateralis, hoc eſt, aggregati quadratorum ex radicibus ordinatis productorum. 120

Radices ſingularum reſidui ſpecierum, quales ſint quantitates, & quæ 143

Radices quando habeant æqualia nomina, & è contrario. 114

Radicibus quotlibet ab vnitate propoſitis, ſi radix proximè ſequens multiplicet aggregatum ex quadrato poſtremæ & ex dimidio ipſius poſtremæ; producetur triplũ ſummæ quadratorum ipſarum radicum propoſitarum. 121

Radicum ab vnitate per ordinem diſpoſitarum, vltima in ſuccedentem multiplicata, producit numerum, cuius dimidium eſt aggregatum ipſarum omnium radicum. 116

Radix omnis numeraria cum radice præcedenti, facit ſibi collateralem imparem; cum ſequenti verò ſequentem. 5

Radix omnis numeraria multiplicata in radicem ſequentem, producit duplum trianguli ſibi collateralis. 5

Radix omnis ducta in imparem collateralem, producit hexagonum primum collateralem. 8

Radix omnis media inter vnitatem & imparem in ordine radicum, multiplicata in talem imparem, quid producat. 9

Radix omnis ſexcuplicata, & cum vnitate,

tate cumq ue ſexcuplo præcedentis trianguli coniunĉta, quam formam numerariam conſummet. 10
Rationalis tantùm quantitas, quæ 86
Rationalis magnitudine quantitas, quæ. 66
Rationalis quantitas quæ vocetur. 128
Irrationalis vero quæ ibid.
Rationalis potentia tantum quantitas, quæ ibid.
Rationale tam potentis, ac Mediale, quàm potentis duo Medialia portione, ſunt quandoque potens Rationale, ac Mediale, & deinceps 164
Rationis datæ, toties quoties quis proponat, multiplicatio. 125
Rationis datæ biſariæ, ſiue triſariæ, pluriſariæ, vtcunque quiſpiam poſtulauerit, æqualiter partitio. 124
Rationum duarum propoſitarum coniunctio. 125
Rationum duarum propoſitarum alterius ab altera ſubtractio. ibid.
Reciſum, quæ quantitas vocetur. 86
Regulariorum ſolidorum formatio fol. c. & ſeq.
Regula ad habendum cumulum quadratorum a quoteunque ab vnitate ordinatis radicibus factorum. 121
Regularia, ſiue ſolida Geometrica, quot & quæ 46
Regulæ de figuris æquilateris. 168
Regulæ de ſolidibus regularibus. 169
Reſidua, quorum radices habent inuicem proportionalia, & commenſurabilia nomina, ſortiuntur proportionalia inter ſe & commenſurabilia nomina. 153
Reſidui ſpecies, quarum quantitatum quadrata ſint. 144
Reſiduum, quæ quantitas nuncupetur. 86
Reſiduum, ſiue Apotome quid. 128
Reſiduum mediale primum quid. 129
Reſiduum multiplicans aliquam quantitatem, ſi fecerit quantitatem rationalem; multiplicata quantitas Binomium eſt, cuius nomina proportionalia ſunt, & commenſurabilia Reſidui nominibus. 1
Reſiduum ſi ſecetur per Binomium proportionalium, & commenſurabilium nominum, prouenieт ex diuiſione Reſiduum primum. 154
Reſiduum mediale ſecundum quid, ibidem.
Reſiduū eſſe exceſſum aliorum, quàm ſuorum membrorum, ſeruata eius definitione, impoſſibile eſt. 157

De litera S.

Solida Regularia quomodo formētur. fol. c.
Solidorum vnumquodque ex quibus conſtare debeat. 49
Solidorum definitiones. 53
Sphæra, cuius diameter rationalis, ſi circunſcribat quinque ſolida regularia; tam pyramidis, quàm octahedri, & cubi latus, potentia tantum rationale eſt: ipſique diametro longitudine incommenſurabile: Latus autem & Icoſahedri, minor: latus verò dodecahedri, Reſiduum ſextum. 169

De litera T.

Tetrahedrum ſeu Pyramis, Regulare ſolidum, ex quibus conſtruatur. fol. e.
Quod eſt cubus miſtus. fol. d.
Tetrahedrus centralis vnde conficiatur. 23
Tetrahedrus omnis centralis, poteſt eſſe cubus cubus centralis tertij generis. ibid.
Tetras ſolido eſt ſimilis. 2
Trianguli primi numerorum linearium conſtructio. fol. a.
Trianguli ſecundi numerorum linearium formatio. fol. 5. 6.
Triangulis in tribus continuatis in ordine triangulorum congeries extremorum, vnitate excedit duplum medij.
Trianguli latus ad latus quadrati et eodem

eodem circulo deſcriptorum potentialiter, eſt ſexquialterum, & perinde incommenſurabile. 168
Triangulus omnis numeratius duplicatus, efficit numerum parte altera languiorem ſequentem. 5
Triangulus cum præcedenti triangulo coniunctus, perficit quadratum ſibi collateralem. 6
Triangulus omnis quadruplicatus, & cum vnitate coniunctus, efficit aggregatum collateralis, & ſequentis quadratorum. 12
Idem cum præcedenti quadrato, & cum ſibi collaterali parte altera longiori coniunctus, quem hexagonum conſummet. ibid.
Triangulus numerus qui, & ex quibus conſtet. 2
Triangulus omnis octuplicatus cum vnitate, conficit ſequentis imparis quadratum. 14
Triangulus omnis centralis conſtat ex collat erali triangulo, & præcedenti quadrato primi generis. 33
Triangulus omnis multiplicatus in duplum collaterialis radicis, producit aggregatum ex cubo & quadrato collateralibus. 119
Trias ſuperficiei ſimilis eſt. 2

De litera V.

Vnitates quomodo diſponendæ ad efformanda ſolida numeralia. fol. 7. & ſequen.
Vnitas eſt principium, & conſtitutrix omnium numerorum. 1
Vnitas ſemper ponitur in Regularibus ſolidis centralibus. 47
Vnitas communis numerorum dimenſio. 1

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Errata ſic corrigito.

Fol. 106. uerſu ultimo, æquum æquus. 117. 28. extrema extremam. 129. 1. Reſidum Reſiduum. 154. 30. proueniat. 163. 3. minor maior.

X 1.– 1.
LEGATORIA A. PANDIMIGLIO
1921
ROMA